

Soy **PROTAGONISTA**



DIRECCIÓN DE CONTENIDOS EDUCATIVOS

Felipe Ricardo Valdez González

GERENCIA DE PUBLICACIONES ESCOLARES

Agustín Pérez Allende

GERENCIA DE DESARROLLO DE PRODUCTO

Jesús Arana Trejo

DIRECCIÓN DE ARTE

Quetzatl León Calixto

AUTORÍA

Apolo Castañeda Alonso

Rosa Isela González Polo

COORDINACIÓN EJECUTIVA DE SECUNDARIA Y BACHILLERATO

Áurea Ileri Madrigal Mondragón

EDICIÓN

Citlali Yacapantli Servín Martínez

DISEÑO DE EVALUACIONES

Sócrates Bárcenas Armendariz, Eric Ruiz Flores,

René Bañuelos Bañuelos

COORDINACIÓN DE CORRECCIÓN

Abdel López Cruz, Laura Iliana Martínez García

CORRECCIÓN

Elvia Cristina Sánchez Zepeda

DISEÑO DE LA SERIE

Equipo SM

DISEÑO DE PORTADA

Claudia Adriana García Villaseñor

COORDINACIÓN GRÁFICA Y DE DIAGRAMACIÓN

César Leyva Acosta

SUPERVISIÓN DE DIAGRAMACIÓN

Martha A. Ramos Gómez

DIAGRAMACIÓN

Víctor Manuel Montalvo Flores Magón, Víctor Martínez

ILUSTRACIÓN

Arturo Ramírez Santa Rosa

COORDINACIÓN DE ICONOGRAFÍA E IMAGEN

Ricardo Tapia García

ICONOGRAFÍA

Zyanya Zavaleta Ortiz

FOTOGRAFÍA

©Carlos A. Vargas, 2018, © AFP, 2018,

©iStock, 2018, Archivo SM

DIGITALIZACIÓN E IMAGEN

Carlos A. López

ARCHIVO DIGITAL

Lilia Alarcón Piña

TECNOLOGÍA EDITORIAL

Josué Lara Cortés

PRODUCCIÓN

José Navarro, Valeria Salinas

Matemáticas 2. Secundaria.**Soy Protagonista**

Primera edición, 2019

D. R. © SM de Ediciones, S. A. de C. V., 2019

Magdalena 211, Colonia del Valle,

alcaldía Benito Juárez, C.P. 03100,

Ciudad de México, México

Tel.: (55) 1087 8400

www.grupo-sm.com.mx

ISBN 978-607-24-3088-4

Miembro de la Cámara Nacional

de la Industria Editorial Mexicana

Registro número 2830

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro ni su tratamiento informático ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del *copyright*.

La marca SM® y diseño, es propiedad de Fundación Santa María, licenciada a favor de SM de Ediciones, S. A. de C. V.

Prohibida su reproducción total o parcial.
Impreso en México/*Printed in Mexico*

Matemáticas 2. Secundaria.**Soy Protagonista**

se terminó de imprimir en

Presentación

Las matemáticas nos permiten interpretar y entender lo que sucede en diversos ámbitos de nuestra vida, también nos ayudan a fundamentar nuestras opiniones y a tomar decisiones informadas. Esto implica que las matemáticas se transformen de un conjunto de definiciones, reglas y procedimientos a una “matemática en acción” que favorece el razonamiento matemático y la capacidad de comprensión y reflexión. En **Matemáticas** se incorpora una amplia variedad de contextos con el propósito de situar los conceptos matemáticos; explorar nociones e ideas; usar y aplicar diversos procedimientos, algoritmos y herramientas para describir, explicar y predecir situaciones donde tú eres el **protagonista** y no el espectador.

Se consideraron cinco aspectos para concebir este libro: **contribuir al desarrollo del razonamiento matemático** implica pensar matemáticamente, primero, mediante ideas intuitivas y nociones preliminares y, luego, por medio de la identificación y el uso de propiedades y procedimientos formales; **motivar la comunicación de ideas y resultados de las actividades** favorece la comparación de resultados, además, se establecen definiciones, se socializan ideas y se emplea el lenguaje específico de esta disciplina; **fortalecer las habilidades de resolución de problemas** comprende el uso de procedimientos formales e informales, para motivar la reflexión; **desarrollar la capacidad para hacer matemáticas** conlleva explorar e inventar procedimientos, modelar situaciones y explicar con argumentos matemáticos una situación en particular; finalmente, **valorar las matemáticas** como medio para formular explicaciones y modelos que nos ayudan a mejorar nuestro conocimiento del mundo y a construir una sociedad democrática y menos ingenua.

Asumimos que el pensamiento matemático se desarrolla junto con un compromiso moral y ecológico para avanzar, como sociedad, en el cuidado, conservación y respeto a nuestro medioambiente. Y, por otra parte, con una base emocional y afectiva, que nos ayude a fortalecer nuestros valores humanos y contribuir al desarrollo de una sociedad más justa y equitativa. Lo anterior se refleja en los diversos contextos de las actividades.

Tu libro está estructurado en nueve experiencias de aprendizaje, cada una con cuatro o tres secuencias que incorporan los tres ejes temáticos: “Número, álgebra y variación”, “Forma, espacio y medida” y “Análisis de datos”. Al concluir cada experiencia, encontrarás la sección “Experimenta” y un instrumento de evaluación de habilidades y actitudes relacionadas con las matemáticas. Al final del libro se presentan las secciones “Bitácora” y “Evaluación”, para poner a prueba tus conocimientos, estrategias, actitudes y valores adquiridos a lo largo del ciclo escolar.

El libro fue creado pensando en ti, para que fortalezcas tus habilidades de pensamiento matemático y tu autoconfianza al reconocerte como **protagonista** de tu aprendizaje. Esperamos que lo disfrutes.

Saludos,
Apolo e Isela

Soy **PROTAGONISTA**

Conoce tu libro

SECUENCIAS

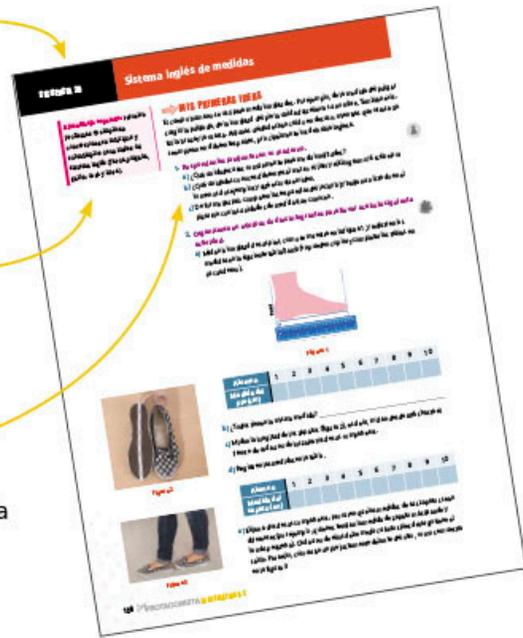
El contenido temático de la materia está organizado en secuencias, las cuales constan de tres momentos didácticos: "Mis primeras ideas", "Mi proceso de aprendizaje", y "Mis nuevos conocimientos".

APRENDIZAJE ESPERADO

Se indica el aprendizaje esperado de la secuencia.

MIS PRIMERAS IDEAS

Se presenta una situación cotidiana relacionada con las matemáticas, la cual resolverás aplicando diversas estrategias y con los conocimientos que ya tienes.

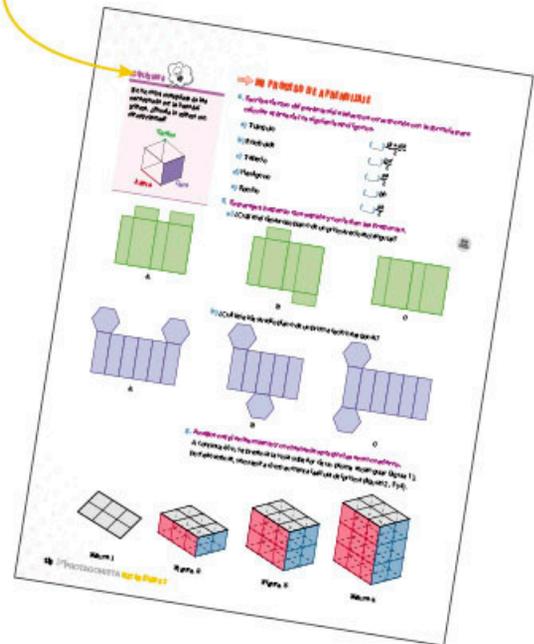
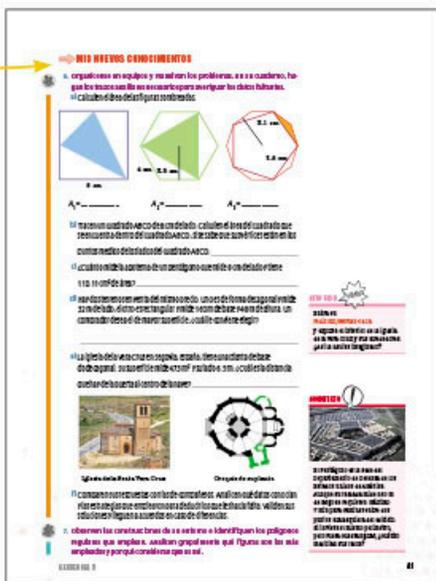


MI PROCESO DE APRENDIZAJE

Contiene dinámicas individuales o grupales para construir los conocimientos. Se resaltan los conceptos, algoritmos y la información importante.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

Son problemas matemáticos más complejos que puedes resolver porque ya desarrollaste los conocimientos y las habilidades necesarias para ello.



MODALIDADES DE TRABAJO

En las actividades se indican las modalidades de trabajo:

individual,
 en parejas,
 en equipo y
 en grupo.

ACTIVIDADES CON ENFOQUE ESPECÍFICO

INTEGRO

Las actividades de aprendizaje son en sí mismas una fuente de evaluación continua del aprendizaje. Se destacan algunas para que valores cuánto has aprendido y lo que requieres mejorar.

APRENDO

Estas actividades se relacionan con el desarrollo de habilidades superiores como analizar, generalizar y aplicar diversas estrategias en la solución de problemas.

1. Un avión de línea vuela a 720 km/h. ¿Cuál es su velocidad en metros por segundo? ¿Cuál es su velocidad en millas por hora? ¿Cuál es su velocidad en kilómetros por hora?

2. ¿Cuál es la velocidad de un objeto que cae desde una altura de 100 m? ¿Cuál es la velocidad de un objeto que cae desde una altura de 200 m? ¿Cuál es la velocidad de un objeto que cae desde una altura de 300 m?

3. Completa la siguiente tabla de valores. Con base en los datos obtenidos, grafica la velocidad (en metros por segundo) en función del tiempo (en segundos).

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0	0
1	9.8
2	19.6
3	29.4
4	39.2
5	49.0
6	58.8
7	68.6
8	78.4
9	88.2
10	98.0

4. ¿Qué relación existe entre la velocidad y el tiempo? ¿Cuál es la ecuación que describe esta relación?

5. En un sistema de coordenadas cartesianas, grafica la velocidad (en metros por segundo) en función del tiempo (en segundos). ¿Cuál es la ecuación que describe esta relación?

6. ¿Qué relación existe entre la velocidad y el tiempo? ¿Cuál es la ecuación que describe esta relación?

7. En un sistema de coordenadas cartesianas, grafica la velocidad (en metros por segundo) en función del tiempo (en segundos). ¿Cuál es la ecuación que describe esta relación?

8. ¿Qué relación existe entre la velocidad y el tiempo? ¿Cuál es la ecuación que describe esta relación?

9. En un sistema de coordenadas cartesianas, grafica la velocidad (en metros por segundo) en función del tiempo (en segundos). ¿Cuál es la ecuación que describe esta relación?

10. ¿Qué relación existe entre la velocidad y el tiempo? ¿Cuál es la ecuación que describe esta relación?

#PROTAGONISTA

Se promueve la reflexión sobre tu proceso de aprendizaje y el desarrollo de tus habilidades socioemocionales. Asimismo, relaciona tu conocimiento matemático con otros ámbitos de formación por medio de preguntas que guiarán tu acción.

EXPERIMENTA

Son actividades tecnológicas o experimentales con las que pondrás en práctica tu creatividad en temas relacionados con lo aprendido.

EXPERIMENTA

1. ¿Qué es un cubo? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

2. ¿Qué es un prisma? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

3. ¿Qué es un cilindro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

4. ¿Qué es un cono? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

5. ¿Qué es una esfera? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

6. ¿Qué es un tetraedro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

7. ¿Qué es un hexaedro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

8. ¿Qué es un octaedro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

9. ¿Qué es un dodecaedro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

10. ¿Qué es un icosaedro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

EXPERIMENTA

1. ¿Qué es un cubo? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

2. ¿Qué es un prisma? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

3. ¿Qué es un cilindro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

4. ¿Qué es un cono? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

5. ¿Qué es una esfera? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

6. ¿Qué es un tetraedro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

7. ¿Qué es un hexaedro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

8. ¿Qué es un octaedro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

9. ¿Qué es un dodecaedro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

10. ¿Qué es un icosaedro? ¿Cómo se construye? ¿Cuál es su volumen? ¿Cuál es su superficie?

CÁPSULAS

Para enriquecer tu aprendizaje, el libro presenta información adicional en cápsulas.

GLOSARIO

Presenta el significado de palabras nuevas para ti.

#DATO

Contiene información interesante relacionada con el tema.

#REFLEXIONA

Da pistas o información de apoyo para recordar o ayudarte a resolver problemas.

Resumen 222 Variación lineal y proporcionalidad inversa II

¿Por qué es importante? Estudiar la proporcionalidad inversa es importante porque nos ayuda a comprender mejor el mundo que nos rodea. Por ejemplo, al estudiar la proporcionalidad inversa, podemos entender mejor cómo funcionan los sistemas de transporte público, cómo se comportan los gases y cómo se comportan los organismos vivos.

¿Por qué es importante? Estudiar la proporcionalidad inversa es importante porque nos ayuda a comprender mejor el mundo que nos rodea. Por ejemplo, al estudiar la proporcionalidad inversa, podemos entender mejor cómo funcionan los sistemas de transporte público, cómo se comportan los gases y cómo se comportan los organismos vivos.

x	y
1	20
2	10
3	6.67
4	5
5	4
6	3.33
7	2.86
8	2.5
9	2.22
10	2

#TIC@C

Recomienda actividades relacionadas con las TIC.

¿Por qué es importante? Estudiar la proporcionalidad inversa es importante porque nos ayuda a comprender mejor el mundo que nos rodea. Por ejemplo, al estudiar la proporcionalidad inversa, podemos entender mejor cómo funcionan los sistemas de transporte público, cómo se comportan los gases y cómo se comportan los organismos vivos.

¿Por qué es importante? Estudiar la proporcionalidad inversa es importante porque nos ayuda a comprender mejor el mundo que nos rodea. Por ejemplo, al estudiar la proporcionalidad inversa, podemos entender mejor cómo funcionan los sistemas de transporte público, cómo se comportan los gases y cómo se comportan los organismos vivos.

#BITÁCORA Y #EXPERIMENTA

Sugieren en qué momento resolver las actividades de estas secciones.

#CONTEXTO

Es una actividad para que aprecies la relación de las matemáticas con otros ámbitos.

¿Por qué es importante? Estudiar la proporcionalidad inversa es importante porque nos ayuda a comprender mejor el mundo que nos rodea. Por ejemplo, al estudiar la proporcionalidad inversa, podemos entender mejor cómo funcionan los sistemas de transporte público, cómo se comportan los gases y cómo se comportan los organismos vivos.

¿Por qué es importante? Estudiar la proporcionalidad inversa es importante porque nos ayuda a comprender mejor el mundo que nos rodea. Por ejemplo, al estudiar la proporcionalidad inversa, podemos entender mejor cómo funcionan los sistemas de transporte público, cómo se comportan los gases y cómo se comportan los organismos vivos.

#FUENTE

Sugiere lecturas que enriquecerán tu proceso de aprendizaje.

Resumen 223 Proporcionalidad II

¿Por qué es importante? Estudiar la proporcionalidad inversa es importante porque nos ayuda a comprender mejor el mundo que nos rodea. Por ejemplo, al estudiar la proporcionalidad inversa, podemos entender mejor cómo funcionan los sistemas de transporte público, cómo se comportan los gases y cómo se comportan los organismos vivos.

¿Por qué es importante? Estudiar la proporcionalidad inversa es importante porque nos ayuda a comprender mejor el mundo que nos rodea. Por ejemplo, al estudiar la proporcionalidad inversa, podemos entender mejor cómo funcionan los sistemas de transporte público, cómo se comportan los gases y cómo se comportan los organismos vivos.

x	y
1	20
2	10
3	6.67
4	5
5	4
6	3.33
7	2.86
8	2.5
9	2.22
10	2

#ALGUIEN COMO YO

Incluye historias de jóvenes como tú, que han sobresalido en diversas áreas gracias a su conocimiento matemático y su interés por la ciencia.

	Presentación	3
	Conoce tu libro	4
	Índice	8

Periodo 1	Secuencia 1	Construcción de polígonos regulares I	10
	Secuencia 2	Multiplicaciones y divisiones I	16
	Secuencia 3	Proporcionalidad I	22
	Secuencia 4	Gráficas de línea	28
		Experimenta	34
		Mis logros	35

Periodo 1	Secuencia 5	Perímetro y área de polígonos regulares	36
	Secuencia 6	Multiplicaciones y divisiones II	42
	Secuencia 7	Multiplicaciones y divisiones III	46
	Secuencia 8	Histogramas	50
		Experimenta	56
		Mis logros	57

Periodo 1	Secuencia 9	Perímetro y área del círculo	58
	Secuencia 10	Reparto proporcional	64
	Secuencia 11	Expresiones equivalentes	70
		Experimenta	76
		Mis logros	77

Periodo 2	Secuencia 12	Construcción de polígonos regulares II	78
	Secuencia 13	Proporcionalidad II	84
	Secuencia 14	Variación lineal	90
	Secuencia 15	Polígonos de frecuencia	94
		Experimenta	100
		Mis logros	101

Periodo 2	Secuencia 16	Conversión de unidades	102
	Secuencia 17	Sistemas de ecuaciones I	108
	Secuencia 18	Variación lineal y proporcionalidad inversa I	112
	Secuencia 19	Probabilidad	118
		Experimenta	124
		Mis logros	125

Índice

Periodo 2	Secuencia 20	Sistema inglés de medidas	126
	Secuencia 21	Sistemas de ecuaciones II	132
	Secuencia 22	Variación lineal y proporcionalidad inversa II	138
		Experimenta	142
		Mis logros	143
Periodo 3	Secuencia 23	Teselados	144
	Secuencia 24	Sistemas de ecuaciones III	150
	Secuencia 25	Sistemas de ecuaciones IV	154
	Secuencia 26	Análisis de datos I	160
		Experimenta	166
	Mis logros	167	
Periodo 3	Secuencia 27	Volumen de prismas rectos	168
	Secuencia 28	Potencias con exponente entero	174
	Secuencia 29	Sucesiones	180
	Secuencia 30	Análisis de datos II	184
		Experimenta	190
	Mis logros	191	
Periodo 3	Secuencia 31	Volumen de cilindros rectos	192
	Secuencia 32	Modelación	196
	Secuencia 33	Aproximación de raíces cuadradas	202
		Experimenta	208
		Mis logros	209
Evaluación	Evaluación 1		210
	Evaluación 2		214
	Evaluación 3		218
Bitácora	Secuencias de la 1 a la 33		222
	Glosario		236
	Bibliografía		238

Aprendizaje esperado: deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.



MIS PRIMERAS IDEAS

Felipe tiene una tabla redonda con un pequeño orificio en el centro que desea convertir en una mesa de tres patas como la que se ve a la izquierda.

1. Reúnete con un compañero, consigan los materiales solicitados para la actividad y respondan las preguntas.



● Necesitarán los siguientes materiales: cartón, juego de geometría, tijeras, tres colores del mismo tamaño (también pueden ser lápices o palitos de madera) y una piedra del tamaño de su puño, aproximadamente.

- a) Tracen en el cartón un círculo de 10 cm de diámetro y recórtelo.
- b) Construyan la mesa con el círculo de cartón y los lápices.
- c) Coloquen la piedra sobre el cartón para verificar que la mesa se mantenga en pie. Prueben diferentes posiciones hasta que lo logren.
- d) Dibujen en el cartón tres puntos donde deben situarse las patas y nómbralos A, B y C, respectivamente.
- e) Unan el punto A con B, B con C y C con A. ¿Qué polígono se forma?

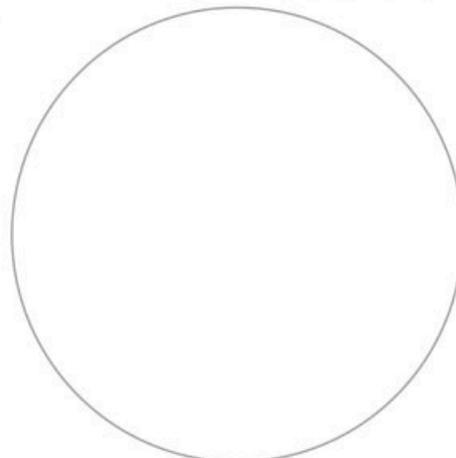
f) ¿Qué se debe hacer para que el polígono anterior sea regular?

g) Se quiere que las patas de la mesa queden lo más cercano posible al borde de la mesa. ¿En qué posición se deben ubicar?

h) ¿Necesitan saber las medidas de la tabla para construir la mesa? Justifiquen su respuesta.

i) Si las patas no se colocan a la misma distancia una de otra, es decir, no son **equidistantes**, ¿qué puede ocurrir?

j) Tracen en la circunferencia los puntos A, B y C, y el polígono que se forma al unirlos.



GLOSARIO



equidistante: que dos objetos están a la misma distancia en relación con otro.

- k) Tracen el polígono anterior sin usar la circunferencia.
- l) En su cuaderno, describan los pasos que siguieron. Si es necesario, complementen cada uno con figuras que lo ilustren, de manera que cualquier lector pueda seguir sus instrucciones.
- m) Compartan su procedimiento con el grupo. Complementen su escrito con las ideas de sus compañeros que les parezcan más adecuadas para resolver este problema.



#REFLEXIONA

Divide el problema en otros que sepas cómo resolver. Por ejemplo, recuerda o investiga cómo trazar un triángulo a partir de las medidas de sus lados o sus ángulos.

MI PROCESO DE APRENDIZAJE



2. Entre los paréntesis, escribe la letra o símbolo que corresponde y redacta en tu cuaderno la definición de cada elemento.

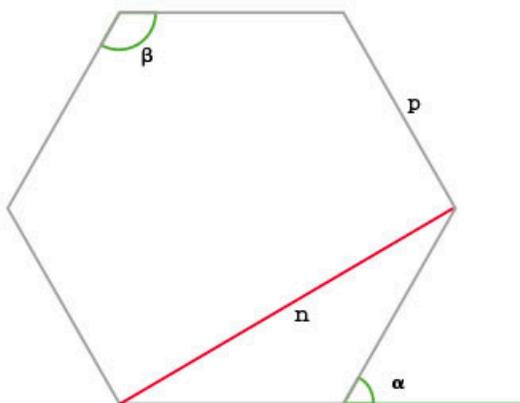
() ángulo interior

() ángulo exterior

() diagonal

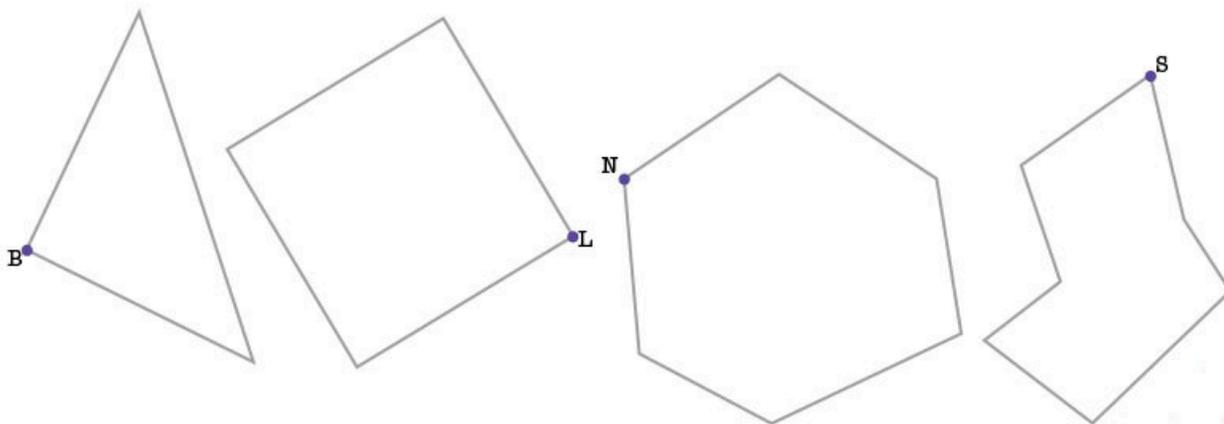
() lado

() vértice



a) Compara tus respuestas con un compañero. Corrijan lo necesario y complementen sus definiciones.

3. Observa los siguientes polígonos y traza todas las diagonales posibles desde el vértice indicado; luego, completa la tabla.



Núm. de lados del polígono	3	4	5	6	7	8	9	10
Núm. de diagonales desde un vértice (d)								
$n - d$								

GLOSARIO



polígono: figura geométrica cerrada formada por segmentos rectos, llamados *lados*.

polígono irregular: polígono cuyos lados no son iguales entre sí.

polígono regular: polígono cuyos lados son iguales entre sí.

#REFLEXIONA



El término *diagonal* nos evoca una línea inclinada, pero, ¿en un polígono todas las diagonales deben estar inclinadas?

#BITÁCORA



Resuelve la actividad de esta secuencia en la página 222.

4. Reúnanse en equipo de cuatro personas y contesten las preguntas con base en la actividad anterior.



a) ¿Todas las diagonales están dentro de los polígonos? ____ Expliquen por qué.

b) Comenten cómo son las diagonales en un polígono irregular. Observen si todas miden lo mismo, si algunas son iguales o si podrían ser todas distintas.

c) Para trazar todas las diagonales desde un solo vértice, ¿se pueden utilizar los vértices consecutivos? Justifiquen su respuesta.

d) Observen las diagonales trazadas en cada polígono y los resultados de la tabla. ¿Cuál es la fórmula para calcular el número de diagonales que se pueden trazar desde un solo vértice en un polígono de n lados?

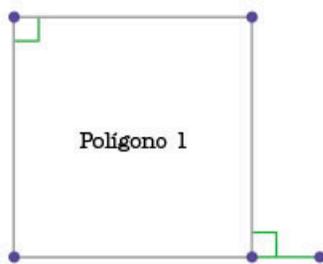
e) En su cuaderno, tracen un polígono de doce lados y las diagonales desde un solo vértice. Comprueben si se verifica la relación del inciso d). Verifiquen también que la relación se cumpla con otros polígonos (por ejemplo, con 15, 20 o n lados).

f) Encuentren una expresión algebraica para relacionar el número de lados de un polígono y el número de diagonales que se puede trazar desde un solo vértice.

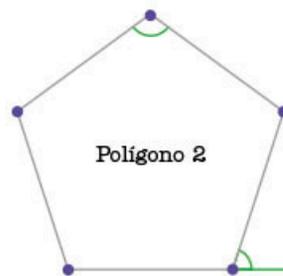
El número de diagonales (d) desde un vértice de un polígono de n lados es

$$d = n - 3$$

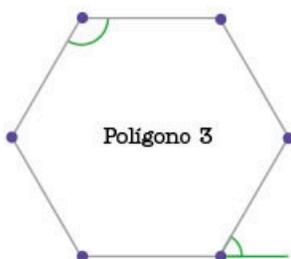
5. Usa tu juego de geometría para resolver la actividad.



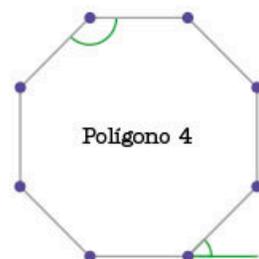
Polígono 1



Polígono 2



Polígono 3



Polígono 4

a) Escribe sobre la línea el nombre de cada polígono regular.

- b) Mide los ángulos marcados en cada polígono.
- c) En cada polígono, traza las diagonales desde un vértice.
- d) Completa la tabla.

Polígono	Núm. de lados	Núm. de diagonales desde un vértice	Medida del ángulo interior	Medida del ángulo exterior	Suma de los ángulos interior y exterior
1					
2					
3					
4					

6. Trabaja con un compañero. En su cuaderno, respondan las preguntas con base en los resultados de la actividad anterior.

- a) Verifiquen que en los polígonos regulares se cumpla la relación entre el número de lados y el número de diagonales desde un vértice ($d = n - 3$).
- b) En un polígono regular, ¿puede trazarse una diagonal fuera del polígono? Justifiquen su respuesta.

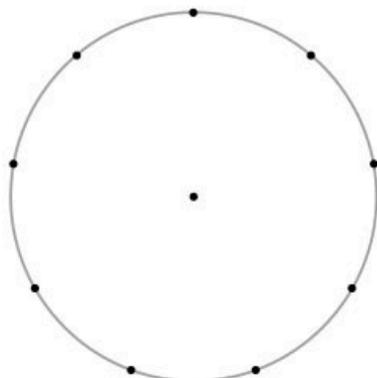
- c) ¿En qué polígonos una diagonal es también un eje de simetría?

- d) Entre más lados tiene un polígono regular, ¿crece o decrece la medida de su ángulo interior? _____
- e) ¿Cuánto suman un ángulo interior y un ángulo exterior de cualquier polígono regular? _____
- f) Comparen su respuesta con la siguiente información.

En un polígono, la suma de su ángulo interior y su ángulo exterior es igual a 180° .

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

- 7. En parejas, hagan lo que se pide y respondan las preguntas.
 - a) Unan los puntos sobre el círculo para formar un polígono regular.



GLOSARIO

eje de simetría: línea que divide una figura geométrica en dos partes iguales. Así, cada lado es el reflejo especular del otro.

#REFLEXIONA

Como sabes, la suma de ángulos interiores de un triángulo es igual a 180° , sin embargo, al usar el transportador para verificarlo en cualquier triángulo, podrías obtener valores cercanos debido a errores de medición.

#TIC T@C



Consulta la construcción de polígonos inscritos en una circunferencia en redir.mx/SSPM2-014a.

- b) ¿Cuántos lados tiene el polígono? _____
- c) ¿Cuánto mide un ángulo interior del polígono? _____
- d) Determinen la medida del ángulo exterior del polígono. _____
- e) Unan cada punto con el centro del círculo.
- f) ¿Cuántos ángulos se forman entre los radios que acaban de trazar? _____
- g) ¿Cuánto miden esos ángulos? _____
- h) ¿A qué ángulo es semejante? _____
- i) ¿Cuánto suman todos los ángulos formados por los radios? _____
- j) Dividan el resultado del inciso i) entre el número de lados del polígono. ¿Qué valor obtienen?
- _____
- k) Encuentren una relación entre la respuesta del inciso j) y la medida de otro de los ángulos del polígono. Describanla a continuación.
- _____
- l) Comparen sus respuestas con sus compañeros. Corrijan o complementen su respuesta anterior; después, lean la información del recuadro.

Un **ángulo central** se forma en el centro del polígono regular entre dos radios consecutivos.

Su medida se calcula con la siguiente fórmula:

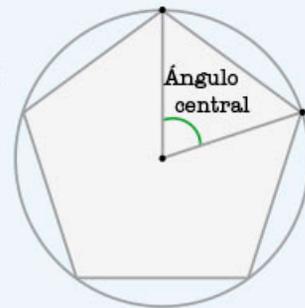
$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{n}$$

donde n es el número de lados

Ejemplo:

$$\text{Ángulo central del pentágono} = \frac{360^\circ}{5}$$

$$\text{Ángulo central del pentágono} = 72^\circ$$



8. **Midan los ángulos centrales de los polígonos regulares que se encuentran en la actividad 5. Después, calculen su medida y escribanla a continuación. ¿Coincidieron los valores?**

- » Cuadrado: _____
- » Pentágono: _____
- » Hexágono: _____
- » Octágono: _____

- a) En su cuaderno, construyan un pentágono inscrito en una circunferencia de 5 cm de diámetro. Redacten los pasos que siguieron para lograrlo.
- b) Comparen sus procedimientos con su grupo. Identifiquen qué datos necesitaron para trazarlo.

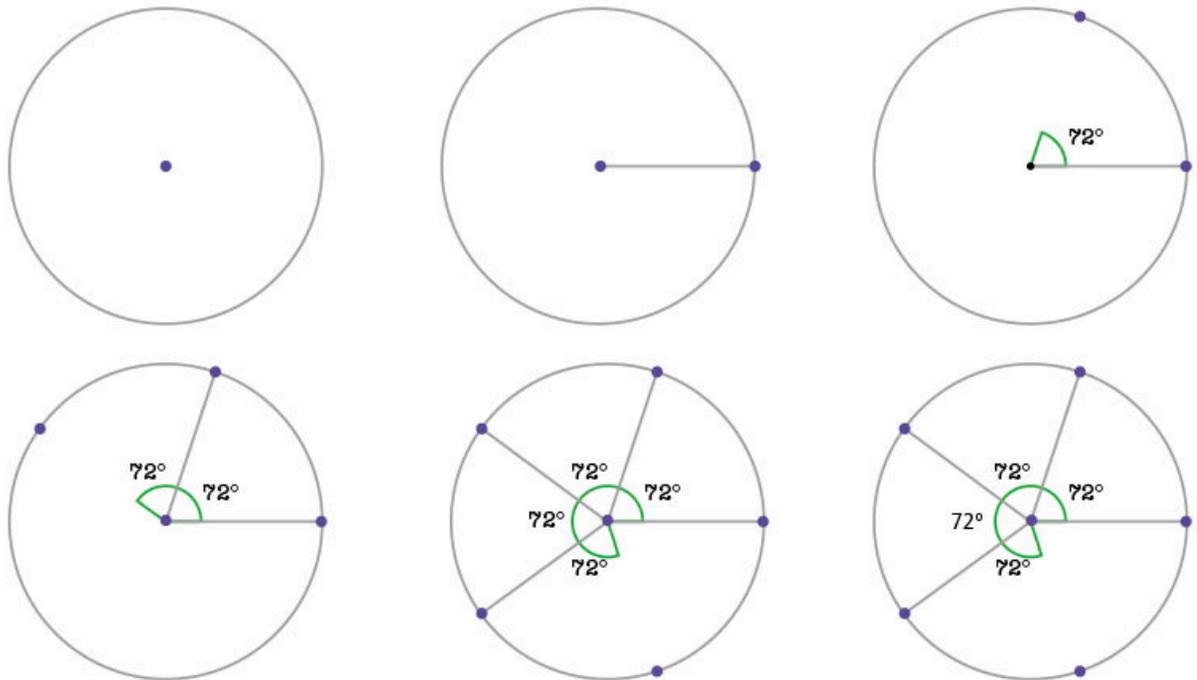
#DATO



Un polígono inscrito es aquel cuyos vértices se encuentran en el perímetro de un círculo. Investiga qué es un polígono circunscrito.



9. Observa el siguiente procedimiento de construcción y compáralo con el tuyo. Responde en tu cuaderno.



a) Describe qué similitudes y diferencias encuentras entre los procedimientos.

b) ¿Qué ángulo se emplea para trazar el polígono? _____

10. Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno; haz los trazos necesarios para averiguar las medidas o datos que requieres.

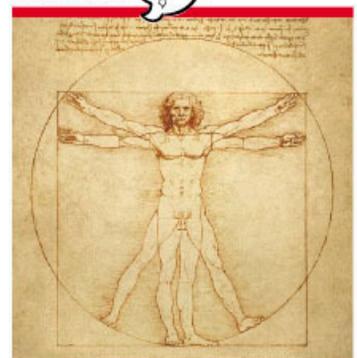
- ¿Cuánto mide el diámetro de una circunferencia con un hexágono inscrito de 3 cm de lado?
- ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado inscrito en una circunferencia de 10 cm de diámetro?
- ¿Cuánto mide el diámetro de una circunferencia con un cuadrado inscrito de 10 cm de lado?
- Traza un triángulo equilátero de 5 cm de lado, localiza su centro y, a partir de este, dibuja la circunferencia que toca sus tres vértices.
- Esperanza desea mandar por paquetería una pieza de cristal con forma de prisma recto octagonal. En la empresa de paquetería, le ofrecen una caja cilíndrica cuyo borde coincide con los vértices de la pieza, de manera que no se mueve. Si la caja mide 12 cm de radio, ¿cuál es el perímetro de la base de la figura de cristal?



11. De manera grupal, analicen sus respuestas del problema anterior y planteen conclusiones acerca de los pasos para encontrar el centro de un polígono regular de lados pares y de un polígono regular de lados impares.



#CONTEXTO



Leonardo da Vinci en su obra *El hombre de Vitruvio* representa al hombre como centro del universo. El hombre inscrito en un cuadrado muestra que la longitud de sus brazos extendidos es igual a su altura. Investiga qué representa el hombre inscrito en un círculo.

Aprendizaje esperado: resuelve problemas de multiplicación y división con fracciones y decimales positivos.

MIS PRIMERAS IDEAS

Durante la Feria de Ciencias que organiza una escuela, el profesor David estuvo a cargo de la exposición "Arte y matemáticas". Para esto, pidió a sus estudiantes que crearan una obra con motivos geométricos sobre un trozo de cartulina cuadrangular de medidas arbitrarias.

1. En parejas, respondan las preguntas con base en las figuras.

Ella elaboró un diseño como el que se muestra en la figura 1. Para determinar la medida de los lados (l) y el área (A) de los primeros cinco cuadrados azules, considera que el lado del cuadrado inicial mide 1 unidad (u).

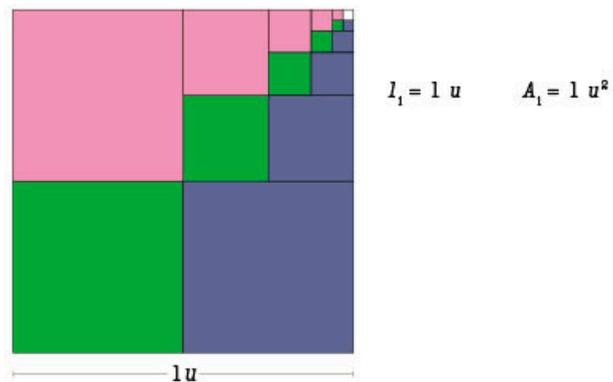


Figura 1. Cuadrado inicial

Cuadrado 1	Cuadrado 2	Cuadrado 3	Cuadrado 4	Cuadrado 5
$l_1 =$ _____	$l_2 =$ _____	$l_3 =$ _____	$l_4 =$ _____	$l_5 =$ _____
$A_1 =$ _____	$A_2 =$ _____	$A_3 =$ _____	$A_4 =$ _____	$A_5 =$ _____

- a) ¿Cómo obtuvieron la medida de lado de cada uno de los cuadrados?

- b) ¿Cómo calcularon el área de cada cuadrado? _____
- c) ¿Qué fracción de la figura 1 representa el cuadrado 1? _____
- d) ¿Qué fracción del cuadrado 1 representa el cuadrado 2? _____
- e) ¿Qué fracción de la figura 1 representa el cuadrado 2? _____
- f) ¿Cómo podrían obtener la respuesta del inciso e) a partir de las respuestas de los incisos c) y d)? _____
- g) ¿Qué fracción de la figura 1 representa el cuadrado 3? _____
- h) ¿Cómo usarían la respuesta del inciso c) para obtener el área del cuadrado 3? _____

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

2. Observa las representaciones gráficas, simplifica las fracciones como lo indica el ejemplo y contesta las preguntas en tu cuaderno.

Representación gráfica				
Fracción	$\frac{12}{4} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1}$			

- ¿Qué observas en las representaciones gráficas anteriores?
- ¿Qué observas en las fracciones simplificadas?
- ¿Qué puedes concluir del ejemplo anterior?
- Compara tus respuestas con las de tus compañeros y escriban una conclusión sobre cómo se representa un número entero en forma de fracción.

3. En parejas, analicen la siguiente situación. Hagan lo que se pide y respondan en su cuaderno.

La profesora de Matemáticas pidió a sus alumnos que resolvieran la siguiente multiplicación: $2 \cdot \frac{4}{9}$. Ingrid y Eleonor dieron la siguiente respuesta.

Ingrid	Eleonor
$2 \cdot \frac{4}{9} = \frac{8}{18}$	$2 \cdot \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$

- ¿Quién obtuvo el resultado correcto? Justifiquen su respuesta.
- Hagan un diagrama para representar la fracción $\frac{4}{9}$. Después, dupliquen esa representación y comprueben su respuesta.
- Identifiquen cuál fue el error que cometió la alumna que no obtuvo la respuesta correcta. Describan cómo le explicarían en qué se equivocó y cómo puede resolver la operación.

4. Usen una calculadora para resolver la siguiente actividad.

- Describan el procedimiento para transformar una fracción en un número decimal. _____
- Con su calculadora resuelvan las operaciones indicadas, como en el ejemplo.

» $\frac{5}{8} = 5 \div 8 = 0.625$	» $\frac{9}{0} =$ _____
» $\frac{0}{12} =$ _____	» $\frac{23}{1} =$ _____
- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Expliquen en qué caso la calculadora envió un mensaje de error y a qué se debió.

#PROTAGONISTA



Escuchar con respeto y tolerancia es una cualidad que promueve la buena comunicación con otras personas. El proceso de aprendizaje implica cometer errores y aprender de ellos. Por ese motivo, es necesario generar un ambiente de confianza en tu salón de clase, de manera que todos sean capaces de expresar sus dudas y ayudar a resolver las de sus compañeros.

En la **multiplicación de fracciones** tenemos los siguientes casos.

- $n \times \frac{a}{b}$ con $b \neq 0$, puede representar la expresión “ n veces $\frac{a}{b}$ ”.

$$2 \times \frac{4}{9} = \frac{2 \times 4}{1 \times 9} = \frac{8}{9}$$

- $\frac{a}{b} \times n$ con $b \neq 0$, puede representar la expresión “tomar $\frac{a}{b}$ de n ”.

$$\frac{2}{5} \times 2 = \frac{2 \times 2}{5 \times 1} = \frac{4}{5}$$

#DATO

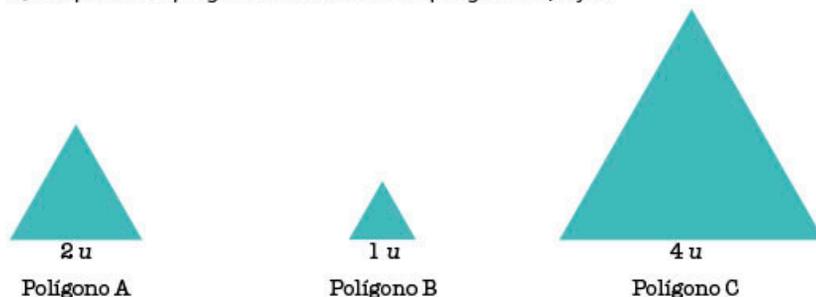
Recuerda que un número entero se puede representar como fracción con denominador 1.

Ejemplos: $a = \frac{a}{1}$ y $8 = \frac{8}{1}$



5. Observa los siguientes polígonos y contesta las preguntas.

- a) Responde las preguntas con base en los polígonos A, B y C.

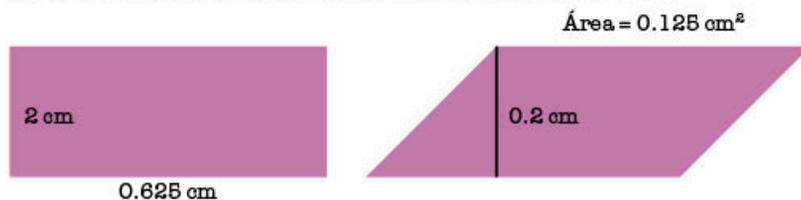


- » ¿Qué operación efectuarías para obtener la medida del lado del polígono B a partir de la medida del lado del polígono A?

- » ¿Qué operación harías para que a partir de la medida del lado del polígono A obtengas la medida del lado del polígono C?

- » Si solo pudieras multiplicar, ¿por qué número multiplicarías la medida del lado del polígono A para obtener la medida del lado del polígono B?

- b) Calcula el área del rectángulo y la medida de la base del romboide.



Área = _____

Base = _____

- » Indica las operaciones efectuadas en cada caso.

- » ¿Qué observas sobre las operaciones del ejercicio anterior?

- c) Compara tus respuestas con las de un compañero. Escriban, en su cuaderno, una conclusión sobre la relación entre la multiplicación y la división.

#REFLEXIONA



Una operación inversa es aquella que revierte el proceso de una operación.

Por ejemplo, la resta es la operación inversa de la suma.

$$8 + 5 = 13$$

$$13 - 5 = 8$$

¿Cuál es la operación inversa de la multiplicación?

#REFLEXIONA



Una estrategia para comprender las nuevas definiciones es que otorgues valores a las variables y observes si se cumple lo descrito. Por ejemplo, $a = 2$, $b = \frac{1}{2}$, entonces $ab = 2(\frac{1}{2}) = 1$.

6. En parejas, lean la información de los recuadros y, después, resuelvan los ejercicios.



Dos números son **inversos** si al multiplicarlos se obtiene como resultado 1.

Si $a \cdot b = 1$, entonces a y b son inversos,

- ¿Por qué número deben multiplicar el 6 para obtener como resultado 1? _____
- ¿Cuál es el inverso de 12? _____
- ¿Cuál es el inverso de $\frac{8}{9}$? _____
- ¿Cuál es el resultado de multiplicar $\frac{8}{9}$ y la fracción resultante al invertir el numerador y el denominador? _____
- ¿Cómo son entre sí las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{b}{a}$? Justifiquen su respuesta.

La **inversa de una fracción** es la fracción formada por su numerador y denominador intercambiados, es decir, la inversa de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$, porque...

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{ab}{ab} = 1$$

- ¿Cuál es la fracción inversa de $\frac{1}{2}$? _____
- Resuelvan la siguiente operación.
 $\frac{2}{8} \div \frac{1}{2} =$ _____
- Resuelvan la siguiente operación. Observen que se usa la operación inversa de la división y la fracción inversa de $\frac{1}{2}$.
 $\frac{2}{8} \times \frac{2}{1} =$ _____
- ¿Qué relación encuentran entre las operaciones de los incisos g) y h)? ¿Cómo son los resultados?

- Con la estrategia encontrada, resuelvan las siguientes operaciones. Escriban el resultado como fracción simplificada.
» $\frac{17}{8} \div \frac{1}{6} =$ _____ » $\frac{9}{2} \times \frac{13}{10} =$ _____
» $\frac{11}{10} \times$ _____ $= 1$ » $\frac{5}{6} \div$ _____ $= 1$

Para dividir dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, donde b y d son diferentes de 0, se efectúa una multiplicación cruzada.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Puesto que la división es la operación inversa de la multiplicación, se cumple que

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

por tanto, para dividir entre una fracción basta multiplicarla por su inverso.

#TIC T@C

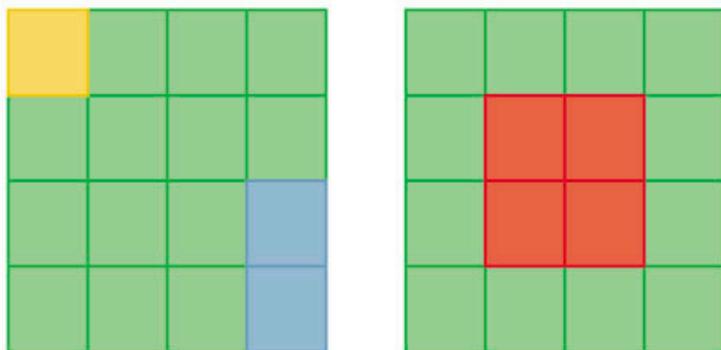


Visita la página redir.mx/SSPM2-020a; en ella encontrarás ejemplos de multiplicación y división de fracciones.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS



7. Observa las figuras y contesta las preguntas.



a) ¿Qué fracción representa el rectángulo azul respecto a los cuadrados verdes?

b) Subraya la respuesta de la operación que permite contestar la pregunta anterior.

» $2 \div \frac{1}{32}$ » $2 \cdot \frac{1}{32}$ » $\frac{1}{32} \div 2$ » $2 \div \frac{1}{16}$

c) Anota, en tu cuaderno, la fracción que representa los cuadrados amarillo y rojo respecto a los cuadrados verdes, y escribe las operaciones correspondientes.

8. Resuelve los siguientes problemas.

a) $\frac{2}{11} \times \frac{7}{4} =$ _____ b) $\frac{3}{7} \div \frac{1}{6} =$ _____ c) $\frac{8}{17} \times 6 =$ _____

d) $\frac{6}{13} \div 5 =$ _____ e) $12 \times \frac{4}{7} =$ _____ f) $8 \div \frac{1}{3} =$ _____



9. En parejas, resuelvan los siguientes planteamientos.

a) Un listón rojo mide $2\frac{1}{2}$ m de largo y un listón azul, $1\frac{1}{4}$ m. ¿Cuántas veces cabe el listón azul en el rojo?

b) Con medio bote de 1 L se pintan $\frac{3}{4}$ m² de pared. ¿Cuántos metros cuadrados se pintan con tres botes?

c) En la feria, hay un recipiente de $4\frac{3}{4}$ de agua de jamaica que se vende en vasos de $\frac{1}{5}$ L. ¿Cuántos vasos se pueden vender? ¿Cuánta agua sobra?

d) En su cuaderno, tracen un rectángulo. Divídanlo en cuatro partes iguales y colorean esa región. Dividan la parte coloreada en cinco partes iguales e ilumínenla con otro color. ¿Qué fracción del rectángulo original representa la sección que tiene ambos colores?

10. Elabora una ficha con los procedimientos vistos en esta secuencia y, de manera grupal, propongan un ejemplo para cada uno.

#TIC T@C



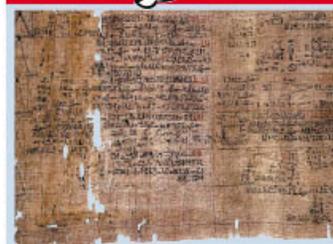
Practica la multiplicación y la división de fracciones en redir.mx/SSPM2-021a.

#BITÁCORA



Resuelve las actividades correspondientes a esta secuencia, en la página 222.

#CONTEXTO



En el Papiro de Rhind (1650 a. n. e.), se presentan problemas matemáticos del antiguo Egipto junto con sus soluciones. Uno de ellos trata sobre cómo repartir 6 hogazas de pan entre 10 hombres y el resultado es que cada uno recibe $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$. Los egipcios usaban fracciones cuyo numerador es 1. ¿La respuesta es correcta? Compruébalo.

Aprendizaje esperado: resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.

MIS PRIMERAS IDEAS

Ana María es una artista fotógrafa y usa una cámara digital que tiene opciones para diferentes formatos (como se muestra en la imagen). En todos sus trabajos ha usado el formato estándar 3:2, lo que indica que la base de la fotografía está a razón de $\frac{3}{2}$, respecto a su altura, sin importar el tamaño en que se imprima.



1. Responde las preguntas.

- a) Ana María tomó la siguiente fotografía titulada *Jaque mate* al gato, la cual tiene un formato 3:2. Mide los lados de la imagen y verifica que la razón señalada es correcta.



- b) Ana María le solicitó a su laboratorio fotográfico una impresión de esta fotografía, y pidió que el alto midiera 60 centímetros. ¿Cuánto debe medir el largo?

- c) Ana María sometió esta fotografía a un concurso fotográfico donde le solicitaron que la imagen tuviera un formato 1:1. ¿Qué significa esta relación proporcional?

- d) Delimita un contorno para recortar la fotografía anterior de manera que el tamaño tenga la proporción 1:1; cuida que la imagen quede centrada.
- e) Usa un color diferente para delimitar un nuevo contorno en la fotografía anterior, de manera que tenga la proporción 4:3; cuida que la imagen quede centrada al recortar la fotografía.
- f) ¿Qué dimensiones puede tener una fotografía impresa con una proporción $\frac{4}{3}$? Escribe tres casos.

#DATO

Una razón es la comparación de dos cantidades. Si las cantidades a comparar son a y b , la razón entre ellas puede expresarse de las siguientes formas:
 $\frac{a}{b}$ o $a:b$
 y se lee "a es a b",

2. Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas.

El formato 16:9 se usa con más frecuencia cuando se trabaja con video. La siguiente imagen tiene un formato $\frac{16}{9}$ de proporción.



a) Expresa en centímetros el tamaño que podría tener un video con formato 16:9. Escribe dos ejemplos.

b) Un video de alta definición en formato 16:9 tiene 1 080 **pixeles** en vertical. ¿Cuántos pixeles debe tener en el lado horizontal?

c) Compara tus respuestas con tus compañeros. ¿Coincidieron sus ejemplos del inciso a)? Verifiquen que todos cumplan con la proporción 16:9.

3. Resuelve lo que se pide.

a) Supón que fuiste invitado a participar en una exposición colectiva donde presentarán una de tus fotografías. Debes enviar una fotografía pequeña que será usada para el programa de mano y la misma fotografía impresa en un tamaño grande para su exposición (tamaño libre).

La fotografía tiene formato 4:3. Determina algunas de las opciones que tienes para imprimir la fotografía. Completa la tabla con estas dimensiones.

Largo (cm)	2	4	8	16				256
Ancho (cm)				12	24	48	96	

b) Investiga los tamaños en los que se puede imprimir una fotografía en un local comercial. En tu cuaderno, elabora una tabla en la que se incluya el largo, el ancho y el formato.



4. Reúnete con un compañero y resuelvan la siguiente situación.

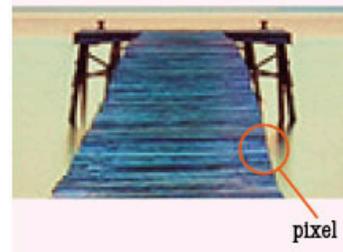
a) Ivonne afirma que un licuado perfecto se elabora con $\frac{1}{2}$ L de leche de almendras, 2 cucharadas de avena tostada y 1 cucharada de chocolate en polvo. Amalia se propuso seguir la receta de Ivonne, pero usó 2 cucharadas de chocolate, ¿cuánto debe agregar de los demás ingredientes?

b) Jimena solo tiene $\frac{1}{2}$ cucharada de avena tostada, ¿cuánto debe agregar de los demás ingredientes?

GLOSARIO



pixel: unidad básica de una imagen digitalizada en pantalla a base de puntos de color o en escala de grises.



- c) Emilia trabaja en el comedor de la escuela y quiere servirles a los estudiantes el licuado que Ivonne creó. Tiene $25\frac{1}{2}$ L de leche, ¿cuánto debe agregar de los demás ingredientes?

- d) Con base en la receta de Ivonne, elabora una tabla en la que se muestre cuánto se debe usar de cada ingrediente.

Leche (litros)	0.25	$\frac{3}{4}$	1.5	$2\frac{1}{2}$	3.2	4	5.5	$6\frac{3}{4}$
Avena (cucharadas)								
Chocolate (cucharadas)								

- e) Mabel propone agregar 4 gotas de concentrado de vainilla a la receta original de Ivonne para obtener el licuado perfecto. Completa la siguiente tabla que relaciona las cantidades de leche con las de vainilla.

Leche (litros)	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	1.75	$2\frac{1}{2}$	3.25	4.5	5.25	$6\frac{3}{4}$
Vainilla (gotas)								

- f) Observa la tabla anterior. Determina un número tal que, al multiplicar cada término de la primera serie de valores (litros de leche), se obtengan los valores de la segunda (gotas de vainilla).

Dos series de números con la misma cantidad de elementos son proporcionales entre sí cuando existe un número n , llamado *razón de proporcionalidad*, que permite determinar la segunda serie numérica como producto de n por cada valor correspondiente en la primera.



#REFLEXIONA

¿Podrías emplear lo que conoces sobre proporcionalidad para saber cuál es la presentación más económica de un producto?

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

5. En parejas, lean y respondan cada planteamiento.

- a) Un paquete de galletas con 6 piezas cuesta \$15.00 y una caja con 14 paquetes de las mismas galletas cuesta \$105.00.
- » ¿Cuál es el precio de una galleta para cada caso?

- » ¿Cuál es el precio de las galletas en cada presentación? Completen la tabla para averiguarlo.

		Paquete									
Galletas		2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Precio (\$)											

		Caja									
Galletas		2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Precio (\$)											

- » Determinen el factor de proporcionalidad para cada serie de números de las dos tablas.

- b) Un laboratorio farmacéutico está probando la eficacia de dos nuevos analgésicos que serán introducidos al mercado. El medicamento 1 se probó en 252 voluntarios y solo en 108 se observó una mejoría. El medicamento 2 se probó en 192 pacientes y se reportó mejoría en 72 casos.

- » ¿Cuál de los dos medicamentos es más eficiente?

- » Expliquen o justifiquen su elección anterior.

- » ¿Cuántos casos favorables se tendrían que observar en el medicamento 2 para que la proporción sea igual a la del medicamento 1?

- » Supongan que la proporción de pacientes con mejoría se mantiene constante en ambos medicamentos; determinen el número de pacientes con mejoría, considerando los siguientes casos.

Medicamento 1				
Total	126	252	504	756
Pacientes con mejoría		108		

Medicamento 2				
Total	96	192	384	576
Pacientes con mejoría		72		

- c) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Verifiquen sus resultados y validen los procedimientos.



6. Analiza el planeamiento y determina los valores faltantes.

En una pastilla, la razón del **excipiente** (a) respecto de la **sustancia activa** (b) es de 2 a 7. Un laboratorio tiene contenedores con diversas cantidades de medicamento (en mg) con la misma razón. Con esta información, completa la siguiente tabla.

a	4		20
b		42	

- a) Si $a = 3$, ¿cuál es el valor correspondiente para b ? _____
- b) Si $b = 10$, ¿cuál es el valor correspondiente para a ? _____
- c) En otro medicamento con una mezcla de 56 mg, la razón del excipiente (a) respecto a la sustancia activa es 3:4. ¿Cuál es la cantidad de cada sustancia?

- d) Consigue una caja de jarabe, analiza el contenido de la fórmula y determina la proporción entre el excipiente y la sustancia activa. Anótala en tu cuaderno.



#REFLEXIONA

Observa que en algunas situaciones se establecen relaciones entre dos conjuntos de cantidades, por ejemplo, el número de galletas y el precio, de tal modo que las cantidades de uno de ellos (precio) se obtienen multiplicando por un mismo número las distintas cantidades del otro conjunto (número de galletas). Este número se denomina **factor de proporcionalidad**.

GLOSARIO

excipiente: sustancia que se mezcla con los medicamentos para darles consistencia, forma o sabor que faciliten su uso. Cuando el excipiente es líquido, se le denomina **vehículo**.

sustancia activa: principio activo de un medicamento.

➔ MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

7. Lee el siguiente problema, lleva a cabo lo que se pide y responde las preguntas.

La figura 1 fue construida con las siete piezas de un tangram.

- a) Construye una nueva figura, cuyas dimensiones sean la mitad del original.

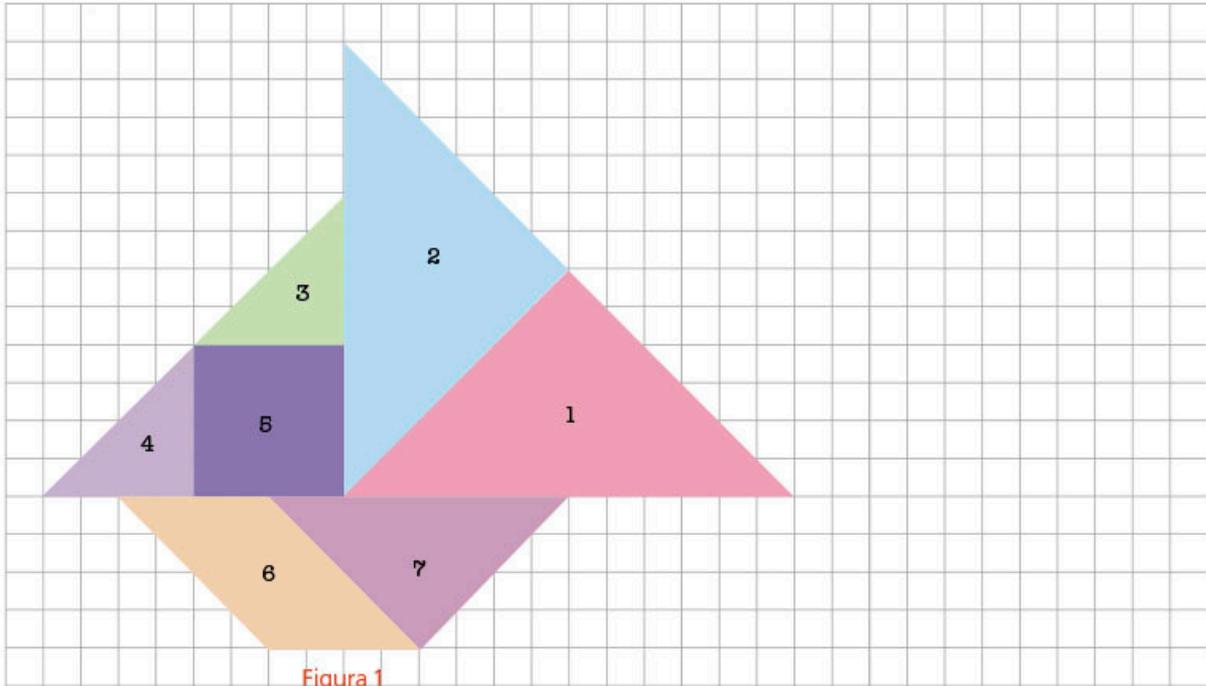


Figura 1

#DATO



El tangram es un juego chino que consiste en formar siluetas usando las piezas del rompecabezas (cinco triángulos, un cuadrado y un paralelogramo).

- b) Construye, en tu cuaderno, una figura que sea el doble de la original.
c) Determina el área de la pieza 1 en la figura 1 y completa la siguiente tabla.

Triángulo 1	A la mitad	Original	Al doble
Medida de la base (cm)	3	6	12
Área (cm ²)			

- d) ¿El área es proporcional a la medida de la base? Explica tu respuesta.

- e) Elabora una tabla similar a la anterior considerando otra de las piezas. Analiza y verifica si existe un factor de proporcionalidad.

	A la mitad	Original	Al doble
Medida de la base (cm)	3	6	12
Área (cm ²)			

- f) Compara tus respuestas con un compañero. Analicen qué representa en cada caso el factor de proporcionalidad. Escriban sus conclusiones en el cuaderno.

#TIC T@C



Visita la página redir.mx/SSPM2-026a y resuelve las actividades que involucran variación directa.

8. Lee el siguiente planteamiento y lleva a cabo lo que se pide.

Sandra tiene una cafetería donde sirve tres tipos de café en cuatro tamaños diferentes: chico (120 mL), mediano (240 mL), grande (360 mL) y extragrande (500 mL). A continuación, se muestra cómo prepara cada bebida.



- Café mocha Café americano Café capuchino
- a) Para cada tipo de café, determina qué fracción corresponde a cada ingrediente si se considera como unidad la taza.
- b) Calcula la cantidad de café expreso y agua para preparar el café americano.

Tamaño de la taza (mL)	120	240	360	500
Agua (mL)				
Café expreso (mL)				

- c) Determina el factor de proporcionalidad entre el tamaño de la taza y la cantidad de café expreso para cada variedad.
- Capuchino: _____ Americano: _____ Mocha: _____
- d) ¿Cuál es el factor de proporcionalidad entre el tamaño de la taza y la cantidad de leche a vapor para el caso del café mocha? _____

9. Lee el siguiente planteamiento y responde lo que se pide.

En la época de la Colonia, el cacao seguía siendo un medio de intercambio comercial. Se sabe que 2 zapotes equivalían a 1 cacao.

- a) ¿Cuál es la razón entre cacao y zapotes? _____
- b) ¿Cuál es la razón entre zapotes y cacao? _____
- c) Xóchitl tiene 17 zapotes; ¿cuántos cacaos puede adquirir? _____
- d) Xochiquétzal cuenta con 21 cacaos y los quiere cambiar por zapotes, ¿cuántos puede obtener? _____
- e) Considera que el intercambio comercial se hace ahora con monedas de diferentes países. Investiga los factores de cambio de dos monedas y establece la razón entre ellas. Escribe diferentes ejemplos en tu cuaderno.

- 10. De forma grupal, planteen una situación de intercambio comercial para establecer una razón; posteriormente, propongan dos casos para cálculo de proporciones.**

#BITÁCORA



Ve a la página 222 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

#PROTAGONISTA



Al resolver un problema es posible que necesites deducir datos a partir de la información dada en el texto, en diagramas u otras formas de representación. Esta habilidad de análisis y deducción te será de utilidad en otras áreas de tu vida.

#CONTEXTO



En los planos se utiliza una escala geométrica que establece una relación de proporcionalidad entre el territorio y la representación en papel. Consigue un mapa e identifica cuál es el factor de proporcionalidad.

Aprendizaje esperado:

recolecta, registra y lee datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea.

MIS PRIMERAS IDEAS

En 2017, los mercados de gasolinas y diésel en México transitarán de un modelo de proveedor único, encargado de abastecer a todo el país, a un esquema abierto y competitivo, en el que más jugadores compartirán la responsabilidad de llevar combustibles a todo el territorio nacional.

Secretaría de Gobernación, "Flexibilización de mercados de gasolinas y diésel" en Gob.mx [en línea], disponible en <https://www.gob.mx/aperturagasolinas>, fecha de consulta: 1 de febrero de 2018.

GLOSARIO



diésel: mezcla líquida derivada del petróleo que se usa como combustible.

oferta: cantidad de productos o servicios que se ofrecen en el mercado.

demanda: cantidad de bienes o servicios que los compradores intentan adquirir.

Lo anterior significa que el combustible ya no tiene precio único, puesto que ya no está determinado por el gobierno federal, sino por el mercado de la oferta y la demanda. Este cambio entró en vigor el 30 de noviembre de 2017.

1. Reúnete con un compañero y analicen la información de la tabla.



Año	Magna	Premium
2010	\$8.36	\$9.90
2011	\$9.32	\$10.38
2012	\$10.36	\$10.95
2013	\$11.58	\$12.14
2014	\$12.86	\$13.56
2015	\$13.57	\$14.38
2016	\$13.96	\$14.81
2017	\$16.25	\$17.98

a) Representen los datos de la tabla en una gráfica. Al concluir, revisen que hayan incluido el título, el nombre de los ejes y las unidades.

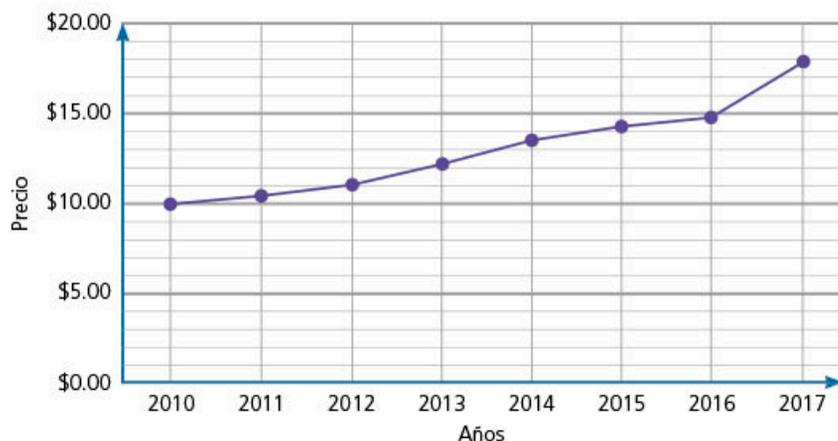
#PROTAGONISTA



¿Sabías que existe un decálogo para el consumidor de combustibles? Consúltalo en redir.mx/SSPM2-028a. En este no solo se considera el respeto de los precios, y detalles del proceso de compra-venta, sino también el derecho a la no discriminación. ¿Por qué es importante mencionar este derecho?

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

2. Analicen la información de la tabla de la actividad 1 y de la siguiente gráfica para contestar las preguntas.



Elaboración propia con base en datos del Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) y la Comisión Reguladora de Energía (CRE).

- a) ¿Los precios de qué combustible están representados en la gráfica? Escriban la respuesta como título de la gráfica.

- b) ¿Qué datos están representados en el eje horizontal?

- c) ¿Qué datos están representados en el eje vertical?

- d) ¿En qué año se inicia la gráfica y qué precio tenía la gasolina en ese momento?

- e) Escriban ese dato como un par de coordenadas. _____

- f) Escriban las coordenadas donde termina la gráfica. _____

- g) Comparen esta gráfica con la que elaboraron en la actividad anterior. En su cuaderno, hagan una lista de las similitudes y diferencias.

- h) Grafiquen en su cuaderno los datos del otro tipo de gasolina.

- i) Revisen el comportamiento de las gráficas. De acuerdo con la tendencia que se muestra, ¿aumentará o disminuirá el precio de la gasolina en los próximos años? A continuación, escriban lo que suponen que sucederá.

- j) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y lleguen a una conclusión.



#REFLEXIONA

Cuando trabajes con datos, busca información actualizada y complementala. Por ejemplo, en este caso puedes averiguar el precio de la gasolina e integrarlo a la información que te presentamos.

#DATO

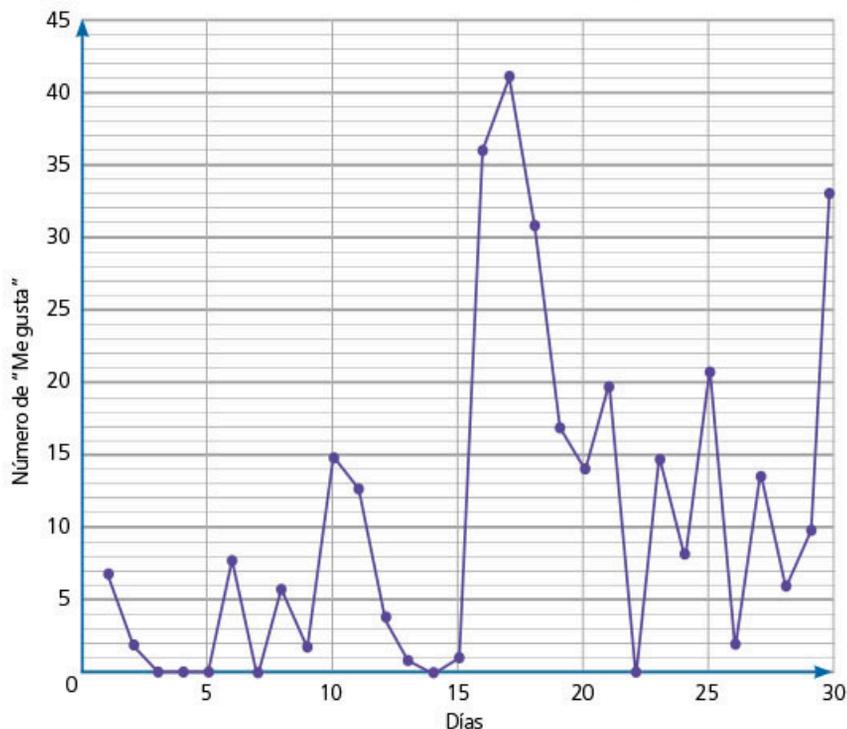


Las redes sociales son sitios de internet que permiten a las personas compartir contenidos (fotografías, textos, videos, entre otros) y crear una comunidad sobre intereses similares. Algunas cuentan con funciones o botones para que las personas expresen que les gustan sus páginas o los contenidos que se comparten. Investiga ejemplos en internet de estas redes sociales.

3. Lean el siguiente planteamiento y usen la gráfica para responder las siguientes preguntas.

Los administradores de una página en una conocida red social desean conocer cuántos "Me gusta" nuevos tuvieron durante el mes pasado.

"Me gusta" recibidos en la página



a) Observen la gráfica anterior; en ella se representa el número de "Me gusta" recibidos en ese periodo.

b) ¿En qué eje está representado el tiempo? _____

c) ¿Qué dato se representa en el otro eje? _____

d) ¿En qué valor inicia la gráfica y en cuál termina? Escriban su respuesta como coordenadas de la forma (x, y) .

e) ¿Qué día se tuvo el máximo de "Me gusta"? _____

f) ¿Qué días tuvieron menos reacciones?, ¿a qué consideran que se deba?

g) ¿Cómo usarían la información de la gráfica para mejorar la página?

#REFLEXIONA



¿La gráfica de línea se debe iniciar siempre en el origen: $(0,0)$? ¿Debe terminar en algún valor específico? Observa que, en este tipo de gráfica, la línea se inicia en la primera coordenada del conjunto de datos y termina en la última coordenada del conjunto, sin importar su valor.

4. En grupo, analicen qué características tienen en común las gráficas de las actividades 2 y 3. Observen, por ejemplo, qué dato está representado en el eje horizontal, cuál es el valor inicial y cuál el valor final, entre otros.



La **gráfica de línea** permite ver el comportamiento de una variable en el transcurso del tiempo, por ello, se suele usar para presentar tendencias temporales.

Esta se compone de un conjunto de datos representados por puntos unidos por segmentos lineales.

En el eje horizontal, se representa el tiempo (segundos, horas, días, semanas, meses, años, etc.), y en el eje vertical, la escala de la variable o indicador cuya variación queremos ver en el tiempo (índice de natalidad, tasa de inflación, precios, etcétera).

Es posible que en una sola gráfica se muestre más de una variable para hacer una comparación entre ellas, ya que permite apreciar el comportamiento de los datos en el transcurso del tiempo.

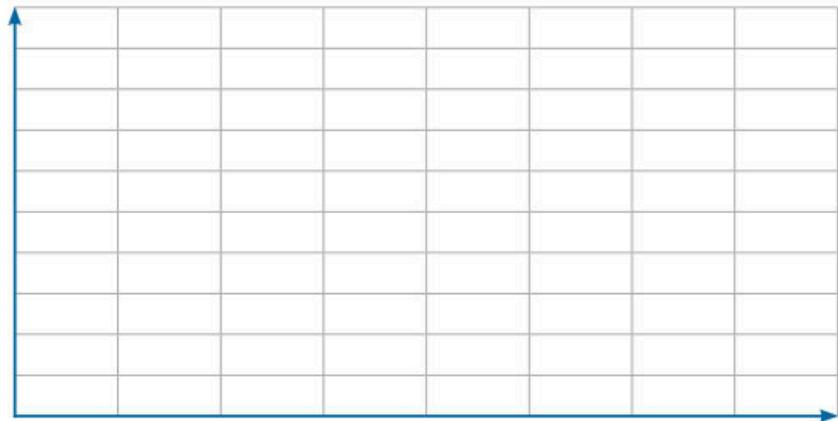


5. Grafica la información de la tabla y contesta las preguntas.

Guadalupe está haciendo una investigación sobre el comportamiento del tipo de cambio del dólar estadounidense en los últimos años. Para ello, sacó el promedio del **tipo de cambio interbancario** por año y obtuvo la información de la siguiente tabla. Para tener una visión global, decidió presentar la información en una gráfica.

Año	Cambio
2011	\$12.50
2012	\$13.10
2013	\$12.90
2014	\$13.40
2015	\$16.00
2016	\$18.70
2017	\$18.90

Tipo de cambio dólar-pesos



a) ¿Qué datos deben ir en el eje horizontal y en el eje vertical?

b) Traza la gráfica en el plano anterior y escribe las escalas adecuadas y los títulos correspondientes a cada eje.

c) ¿Cuáles son las coordenadas del punto inicial y final de la gráfica?

d) Con base en el comportamiento de la gráfica, ¿cómo consideras que será el tipo de cambio para el 2018?

GLOSARIO



tipo de cambio: relación de equivalencia entre la moneda de dos o más países.

tipo de cambio interbancario: tipo de cambio al que solamente pueden acceder las instituciones financieras, generalmente bancos.

#EXPERIMENTA



Resuelve la actividad “Gráficas dinámicas”, en la página 34.

Año	Defunciones
2007	514 420
2008	539 530
2009	564 673
2010	592 018
2011	590 693
2012	602 354
2013	623 599
2014	633 641
2015	655 688
2016	685 766

#BITÁCORA



En la página 223, resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

#TIC T@C



En el sitio web del Inegi puedes consultar información estadística; te sugerimos los siguientes enlaces:

redir.mx/SSPM2-032b,
redir.mx/SSPM2-032c.

#ALGUIEN COMO YO

Jack Andraka, antes de cumplir 16 años, desarrolló un examen prometedor de detección precoz para el cáncer de páncreas. ¿Cómo lo hizo? Descúbrelo en redir.mx/SSPM2-032a.

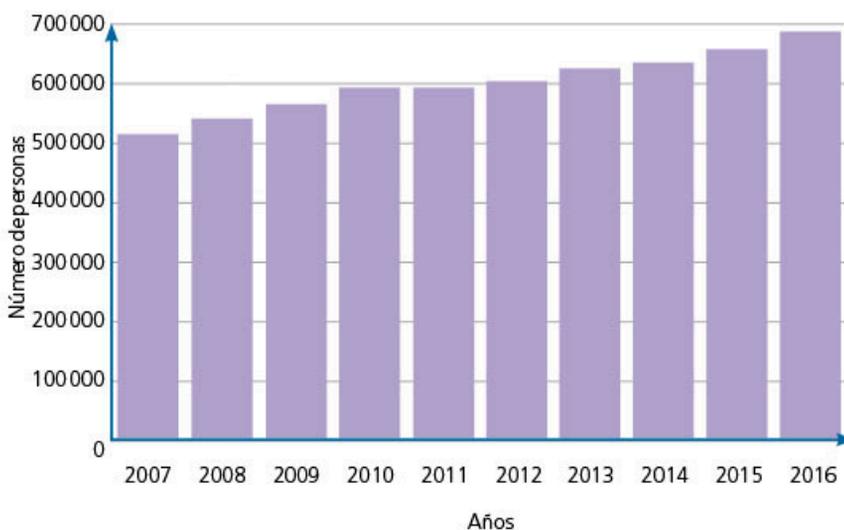
MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

6. Reúnete con dos compañeros para esta actividad.

El Instituto Nacional de Estadística y Geografía (Inegi) reporta anualmente las defunciones generales en México.



Defunciones generales en México, 2007-2016



Elaboración propia con datos del Inegi

- En su cuaderno, tracen una gráfica de línea con base en los datos anteriores. Para ello, elijan la escala adecuada que les permita representar los datos en este periodo.
- ¿En qué años hubo un descenso en el número de defunciones generales?

- ¿Cuál es la tendencia?

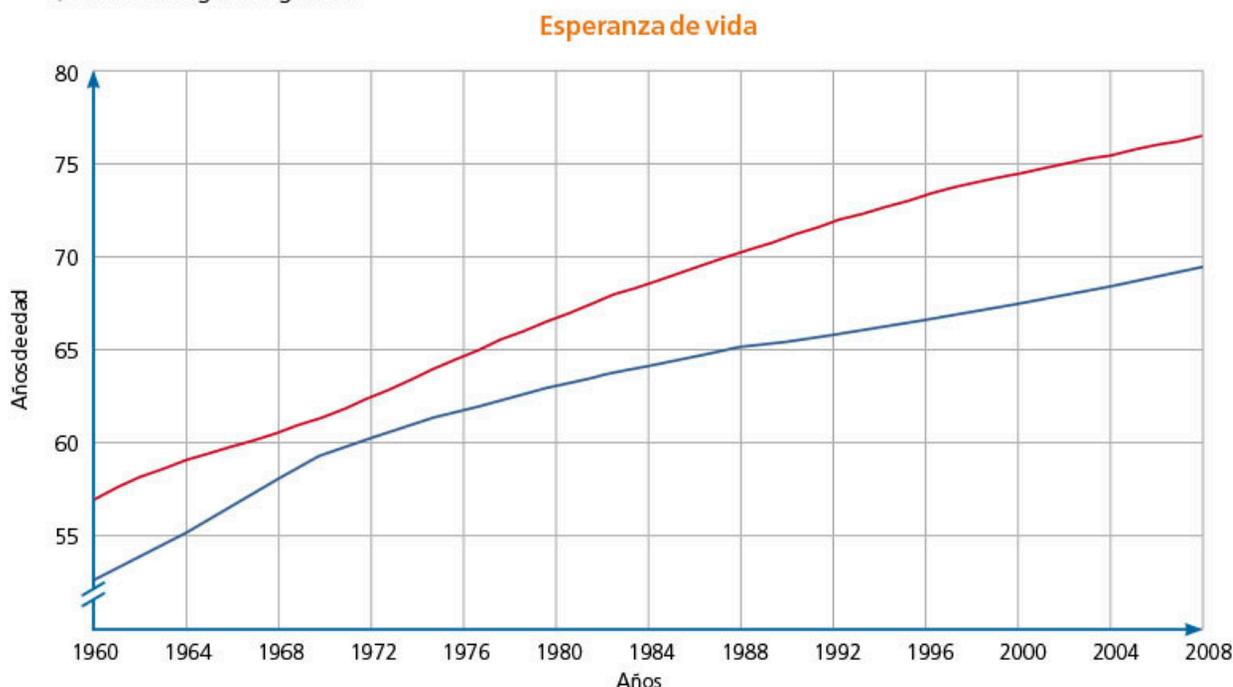
- Propongan otras preguntas que puedan responder con base en la gráfica que trazaron.
- Investiguen cuáles son las tres principales causas de muerte en su entidad y para su grupo de edad.

- Con los datos que encontraron, decidan un periodo adecuado para elaborar una gráfica de línea en su cuaderno.
- Analicen la gráfica y elaboren algunas conclusiones con base en su comportamiento; por ejemplo, si esa causa ha disminuido o aumentado en los últimos años.
- Investiguen las actividades de prevención para las causas que identificaron y registren las en su cuaderno.
- Diseñen una campaña para prevenir la principal causa de muerte en su entidad. Con la guía del profesor, presentarán sus materiales en su escuela o en su localidad.



7. Reúnete con un compañero. Analicen la gráfica y lleven a cabo lo que se pide.

a) Analicen la siguiente gráfica.



Elaboración propia con datos del Banco Mundial, "Esperanza de vida al nacer, total (años)".

b) ¿Es una gráfica de línea? _____

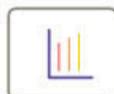
Justifiquen su respuesta. _____

c) Investiguen qué es la esperanza de vida y defínanla en su cuaderno.

d) En la gráfica se representa la esperanza de vida promedio de México y del mundo. Identifiquen cuál corresponde a cada concepto si saben que la esperanza de vida en el mundo fue de 69.14 años en 2008.

e) Averigüen la esperanza de vida en otros países y compárenla con la de México; consideren diversos criterios, por ejemplo, colindancia, región, importancia de su economía, etcétera. Para ello, pueden entrar en el sitio redir.mx/SSPM2-033a.

f) Exploren otras formas de presentar la información temporal con las gráficas dinámicas que se encuentran en esa página.



g) Elaboren, en su cuaderno, la gráfica de línea de la esperanza de vida y escriban una conclusión sobre cómo estiman que será en el futuro cercano. Mencionen, por ejemplo, si es probable que llegue a ser de 100 años.



8. Reúnanse en equipo y redacten los pasos para construir una gráfica de línea. Explíquenlos ante el grupo con un ejemplo. Concluyan, también, cuál es su utilidad para representar información en la vida cotidiana.

#CONTEXTO

En medios de comunicación impresos, busca gráficas de línea e interpreta la información que contienen. Comprueba si en el eje horizontal presentan datos en alguna escala de tiempo.

Gráficas dinámicas

1. Entra a internet y lleva a cabo la actividad.

- Ingresas al sitio del Inegi (redir.mx/SSPM2-034a). En la pestaña Datos, selecciona el tema Población. En la nueva página que se abre, elige la opción Población.
- Al hacerlo, se mostrará una nueva página, y en la "Información general" encontrarás diferentes gráficas sobre la población. Explora la gráfica titulada "Población total".
- Con base en la gráfica, responde las preguntas en tu cuaderno.



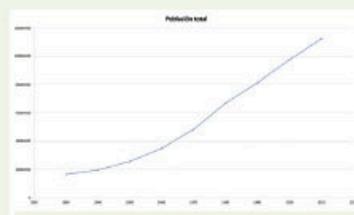
- » ¿Cuál es el periodo en que se presenta la información?
- » Pon el cursor sobre las barras. ¿Qué información se visualiza?
- » ¿Qué observas con el avance de los años?

d) Explora otras gráficas en el sitio y observa cómo se representa cada tipo de dato.

2. Crea la gráfica en una hoja de cálculo.

- Abre una hoja nueva de cálculo y copia la información del sitio del Inegi. En la primera columna, registra la población de cada 10 años, iniciando en 1930; en la segunda, la población.
- Grafica los datos; para ello, selecciona los datos y después el tipo de gráfico que deseas utilizar, por ejemplo, el de dispersión.
- Con esos datos elabora un reporte en el que incluyas la gráfica y su descripción.

Año	Población total
1930	16552722
1940	19653552
1950	25791017
1960	34923129
1970	48225238
1980	66846833
1990	81249645
2000	97438412
2010	112336538



1. Resuelve el problema.

Varios alumnos decidieron preparar algunas tartas para compartir con el resto de sus compañeros y celebrar el 14 de febrero. En la receta que encontraron para elaborar una tarta para 4 personas, se mencionaban los siguientes ingredientes: $\frac{2}{5}$ kg de harina, $\frac{1}{4}$ kg de mantequilla y 5 huevos.

a) Si el grupo se compone de 35 alumnos, ¿cuántas tartas deberán elaborar para que cada alumno tenga al menos una porción?

b) ¿Cuántos kilogramos de harina tendrán que comprar?

c) Si las barras de mantequillas son de 330 g, ¿cuántas barras se necesitarán?

d) ¿Qué estrategias utilizaste para resolver el problema? Compáralas con las de alguno de tus compañeros.

2. Valora el uso de estrategias de aprendizaje.

a) Marca tu respuesta en la columna correspondiente.

1. Cuando escuchas la explicación de tu profesor acerca de multiplicación y división con fracciones y decimales, tomas nota de las ideas más importantes.				
Siempre	Casi siempre	A veces	Casi nunca	Nunca
2. Cuando tienes alguna duda sobre cómo resolver un problema, le preguntas a tu profesor.				
Siempre	Casi siempre	A veces	Casi nunca	Nunca
3. Cuando tienes alguna duda sobre cómo resolver un problema, investigas por tu cuenta.				
Siempre	Casi siempre	A veces	Casi nunca	Nunca
4. Cuando tienes alguna duda sobre cómo resolver un problema, le preguntas a algún compañero.				
Siempre	Casi siempre	A veces	Casi nunca	Nunca
5. Cuando resuelves problemas de multiplicación y división de números fraccionarios y decimales, utilizas algún método para comprobar tus respuestas.				
Siempre	Casi siempre	A veces	Casi nunca	Nunca
6. Cuando no puedes resolver un problema, haces otras actividades y después de un tiempo vuelves a intentarlo.				
Siempre	Casi siempre	A veces	Casi nunca	Nunca

b) Cuando tienes duda, ¿usas una estrategia distinta a las mencionadas?, ¿cuál?

c) Compara tus respuestas con las de algún compañero. ¿Cuáles de estas estrategias consideran que sean las más útiles y por qué?

d) Comenta alguna dificultad que hayas tenido al multiplicar y dividir con fracciones y decimales, y cómo lograste resolverla.

Aprendizaje esperado: calcula el perímetro y el área de polígonos regulares y del círculo a partir de diferentes datos.

MIS PRIMERAS IDEAS

Rodrigo desea rentar un local en una plaza comercial. El costo de la renta mensual es de \$250.00 por metro cuadrado.

1. Reúnete con un compañero, hagan lo que se pide y respondan las preguntas.

a) Si el presupuesto mensual de Rodrigo para el pago de renta es de \$4500.00, ¿cuál puede ser el área máxima del local? _____

b) Describan el procedimiento que siguieron para dar respuesta a la pregunta anterior.

c) En una hoja cuadrículada, dibujen seis posibles formas del local que cubra el presupuesto de Rodrigo. Supongan que cada cuadrado representa 1 m².

d) Si las siguientes imágenes representan los locales de la plaza comercial, ¿cuál o cuáles puede rentar Rodrigo? _____ Justifiquen su respuesta.



#DATO



El área es la medida de una superficie delimitada. El perímetro es el contorno o la medida de una superficie (o figura).

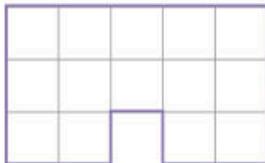
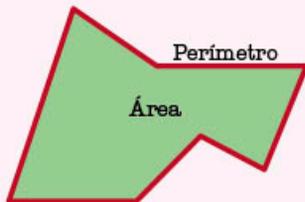


Figura 1

$P_1 =$ _____
 $A_1 =$ _____

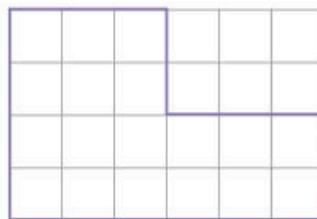


Figura 2

$P_2 =$ _____
 $A_2 =$ _____

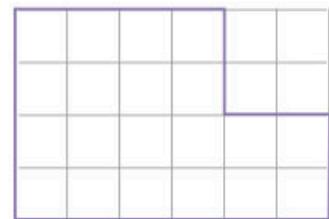


Figura 3

$P_3 =$ _____
 $A_3 =$ _____

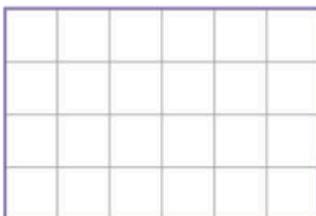


Figura 4

$P_4 =$ _____
 $A_4 =$ _____

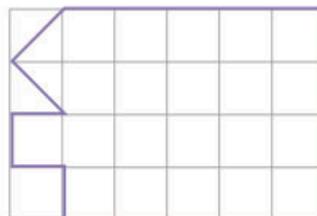


Figura 5

$P_5 =$ _____
 $A_5 =$ _____

e) Calculen el perímetro y área de cada local del inciso anterior. Escriban sus respuestas debajo de cada figura.

f) Si Rodrigo decide rentar un local en forma de triángulo rectángulo, ¿qué medidas podría tener? Mencionen tres ejemplos. _____

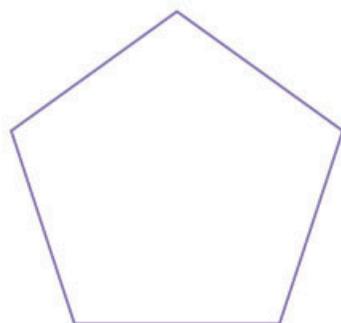
g) Dibujen en la hoja cuadrículada tres posibles locales triangulares (no triángulo rectángulo) que cumplan las necesidades de Rodrigo.

MI PROCESO DE APRENDIZAJE

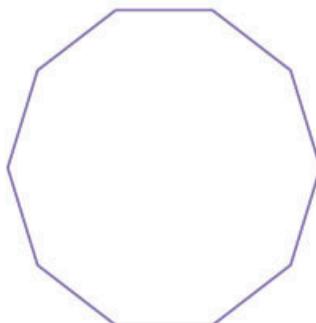
2. En parejas, respondan las preguntas y desarrollen las actividades que se sugieren.

Juan sabe calcular el área de triángulos y cuadriláteros, pero le han pedido que calcule el área de los siguientes polígonos.

- a) ¿Cómo se llama cada polígono? _____

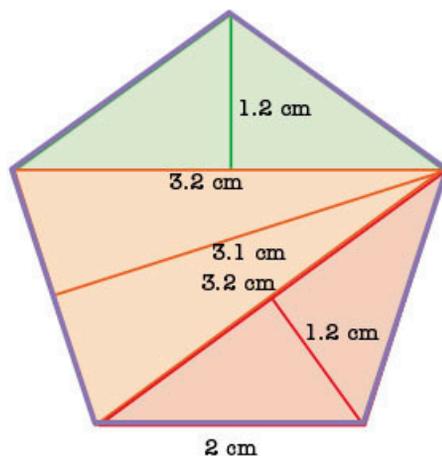


2 cm



2 cm

- b) La solución que se le ocurrió a Juan fue dividir el polígono 1 en triángulos, calcular el área de estos y, finalmente, sumarlas. Observa su procedimiento y completa los espacios.



2 cm

Triángulo 1 (T1)	$b_1 = 3.2 \text{ cm}$	$h_1 = 1.2 \text{ cm}$	$A = \frac{bh}{2}$
	$A_1 = \frac{(3.2)(1.2)}{2}$	$A_1 = \frac{3.84}{2}$	$A_1 = 1.92 \text{ cm}^2$
Triángulo 2 (T2)	$b_2 = 2 \text{ cm}$	$h_2 = 3.1$	$A = \frac{bh}{2}$
	$A_2 = \underline{\hspace{2cm}}$	$A_2 = \underline{\hspace{2cm}}$	$A_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
Triángulo 3 (T3)	$b_3 = 3.2 \text{ cm}$	$h_3 = 1.2 \text{ cm}$	$A = \frac{bh}{2}$
	$A_3 = \underline{\hspace{2cm}}$	$A_3 = \underline{\hspace{2cm}}$	$A_3 = \underline{\hspace{2cm}}$
Área del pentágono: $A_{T1} + \underline{\hspace{2cm}} + A_{T3}$			
Área = $\underline{\hspace{2cm}} + 3.1 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$			



#REFLEXIONA

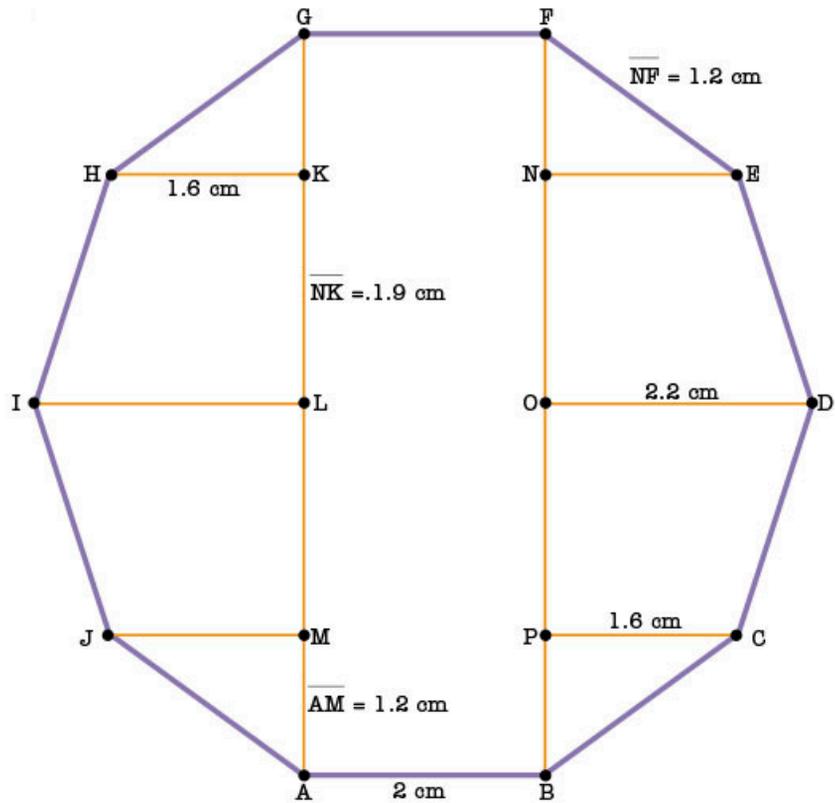
Si dos polígonos regulares tienen la misma medida de lado, pero uno tiene el doble de lados que el otro, ¿el área del segundo es el doble que la del primero?

#REFLEXIONA



¿Podrías utilizar la técnica de dividir una figura en triángulos u otras figuras geométricas para calcular el área de un terreno irregular?

Juan piensa que puede dividir el polígono 2 en cuadriláteros y triángulos como se muestra en la siguiente figura.



c) Completen la tabla de acuerdo con la división del polígono.

Vértices	Polígono que se forma	Fórmula del área	Sustitución	Área
AMJ	Triángulo	$A = \frac{bh}{2}$	$A = \frac{(1.6)(1.2)}{2}$	$A = 0.96 \text{ cm}^2$
MLIJ				
LKHI				
KGH				
BPC				
PODC				
ONED	Trapezio	$A = \frac{(B+b)h}{2}$	$A = \frac{(2.2 + 1.6)(1.9)}{2}$	$A = 3.61 \text{ cm}^2$
NFE				
ABFG				
Área total				

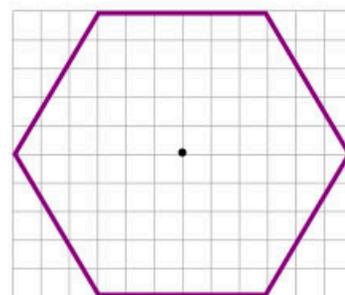
d) Si tuvieran que calcular el área de un polígono regular de 50 lados, ¿sería conveniente este procedimiento? Justifiquen su respuesta en el cuaderno.



3. Reúnanse en equipo, desarrollen la siguiente actividad y contesten las preguntas.

Consigan una hoja, lápiz, regla y tijeras.

- Copien en la hoja el polígono de la derecha.
- Tracen las diagonales para localizar el centro.
- ¿Cuántos triángulos se forman? _____
- ¿Cuánto miden de base? _____
- Encuentren el punto medio de uno de sus lados, únanlo con el centro y midan la longitud del segmento resultante.
¿Qué medida del triángulo encontraron? _____
- ¿Cuál es el área de cada triángulo? _____
- ¿Cuál es el área del hexágono? _____
- Recorten el hexágono (figura 1) por todas las líneas trazadas y armen con los triángulos un rectángulo (figura 2). Pueden girar o rotar los triángulos.



#TIC T@C 
 Observa una descomposición de figuras en redir.mx/SSPM2-039a.

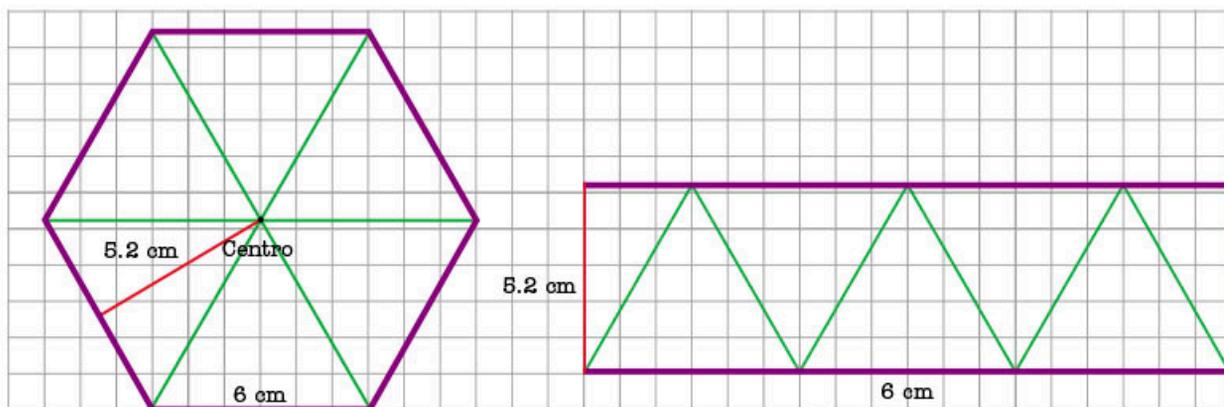


Figura 1

Figura 2

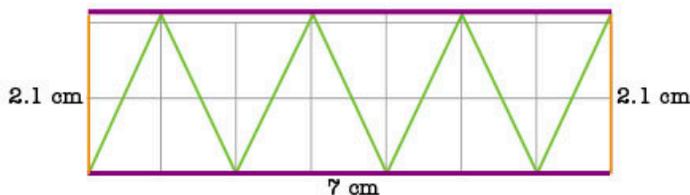
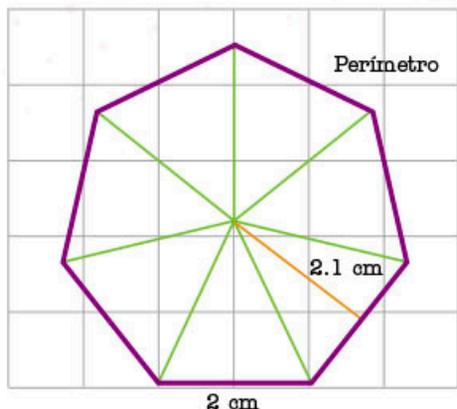
- ¿Cuánto mide de base el rectángulo? _____
- ¿Cuánto mide de altura el rectángulo? _____
- ¿Cuál es el área del rectángulo? _____
- ¿Obtienen la misma respuesta que en el inciso i)? Justifiquen su respuesta.

- ¿Qué relación hay entre el perímetro del hexágono y la base del rectángulo?

- Si tuvieran que calcular el área de un polígono regular de 50 lados, ¿sería conveniente este procedimiento? Justifiquen su respuesta en el cuaderno.

#REFLEXIONA 
 Traza un hexágono y los segmentos que van de un vértice al centro, a los que nombraremos *radios*. ¿Cómo son entre sí el radio y el lado del hexágono? ¿En qué otro polígono se presenta esta relación?

4. Observa las partes de un polígono regular y el rectángulo que se forma al recortarlo en triángulos y reorganizar sus piezas. Compáralos y contesta las preguntas.



- ¿Cuánto mide cada lado del polígono? _____
- ¿Cuánto mide el perímetro del polígono? _____
- ¿Cuánto mide la base del rectángulo? _____
- Completa la frase.
La base del rectángulo (b) es igual a _____ del perímetro del polígono.
- ¿Cuánto mide la **apotema** (a) del polígono? _____
- ¿Qué representa la apotema en el rectángulo? _____
- Revisa y completa el siguiente procedimiento.

Área de rectángulo = _____

Como $b = \frac{1}{2}p$, al sustituir en la fórmula, tenemos...

Área de rectángulo = $\frac{1}{2}(p)(h)$

La altura es igual al apotema.

Área de rectángulo = $\frac{1}{2}(p)(a)$.

Como el área del rectángulo formado es igual al área del polígono, tenemos...

Área del polígono regular = _____

- Calcula el área del heptágono utilizando la fórmula anterior. ¿Obtienes el mismo resultado? _____
- Compara tus respuestas con las de tus compañeros. En particular, analicen los pasos del procedimiento del inciso g).

5. En parejas, tracen en su cuaderno otros polígonos regulares y repitan los pasos de la actividad 4. Recorten cada polígono en triángulos y formen el rectángulo equivalente; después, calculen el área de las figuras.

El área (A) de un polígono regular es igual a la mitad del producto de su perímetro (p) por la apotema (a): $A = \frac{pa}{2}$.

GLOSARIO

apotema: segmento que une el centro de un polígono regular y el punto medio de uno de sus lados.

#BITÁCORA

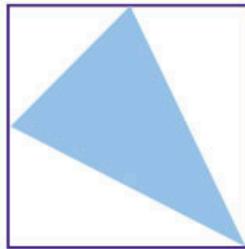
Ve a la página 223 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS



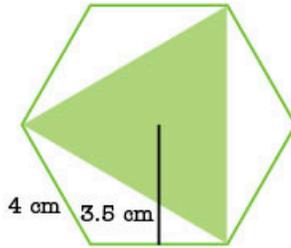
6. Organícense en equipos y resuelvan los problemas. En su cuaderno, hagan los trazos auxiliares necesarios para averiguar los datos faltantes.

a) Calculen el área de las figuras sombreadas.



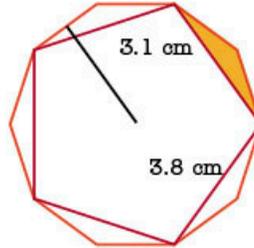
8 cm

$$A_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$



4 cm 3.8 cm

$$A_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$



3.1 cm

3.8 cm

$$A_3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

b) Tracen un cuadrado ABCD de 8 cm de lado. Calculen el área del cuadrado que se encuentra dentro del cuadrado ABCD si se sabe que sus vértices están en los puntos medios de los lados del cuadrado ABCD. _____

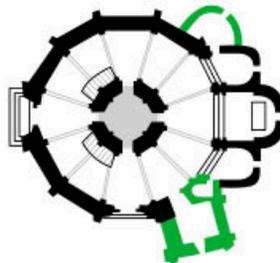
c) ¿Cuánto mide la apotema de un pentágono que mide 8 cm de lado y tiene 110.11 cm^2 de área? _____

d) Hay dos terrenos en venta del mismo precio. Uno es de forma decagonal y mide 32 m de lado, el otro es rectangular y mide 160 m de base y 48 m de altura. Un comprador desea el de mayor superficie, ¿cuál le conviene elegir?

e) La iglesia de la Vera Cruz en Segovia, España, tiene una planta de base dodecagonal. Su superficie mide 473 m^2 y su lado 6.5 m. ¿Cuál es la distancia que hay de la puerta al centro de la nave? _____



Iglesia de la Vera Cruz



Croquis de su planta

f) Comparen sus respuestas con las de compañeros. Analicen qué datos conocían y las estrategias que emplearon para deducir los que les hacían falta. Validen sus soluciones y lleguen a acuerdos en caso de diferencias.



7. Observen las construcciones de su entorno e identifiquen los polígonos regulares que emplean. Analicen grupalmente qué figuras son las más empleadas y por qué consideran que es así.



#TIC T@C

Entra en redir.mx/SSPM2-041a y explora el interior de la iglesia de la Vera Cruz y sus alrededores. ¿Así la habías imaginado?



#CONTEXTO



El Pentágono es la sede del Departamento de Defensa de los Estados Unidos de América. Aunque su fachada mide 280 m de largo, se requieren máximo 7 min para caminar entre dos puntos cualesquiera del edificio. Si tuviera el mismo perímetro, pero fuera cuadrangular, ¿cuánto medirían sus lados?

Aprendizaje esperado: resuelve problemas de multiplicación y división con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

MIS PRIMERAS IDEAS

Alicia es responsable del departamento de recursos humanos en una empresa. Como parte de su reporte anual, hizo una encuesta para conocer la opinión de los doce trabajadores respecto a la comida que se sirve en el comedor de la empresa. La encuesta consta de tres afirmaciones, y los trabajadores deben manifestar su grado de acuerdo o desacuerdo ante cada afirmación usando la siguiente escala.

	-2 Totalmente en desacuerdo	-1 En desacuerdo	0 Ni de acuerdo, ni en desacuerdo	1 De acuerdo	2 Totalmente de acuerdo
1. La comida tiene buen sazón.					
2. La comida se sirve a tiempo.					
3. El menú es variado.					

1. Responde las preguntas.

a) Después de aplicar la encuesta, Alicia debe sumar todos los valores obtenidos en cada pregunta. Respecto a la primera afirmación ("La comida tiene buen sazón"), se obtuvieron los siguientes resultados: 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2. Expresa el puntaje total como una suma y como una multiplicación.

b) En la segunda afirmación ("La comida se sirve a tiempo"), se obtuvieron los siguientes resultados: -2, -2, -2, -2, -2, -2, -2, -2, -2, -2, -2, -2. ¿Cuál fue el puntaje obtenido? Exprésalo como una suma y como una multiplicación.

c) Para la tercera afirmación ("El menú es variado"), Alicia anotó el resultado en su cuaderno: "ocho veces la opción -2 más cuatro veces la opción 1". Representa esta situación como una operación combinada entre suma y producto, y determina el puntaje.

d) Alicia aplicó la misma encuesta el año pasado, y en esa ocasión los resultados obtenidos en la primera afirmación fueron: $6(-2) + 4(-1) + 1(1) + 4(0)$.

» Describe la elección de los trabajadores.

» ¿Qué puntaje se obtuvo? _____

» ¿Cuántos trabajadores participaron en la consulta? _____

e) En la segunda afirmación, se obtuvo un puntaje de -20. Escribe dos posibles resultados en la encuesta donde se obtenga ese promedio. Emplea operaciones combinadas de multiplicación y suma para indicar los casos.

f) En parejas, comprueben sus soluciones y corrijan lo necesario.



#DATO



El símbolo de menos (-) se usa para representar la resta o para indicar un número negativo. Al sumar o restar números negativos, se utilizan paréntesis para no confundir los signos. Ejemplo:
 $-2 + (-2) = -4$
 $-2 - (-2) = 0$

#EXPERIMENTA



Resuelve la actividad "Multiplicación gráfica con puntos y rectas", en la página 56.

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE



2. En parejas, lean el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.

Tomás y Teresa juegan "Carrera por el laberinto". Este juego de mesa requiere de dos dados y un tablero con casillas del -100 al 100 . El primer dado está numerado del 1 al 6 y el segundo tiene la siguiente serie de números: $-3, -2, -1, 0, 1, 2$. Al lanzar los dados, se multiplican los números obtenidos para avanzar o retroceder casillas de acuerdo con el valor obtenido. Si el resultado es positivo, se avanza; si es negativo, se retrocede; y si es igual a 0 , se pierde un turno.

a) Tomás obtuvo 4 en el primer dado y -3 en el segundo. ¿Cuál fue el resultado?

¿Cuántas casillas avanzó o retrocedió? _____

b) Teresa estaba en la casilla 32 , y en cinco turnos obtuvo los siguientes resultados: $4(-3), 2(0), 4(4), 6(-3), 3(2)$.

» En total, ¿cuántas casillas avanzó o retrocedió? _____

» ¿En qué casilla está Teresa ahora? _____

c) Al tirar 5 en el primer dado, ¿qué posibles resultados se pueden obtener al lanzar el segundo dado? Completen la siguiente tabla.

$5(-2)$	$5(-1)$	$5(0)$	$5(1)$	$5(2)$	$5(3)$
				10	15

» Expliquen qué comportamiento se observa en los resultados obtenidos.

d) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Si sus valores son distintos, analicen los procedimientos y logren un acuerdo para la respuesta correcta.

3. Lean la siguiente situación y respondan las preguntas.

En un programa de televisión, se proponen retos diarios a los equipos. Cuando los logran, reciben 1.5 puntos, y cuando fallan, les quitan 1.5 puntos. Si el equipo decide no aceptar el reto, dice "salto" y no obtienen puntos.

a) El equipo Alfa logró 3 retos y falló en 4 . ¿Cuál es su puntuación? _____

b) El equipo Delta ganó en 3 retos, falló en 1 y tuvo 3 saltos. ¿Cuál es su puntuación? _____

c) Una de las semanas del concurso, el equipo Alfa logró todos los retos que enfrentó y obtuvo 24 puntos. ¿En cuántos retos participó?

d) Otra de las semanas, el equipo Delta obtuvo 12 puntos por los retos logrados y -18 puntos por los retos que falló. ¿Cuántos retos logró y cuántos no?

e) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Analicen qué operación emplearon para responder cada uno de los incisos. ¿Cómo son entre sí estas operaciones?



#REFLEXIONA

Para responder el inciso b), ¿en qué orden efectuaste las operaciones? Considera la jerarquía de las operaciones. Recuerda que es diferente el signo de menos cuando indica resta que cuando indica un número negativo.



#BITÁCORA



Resuelve las actividades de esta secuencia en la página 224.

4. Escribe los números que hacen falta en las siguientes sucesiones numéricas y responde las preguntas.

a) 4, 8, 12, _____, _____, _____, _____

» ¿Qué lugar en la lista le corresponde al número 20? _____

» ¿Qué lugar le corresponde al número 48? _____

b) 1.3, 2.6, 3.9, _____, _____, _____

» ¿Qué número debes agregar a cada término para obtener el siguiente? _____

» Toma cualquier término de la sucesión y divídelo entre el resultado anterior; repite este procedimiento con tres casos diferentes. ¿Qué representa el valor que obtienes en cada división? _____

c) _____, _____, _____, _____, _____, -30, -35, -40, _____, _____

» ¿Cómo se obtiene el siguiente término de la sucesión? _____

» ¿Qué lugar le corresponde al número -60? Escribe una división que permita determinar ese lugar. _____

d) El profesor Pedro indicó en el pizarrón la siguiente operación: $(-38.5) \div (-3.5)$, la cual permite determinar el lugar que ocupa la cantidad de -38.5 en una sucesión.

» ¿Cuál es el lugar que ocupa en la sucesión? _____

» Escribe los primeros 12 términos de la sucesión.

5. Relaciona las columnas, para ello, escribe en el paréntesis la letra que les corresponde. En la primera columna están los términos de la sucesión y en la segunda las operaciones para obtenerlos.

a) -7, -6, -5, -4, -3, -2 (____) $(-2) \times 3, (-2) \times 2, (-2) \times 1, (-2) \times 0, (-2) \times (-1), (-2) \times (-2)$

b) -10, -5, 0, 5, 10 (____) $(-3) \times 7, (-2) \times 7, (-1) \times 7, 0 \times 7, 1 \times 7, 2 \times 7$

c) 9, 6, 3, 0, -3, -6 (____) $(-1) \times 7, (-1) \times 6, (-1) \times 5, (-1) \times 4, (-1) \times 3, (-1) \times 2$

d) -6, -4, -2, 0, 2, 4 (____) $3 \times 3, 2 \times 3, 1 \times 3, 0 \times 3, (-1) \times 3, (-2) \times 3$

e) -21, -14, -7, 0, 7, 14 (____) $2 \times (-5), 1 \times (-5), 0 \times (-5), (-1) \times (-5), (-2) \times (-5)$

6. En parejas, analicen los signos de los resultados de las multiplicaciones de la actividad anterior. Después, completen los siguientes enunciados.

Al multiplicar un número positivo por uno positivo, el resultado es _____.

Al multiplicar un número positivo por uno negativo, el resultado es _____.

Al multiplicar un número negativo por uno positivo, el resultado es _____.

Al multiplicar un número negativo por uno negativo, el resultado es _____.



#TIC T@C



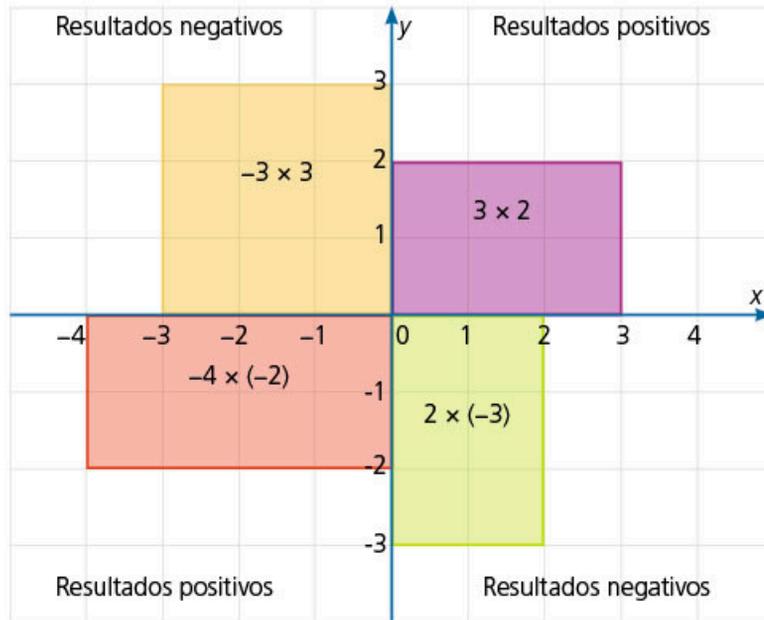
Practica las operaciones aritméticas con números con signo en redir.mx/SSPM2-044a.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS



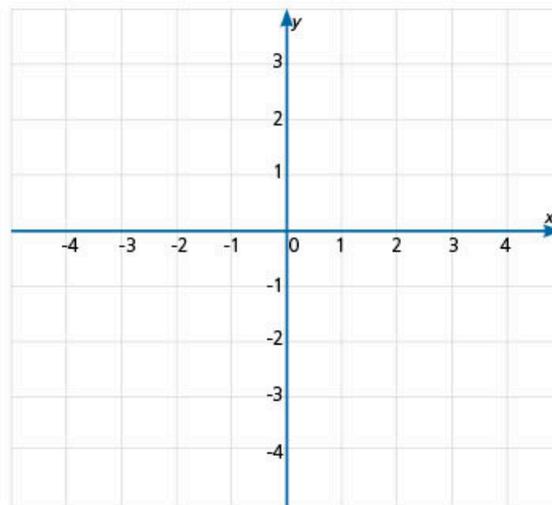
7. Reúnete con un compañero, analicen el siguiente planteamiento, resuelvan las operaciones y determinen los resultados.

El producto de dos números con signo se puede representar como un cuadrilátero en un sistema de coordenadas cartesianas. En la siguiente figura aparecen los cuatro casos de multiplicación. Observa que el primer factor corresponde al valor del eje horizontal y el segundo factor corresponde al valor del eje vertical.



- a) Determinen el resultado de las cuatro multiplicaciones asociadas a cada figura del plano cartesiano anterior y escríbanlo en cada una.
- b) En el plano, tracen una figura para cada multiplicación y obtengan su resultado.

- » $(-3)(-1) =$
- » $(5)(-2) =$
- » $(3)(-1) =$
- » $(-1)(4) =$
- » $(-1\frac{1}{2})(2) =$
- » $(-0.5)(3) =$
- » $(-2)(-2\frac{1}{2}) =$
- » $(0.5)(-4.5) =$



8. De manera grupal, elaboren una tabla abreviada que indique el signo del resultado para cada uno de los cuatro casos de multiplicación de números con signo.



#DATO

Los ejes dividen el plano cartesiano en cuatro partes denominadas *cuadrantes*.



#REFLEXIONA

Observa que las medidas de cualquier figura son positivas. Al representarlas en el plano cartesiano, están asociadas a un sistema de referencia, por lo que los resultados pueden ser positivos o negativos, dependiendo del cuadrante donde se dibuje el cuadrilátero.



#CONTEXTO



En el códice de Dresde está el registro de que los mayas utilizaban un sistema de numeración vigesimal y desarrollaron el concepto del *cero*, alrededor del año 36 a. n. e. Investiga la historia de este número y elabora su línea de tiempo.

Aprendizaje esperado: resuelve problemas de multiplicación y división con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

MIS PRIMERAS IDEAS

En el juego llamado "carrera al -20", se emplea una tabla con dos columnas como la que se muestra a continuación. Un jugador inicia escribiendo -1 o -2 y el otro jugador debe sumar mentalmente -1 o -2 al número anterior y escribirlo en la tabla. Gana el jugador que llega exactamente a -20.

Jugador 1	Jugador 2

1. En parejas, jueguen varias veces "carrera al -20".

- a) Jueguen varias veces hasta determinar un procedimiento para ganar. Para cada juego, utilicen una tabla diferente y agreguen tantas filas como sea necesario.
- b) ¿Qué sucesión de números es la adecuada para ganar?

c) ¿Es importante quién inicia el juego? _____

d) Prueben su estrategia jugando contra otros compañeros.

2. Analicen el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.

Benito expuso a sus compañeros el método egipcio para multiplicar. La base de este método consiste en elaborar una tabla de manera que en la primera columna se duplica el valor del primer factor y, al mismo tiempo, en la segunda columna se duplica el número 1. En la siguiente fila, se duplican los números anteriores y se continúa el proceso hasta que el número de la segunda columna es menor o igual que el segundo factor.

- a) Por ejemplo, para multiplicar $(-14) \times (11)$ se emplea la siguiente tabla. Complétenla hasta que en la columna B el valor obtenido sea menor o igual que el segundo factor; en este caso, hasta que ese número sea menor o igual que 11.

	Columna A	Columna B	
	-14	1	
$\times 2$	-28	2	$\times 2$
$\times 2$			$\times 2$

- b) El siguiente paso es identificar los números de la columna B tal que al sumarlos se obtenga 11. ¿Cuáles son?

c) Coloreen los números 8, 2 y 1 en la columna B y sus correspondientes valores en la columna A.

d) ¿Cuál es la suma de los valores marcados en la columna A? _____

e) Verifiquen que el valor obtenido en d) coincide con el resultado del producto de $(-14)(11)$ y comprueben que es correcto. _____



#REFLEXIONA



Observa que en la tabla no se agrega otra fila, porque al duplicar 8 se obtiene 16 y este número es mayor que 11.

#FUENTE



Alex Bellos, *Alex en el país de los números*, s/c, Grijalvo, 2011.

El autor combina la historia con el reportaje periodístico; de esta manera presenta las diferentes áreas de las matemáticas.

4. Escribe en los paréntesis V si la afirmación es verdadera o F si es falsa.

- a) La división es la operación inversa de la multiplicación. ()
- b) Multiplicar una cantidad por $-\frac{1}{5}$ es lo mismo que dividirla entre 5. ()
- c) Dividir una cantidad entre $\frac{1}{9}$ es lo mismo que multiplicarla por 9. ()
- d) Al multiplicar cualquier cantidad por 0, se obtiene 0. ()
- e) Al dividir cualquier cantidad entre 0, se obtiene 0. ()
- f) Al dividir cualquier 0 entre cualquier cantidad, el resultado es 0. ()

5. En grupo y con ayuda del profesor revisen las respuestas de la actividad anterior y resuelvan sus dudas. Usen la calculadora para resolver ejemplos de los casos descritos en los incisos d), e) y f). Después, lean la información del recuadro.



Al multiplicar un número positivo o negativo por 0, siempre se obtiene 0.

Al dividir un número positivo o negativo entre 0, siempre se obtiene 0.

Sin embargo, la división de un número entre 0 no posee un valor definido

➔ MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

6. Resuelve las siguientes operaciones.



- a) $9 \div \left(-\frac{3}{4}\right) =$
- b) $(3.9) \div \left(-\frac{1}{3}\right) =$
- c) $-\frac{2}{7} \div 0.2 =$
- d) $\left(-\frac{16}{5}\right) \div (-1.2) =$
- e) $\left(-\frac{4}{5}\right)(-11)\left(\frac{1}{2}\right) =$
- f) $(-3.2)\left(\frac{1}{4}\right)(0.2) =$
- g) $\left(\frac{1}{3}\right)(-11.2)\left(-\frac{2}{7}\right) =$
- h) $\left(\frac{6}{5}\right)(0.1) \div \left(-\frac{2}{3}\right) =$
- i) $\left(-\frac{2}{7}\right) \div (-0.3)(0.2) =$

7. Trabaja con un compañero. Revisen las respuestas de la actividad anterior y respondan en su cuaderno.



- a) Describan los procedimientos que emplearon.
- b) Si identificaron diferencias, ¿cómo validaron cuál es la respuesta correcta?
- c) ¿Hubo algún error que cometieran constantemente?, ¿cuál fue y cómo lo resolvieron?

d) Resuelvan las siguientes operaciones.

$$\gg -\frac{1}{3} \div \frac{4}{5} \div \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) =$$

$$\gg \frac{7}{8} \div (-4) \div \frac{2}{5} \div \left(-\frac{1}{4}\right) =$$

e) Redacten un procedimiento para efectuar divisiones entre dos o más fracciones consecutivas.

8. **Calcula mentalmente las siguientes operaciones.**

a) El doble de $\frac{2}{5} =$

b) La mitad de $\frac{4}{9} =$

c) La tercera parte de $-0.6 =$

d) El cuádruple de $0.25 =$

9. **Determina los números faltantes para que el resultado sea el indicado. Observa que solo un número cumple con la operación.**

a) $(+9)(\underline{\quad}) = -45$

b) $(-48) \div (\underline{\quad}) = 6$

c) $(\underline{\quad})(-9) = 90$

d) $(\underline{\quad}) \div 10 = -9$

e) $(-25)(\underline{\quad}) = 250$

f) $30 \div (\underline{\quad}) = -15$

g) $-12 \div (\underline{\quad}) = 1$

h) $(\underline{\quad}) \cdot (\underline{\quad}) = 25$

10. **Comparte tus respuestas con el grupo. Valídenlas con la ayuda del profesor.**

11. **Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno.**

a) El tanque de gasolina de un automóvil tiene 54.6 L. El vehículo gasta 6.5 L de gasolina cada 70 km. Después de recorrer 392 km, ¿cuánta gasolina le queda en el tanque? ¿Qué fracción representa respecto a la cantidad inicial?

b) Un grupo de alumnos organizó una función de teatro para recaudar fondos para arreglar el parque de su colonia. El teatro tiene 360 butacas y vendieron los boletos a \$60.00; los gastos suman un total de \$15 000.00. Si solo se vendieron $\frac{2}{3}$ del total de boletos, ¿a cuánto asciende la ganancia?

c) Óscar desea comprar una mochila. Contó sus ahorros y solo tiene \$200.00. La mochila cuesta $\frac{6}{5}$ de lo que tiene ahorrado. ¿Cuál es su precio? Si su hermano le presta el resto del dinero para que la compre, ¿cuánto le dará?

d) En el mar, a 100 m de profundidad existe una primera base de abastecimiento para buzos y a 500 m de profundidad existe otra base. Si un buzo desciende las $\frac{2}{5}$ partes de la mitad de la distancia entre la primera y la segunda base, ¿a qué profundidad se encuentra?

e) Intercambia tus respuestas con un compañero y verifiquen las soluciones.

12. **En grupo, debatan y analicen, con ayuda de su profesor, el comportamiento del signo de los factores en una multiplicación. Examen las diferencias y similitudes entre las leyes de los signos para la multiplicación y la división. Escriban una conclusión en su cuaderno.**



#BITÁCORA

Resuelve los problemas correspondientes a esta secuencia en la página 224.



#CONTEXTO

11	6	13
12	10	8
7	14	9

En un cuadrado mágico, la suma de columnas, filas y diagonales siempre da como resultado una misma cantidad. ¿Se conserva su propiedad si se divide cada valor entre un mismo número? Prueba si se cumple la propiedad usando fracciones o decimales. Prueba también con números positivos y negativos, por ejemplo $-\frac{2}{5}$.

Aprendizaje esperado:

recolecta, registra y lee datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea.

MIS PRIMERAS IDEAS

El departamento de orientación de una escuela pesó a todos los alumnos de un grupo de segundo grado; los datos obtenidos, en kilogramos, fueron los siguientes.

- 48.3, 49.8, 50.4, 42.7, 56.7, 59.2, 62, 48.2, 49.9, 57.9,
 43.9, 59.2, 65, 48.4, 50.9, 46.7, 56.8, 52.1, 59.8, 52.5,
 61, 48.9, 43.7, 56.2, 57.0, 48.9, 67.1, 53.5, 59.2, 58.3

El supervisor de zona les solicitó a los trabajadores presentar la información de manera gráfica, por lo que la orientadora enseguida decidió elaborar una gráfica de barras.

1. Elabora lo que se pide y contesta las preguntas.

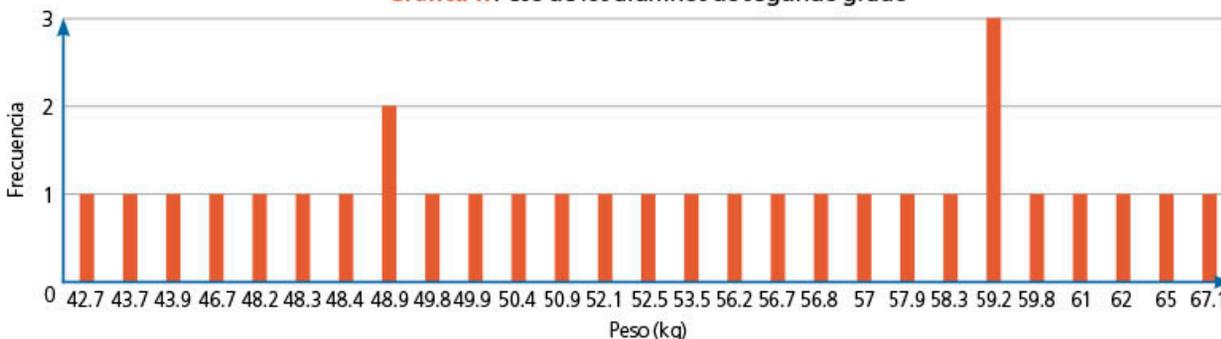
a) ¿Piensas que la gráfica de barras es el mejor formato para representar los datos? Explica por qué.

b) Considera el siguiente ejemplo y completa la tabla en tu cuaderno.

Peso (kg)	42.7	43.7	43.9	46.7	48.2	48.3	48.4	48.9	49.8	...
Frecuencia	1	1								

c) Observa la gráfica de barras que se obtiene de la información anterior.

Gráfica 1. Peso de los alumnos de segundo grado



d) ¿Cuántos datos tienes?

e) ¿Cuántas barras hay en la gráfica?

f) Si tuvieras 200 datos, la mayoría diferentes, ¿presentarías la información en una gráfica de barras?

g) Comenta con tus compañeros si conocen otras formas de representar los datos.

#TIC T@C

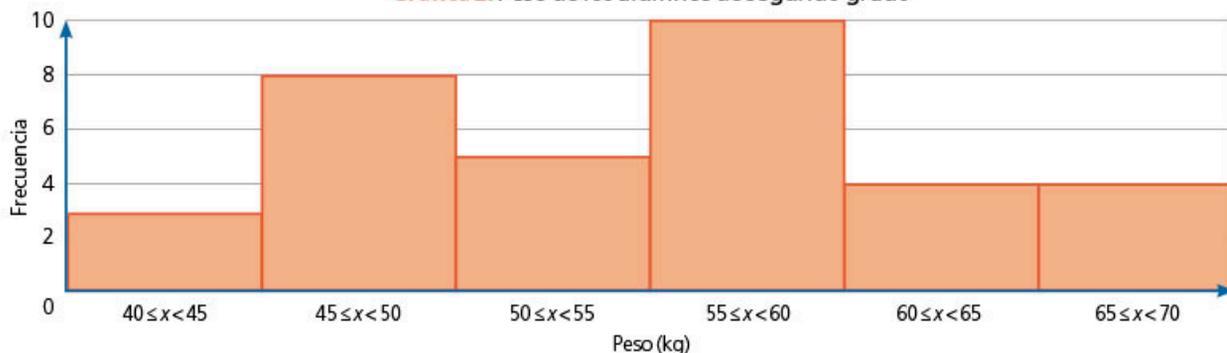


Haz un repaso sobre gráficas de barras en redir.mx/SPPM2-050a.

MI PROCESO DE APRENDIZAJE

2. En parejas, contesten las preguntas en su cuaderno.

Gráfica 2. Peso de los alumnos de segundo grado



El profesor de matemáticas vio la propuesta de la orientadora y le sugirió que elaborara otro tipo de representación. Le mostró la siguiente gráfica.

a) ¿Qué similitudes observan entre la gráfica 1 y la 2? _____

b) ¿Qué diferencias observan entre ambas gráficas? _____

c) Observen que en la gráfica 2 las barras tienen el mismo ancho. ¿Cuántos kilogramos representa cada barra? _____

d) ¿Qué significan los símbolos: $>$, $<$, \leq y \geq ? _____

e) ¿Qué representa el alto de las barras en ambas gráficas? _____

f) ¿Cuánto suman las frecuencias en la gráfica 1 y en la gráfica 2? _____

g) ¿En qué grupo se contabilizó el peso de 65 kg? Justifiquen su respuesta.

h) En su cuaderno, tracen la gráfica 3; esta debe ser similar a la gráfica 2, pero los datos estarán agrupados en intervalos de 10 kg.

i) Comparen las gráficas 2 y 3. ¿Qué similitudes y diferencias encuentran? ¿Cuál consideran más clara para representar los datos?

j) En grupo, lean la siguiente información. Indiquen en cuáles de los incisos anteriores usaron los conceptos que se presentan.

Clase: cada uno de los intervalos en los que se agrupan los datos.

Límites de clases (superior e inferior): el valor inferior y el valor superior de la clase.

Marca de clase: el promedio entre el límite inferior y el superior de una clase.

Frecuencia absoluta: el número de veces que aparece un valor.

#DATO

Cuando tienes un intervalo $3 \leq x < 8$ se lee "x es mayor o igual que tres, pero menor que ocho". Es decir, la lectura se hace del centro hacia los extremos.

#REFLEXIONA

¿Por qué en la gráfica 1 las barras están separadas pero en la gráfica 2 están juntas? Analiza la escala en el eje horizontal de ambas gráficas.

#TIC T@C



Aprende más sobre histogramas en redir.mx/SSPM2-062a.

3. Lee la información del recuadro y relacionala con la gráfica 2.



Un **histograma** es una gráfica formada por barras que representan un conjunto de datos agrupados. Cada barra corresponde a un intervalo de datos agrupados (clase). La base de las barras indica la amplitud del intervalo y la altura representa la frecuencia de los datos.

Los intervalos abarcan todo el conjunto de datos. La amplitud de estos intervalos puede variar, pero todos deben ser del mismo tamaño.

El rango del histograma es la diferencia entre el dato mayor y el dato menor.

4. Lee los pasos para elaborar un histograma y completa las operaciones. Considera los siguientes datos.

4, 18, 29, 64, 85, 21, 58, 84, 77, 24, 19, 93, 55,
56, 34, 81, 43, 23, 99, 21, 3, 43, 78, 92, 34, 18

a) Calcula el rango.

rango = dato mayor - dato menor = _____ - _____ = _____

b) Define el número de intervalos en el que se organizarán los datos. En este ejemplo usaremos 10 intervalos.

c) Calcula la amplitud del intervalo; para ello, divide el rango entre el número de intervalos.

$$\text{amplitud del intervalo} = \frac{\text{rango}}{\text{número de intervalos}}$$

amplitud del intervalo = _____ = _____

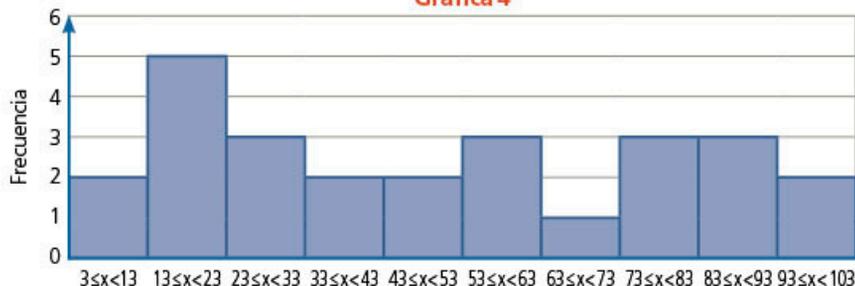
El valor obtenido se redondea hasta el entero siguiente.

d) Se definen los intervalos, iniciando por el valor mínimo del conjunto de datos. A continuación, se ve el inicio de la tabla; complétala en tu cuaderno.

Intervalo	Frecuencia
$3 \leq x < 13$	2
$13 \leq x < 23$	5
$23 \leq x < 33$	3

e) Traza la gráfica. En el eje vertical irá la frecuencia; en el horizontal, los intervalos. Observa que todas las franjas tienen el mismo ancho.

Gráfica 4



#REFLEXIONA



Observa que en la gráfica los intervalos están definidos por un límite inferior y uno superior. Si en el primer intervalo el límite inferior es 3, ¿cuál es el valor del límite superior?

5. Considera los mismos datos de la actividad 4 y elabora un histograma, pero esta vez deberán ser solamente 6 intervalos.

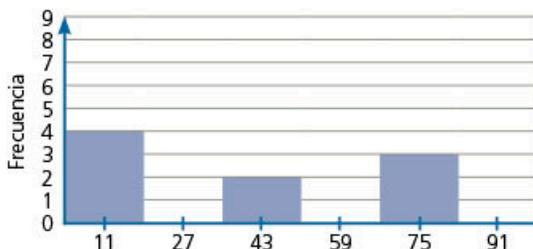
a) ¿Cuál es la amplitud del intervalo? _____

b) Completa la siguiente tabla.

Intervalo	Punto medio del intervalo	Frecuencia
___ ≤ x < ___	11	4
___ ≤ x < ___		
___ ≤ x < ___		
___ ≤ x < ___		
___ ≤ x < ___		
___ ≤ x ≤ ___		

c) Completa el histograma.

Gráfica 5



6. En parejas, comparen los histogramas de la actividad 4 y 5. Recuerden que se está representando el mismo conjunto de datos.

a) Analicen la escala del eje horizontal en ambas gráficas. ¿Son iguales?

b) Analicen las similitudes y diferencias de los histogramas, por ejemplo, cómo cambian los histogramas de acuerdo con el número de intervalos; anótenlas en su cuaderno.

c) Inventen un contexto para los datos y descríbanlo en su cuaderno.

d) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros.

El objetivo de un gráfico estadístico es ayudarnos a comprender los datos. Puedes identificar sus características principales de la siguiente manera.

Identifica el aspecto general y los valores atípicos, es decir, datos individuales que sobresalen del gráfico por estar muy alejados de los demás datos.

Describe el aspecto general mediante su forma. Un histograma es simétrico si sus lados derecho e izquierdo son más o menos iguales. Es asimétrico cuando más de la mitad de los datos se extiende hacia la derecha o hacia la izquierda del histograma.

También se puede describir el histograma con base en su dispersión (por ejemplo, por el rango de los datos).



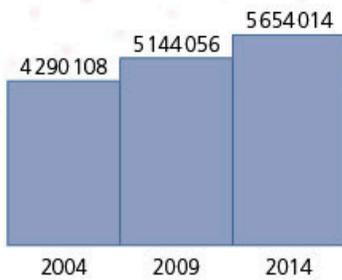
#REFLEXIONA

En la gráfica del histograma, los intervalos pueden definirse con base en su amplitud o en su marca de clase (punto medio del intervalo). La marca de clase será la base para elaborar los polígonos de frecuencia que estudiarás en la secuencia 15.



#BITÁCORA

Ve a la página 225 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.



Gráfica 6. Establecimientos

Elaboración propia con datos del Inegi

#DATO

De acuerdo con el Inegi, los censos constituyen un procedimiento de generación de estadística que permite recabar información de la población. Ofrecen la posibilidad de obtener datos con una cobertura poblacional completa.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

7. Trabaja con un compañero. Analicen el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.

El Inegi reporta que los establecimientos comerciales continúan aumentando. La gráfica 6 muestra los resultados de los últimos censos económicos elaborados en nuestro país.

a) Si consideran que los años son el punto medio de los intervalos, ¿cuál es la amplitud de los intervalos? _____

b) Indiquen los límites inferior y superior de cada intervalo.

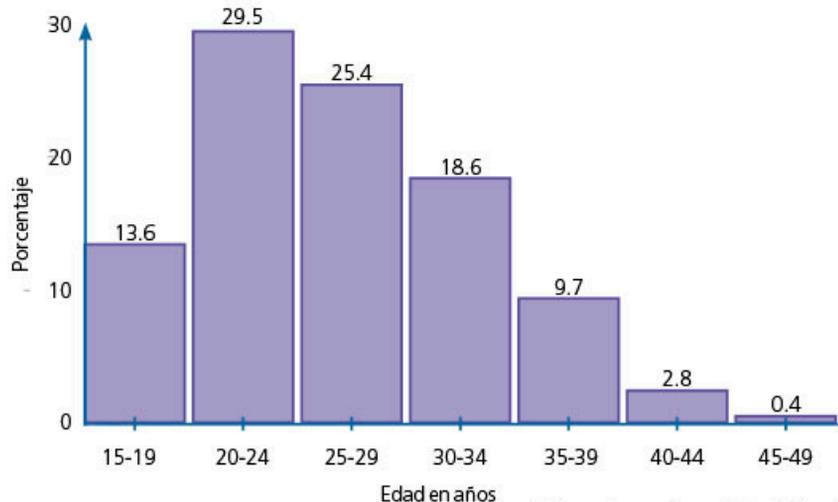
c) ¿Qué representan los números que se encuentran en la parte superior?

d) ¿La gráfica representa un histograma? Justifiquen su respuesta en el cuaderno.

8. Analicen el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.

En un documento del Inegi, titulado *Mujeres y hombres en México 2012*, se presenta la siguiente gráfica.

Gráfica 7. Distribución porcentual de los nacimientos estimados según grupos quinquenales de edad, 2009



a) Investiguen el significado de *distribución porcentual*. Después, expliquen en qué unidades está dada la escala del eje vertical.

b) ¿A qué se refiere la expresión "grupos quinquenales"?

c) ¿Cuántos intervalos hay y cuál es su amplitud?

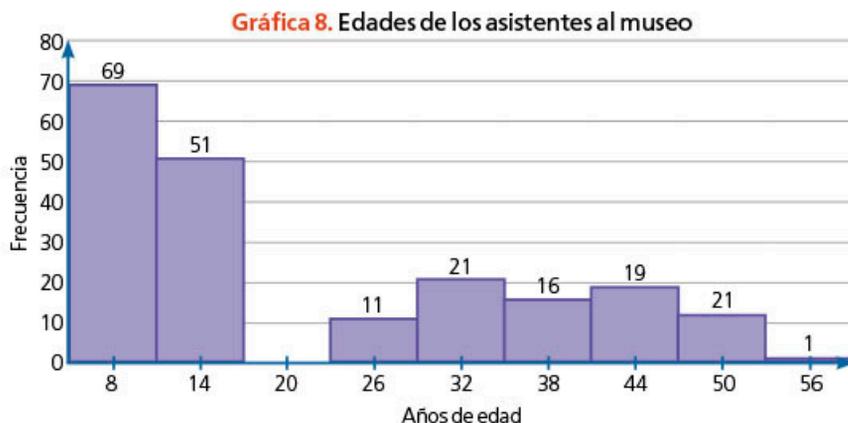
d) ¿La gráfica representa un histograma? Justifiquen su respuesta en el cuaderno.

9. Lean el siguiente fragmento de noticia. En su cuaderno, respondan las preguntas con base en el histograma.

Tepec, Nayarit. 14 de julio de 2016 (Agencia Informativa Conacyt). El Museo Interactivo de Ciencias e Innovación de Nayarit se ubica en el parque tecnológico de esta ciudad “Unidos por el Conocimiento”, abarca al menos tres hectáreas y atiende entre 200 y 300 niños, niñas y adultos diariamente.

Gómez, Claudia, “Museo Interactivo de la Ciencia en Nayarit”, en *Portal del Conacyt* [en línea], disponible en redir.mx/SSPM2-055a, fecha de consulta: 15 de mayo de 2017.

Supongan que el administrador del museo registra las edades de quienes visitan el lugar en un día entre semana; además, con dichos datos, elabora el siguiente histograma.

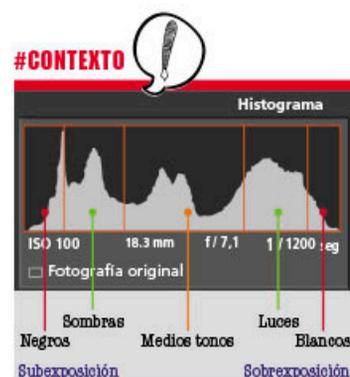


- ¿Qué significa que en uno de los intervalos no haya una barra?, ¿a qué consideran que se debe?
- ¿Considerarían atípico el valor del último intervalo?
- Describan cómo es la distribución de los datos.
- Presenten su descripción ante el grupo.
- Elaboren una descripción que integre los aspectos mencionados por los diferentes equipos.

10. Organícense en equipos, lleven a cabo la actividad y respondan las preguntas en su cuaderno.

- Encuesten a 50 compañeros sobre su talla de zapato, concentren la información en una tabla y, con base en los datos recolectados, decidan la amplitud del intervalo adecuado para trazar un histograma.
- ¿Hay algún dato atípico? Por ejemplo, una talla de zapato muy pequeña o muy grande que sobresalga del conjunto de datos.
- Si tuvieran que hacer un pedido de zapatos, ¿sería suficiente la información del histograma para solicitarlo? Justifiquen su respuesta.

11. Discutan grupalmente cuáles son las ventajas de emplear un histograma y en qué situaciones conviene su uso. Mencionen las diferencias con las gráficas de barras.



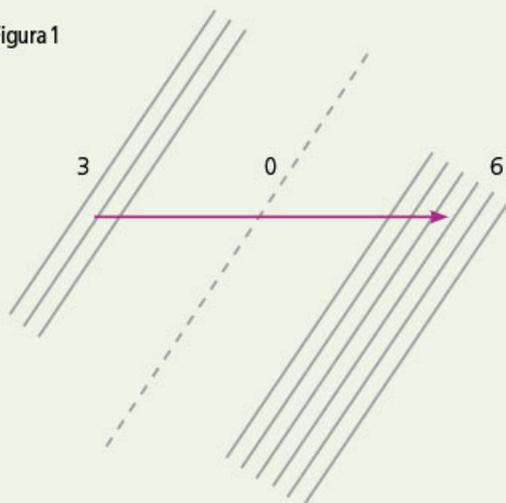
En fotografía, se utiliza el histograma para analizar la imagen digital. Investiga las características del histograma cuando una fotografía está balanceada, subexpuesta o sobreexpuesta. Busca ejemplos de cada caso y preséntalos ante el grupo.

Multiplicación gráfica con puntos y rectas

1. Multiplica 306×24 .

Paso 1. Representa el primer factor con rectas; para ello, separa sus cifras (3, 0 y 6). Ahora, traza el número de rectas que indica cada cifra, dejando un espacio grande entre ellas hacia la derecha; estas deben ser paralelas. Observa que, como hay un 0, se traza una línea discontinua paralela.

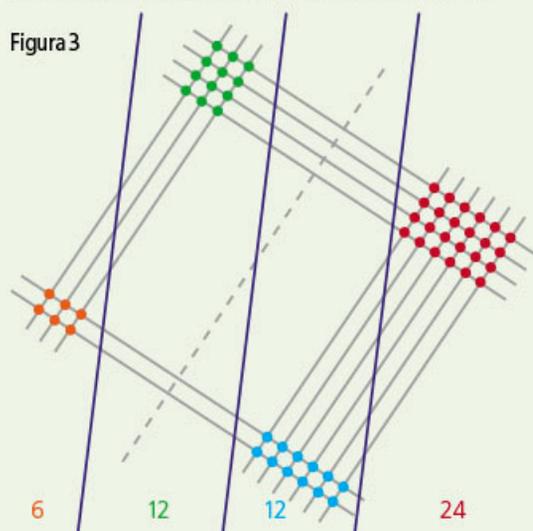
Figura 1



Paso 3. Separa la imagen en columnas imaginarias, como se muestra en la figura 3. Luego, marca todas las intersecciones de las rectas que son líneas continuas. Observa que en la línea punteada no se colocan marcas.

Paso 4. Haz un recuento de los puntos de intersección que hay entre las rectas de cada columna (como los que se marcan en la figura 3 con los puntos de colores).

Figura 3



2. Usa este algoritmo para multiplicar los siguientes números.

a) 92×36

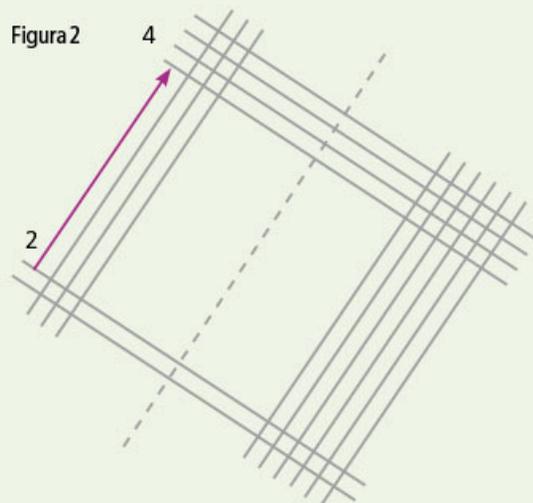
b) 75×801

c) 123×321

d) 1005×57

Paso 2. Representa el segundo factor; para ello, separa sus cifras (2 y 4). Ahora, traza rectas perpendiculares a las primeras que dibujaste. Traza primero el número de rectas que indica las decenas (2); luego, deja un espacio grande hacia arriba y traza otras líneas para representar las unidades (4).

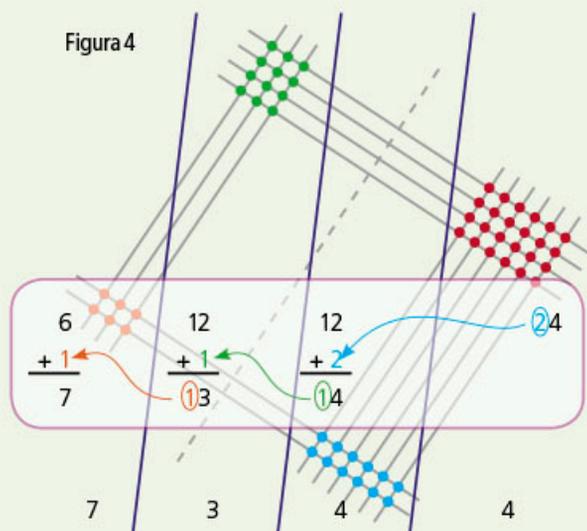
Figura 2



Paso 5. En caso de que el resultado de las columnas supere las unidades, se pasa la decena a la columna siguiente, como se muestra en la figura 4.

Paso 6. Escribe el resultado, el cual se lee de izquierda a derecha para formar el número: $306 \times 24 = 7344$.

Figura 4



1. Resuelve el problema en tu cuaderno.

En la siguiente gráfica, está indicado el precio de compra del dólar ante el peso mexicano durante 5 días.



- ¿Qué comportamiento del dólar muestra la gráfica 1?
- ¿Cuál es la diferencia entre el mayor costo y el menor?
- Con los datos anteriores, traza una nueva gráfica en tu cuaderno (gráfica 2), pero iniciando la escala del precio en \$0.00. ¿Cuál es la tendencia del dólar?
- Compara las gráficas 1 y 2. Explica a qué se deben las diferencias en el comportamiento del dólar.

2. En parejas, investiguen qué son las pirámides de población. Después, respondan las preguntas en su cuaderno.

- ¿Consideran que esta forma de representación es un histograma? Expliquen por qué.
- Analicen las similitudes y diferencias entre estas representaciones. Expliquen para qué sirve cada una.

3. Valora tus actitudes ante la solución de un problema. Marca con X la columna con la que te identifiques.

Actitudes	Sí	No
Identifico los datos relevantes.		
Analizo los diferentes procedimientos de solución y elijo el más adecuado.		
Reviso y evalúo las soluciones encontradas.		
Explico el razonamiento seguido en el proceso de solución.		
Utilizo los recursos tecnológicos para encontrar o validar la solución del problema.		
Analizo la solución, busco patrones e identifico similitudes con otros problemas resueltos.		
Comparo mis resultados con los obtenidos por mis compañeros para validar mis respuestas.		
Identifico los errores en el proceso de solución para replantear mi procedimiento.		
Contribuyo de forma apropiada a las discusiones en equipo y grupales.		
Puedo trabajar tanto de forma independiente como en equipo.		

Aprendizaje esperado: calcula el perímetro y el área de polígonos regulares y del círculo a partir de diferentes datos.



Odómetro mecánico

MIS PRIMERAS IDEAS

La humanidad ha creado diferentes instrumentos de medición conforme ha ido avanzando en múltiples conocimientos. Un ejemplo de un instrumento que sirve para medir distancia y se basa en elementos geométricos es el odómetro topográfico o mecánico (ver figura de la izquierda), también llamado *rueda de medición*.

1. Reúnete con dos compañeros, construyan un odómetro casero y contesten las preguntas.



- Consigan los siguientes materiales por equipo: cartón grueso (por lo menos de 1 cm de ancho), seis pliegos de papel bond, juego de geometría, lápiz, tijeras, palo de madera de aproximadamente 1 cm de diámetro y pintura líquida fácil de limpiar.

a) En el cartón, tracen un círculo cuyo perímetro mida 1 m y recórtelo.

» ¿Qué otro nombre recibe el perímetro de un círculo?

» ¿Cuál es la fórmula para calcular el perímetro de un círculo?

» ¿Cuál es el valor de π redondeado a diezmilésimos? _____

» ¿Cuánto debe medir de radio el círculo para que tenga un perímetro de 1 m? _____

» Expliquen cómo encontraron la respuesta

b) Hagan un pequeño orificio en el centro y atraviesen el palo de madera.

c) Pongan pintura líquida en el perímetro del círculo. Auxiliándose del palo de madera, giren el círculo sobre el piso para trazar una línea recta y midan la marca que deja después de dar una vuelta completa.

d) ¿Cuánto mide la marca que deja el círculo al girar una vuelta completa?

e) ¿La longitud de la marca se aproxima a 1 m?

f) Si hubiera diferencia, ¿a qué se debería?

g) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Analicen los valores que obtuvieron en los incisos a) y f). Con la guía de su profesor, lleguen a una conclusión.

#DATO



En ocasiones se desea trazar un círculo con un radio de medida mayor a la abertura total del compás; para hacerlo, puedes auxiliarte de un cordel y un lápiz, solo ten cuidado de sostener fija la punta del cordel en el centro del círculo.

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

2. Continúa trabajando con tu equipo y lleven a cabo la actividad.

- ❶ Tracen en el papel bond seis círculos empleando como plantilla el círculo de cartón de la actividad anterior, recórtenlos y marquen su centro.
- ❷ Numeren los círculos del 1 al 6 y tracen los siguientes polígonos regulares inscritos en la circunferencia: cuadrado, pentágono, hexágono, octágono, decágono, icoságono.

a) ¿Qué relación observan entre la circunferencia y el perímetro del polígono conforme aumenta el número de lados? Escriban una conjetura.

b) ¿Cómo varía el espacio existente entre la circunferencia y el perímetro del polígono conforme aumenta el número de lados?

c) ¿Cuál es la fórmula para calcular el área de un polígono regular? _____

d) Considerando las figuras anteriores, tracen una apotema a cada polígono. Después, midan los elementos necesarios del polígono para calcular su perímetro y área.

e) Completen la tabla.

Nombre	Número de lados	Medida del lado (cm)	Perímetro (cm)	Medida del apotema (cm)	Área (cm ²)
Cuadrado					
Pentágono					
Hexágono					
Octágono					
Decágono					
Icoságono					

f) ¿Qué observan en la columna del perímetro en relación con la circunferencia?

g) ¿Qué observan en la columna de área de la tabla anterior?

h) ¿Consideran que el área del icoságono es similar a la del círculo? En su cuaderno, justifiquen su respuesta y redacten una conclusión.

#REFLEXIONA



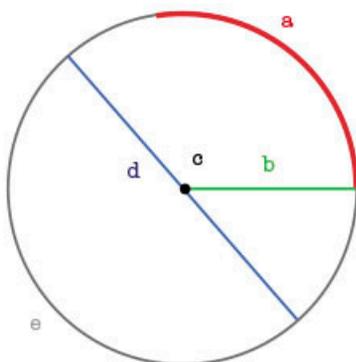
Relaciona las preguntas con los procedimientos que has aprendido previamente. Por ejemplo, en la secuencia 1, trazaste un polígono regular inscrito en una circunferencia.

#REFLEXIONA



Procura identificar patrones o comportamientos. Por ejemplo, observa el perímetro de los polígonos regulares y relaciónalo con el número de lados de la figura o con el perímetro del círculo.

3. Escribe dentro del paréntesis la letra que indica cada parte del círculo.



- () Centro
- () Radio
- () Diámetro
- () Arco
- () Circunferencia

#TIC T@C



Observa, de manera dinámica, la aproximación entre áreas en redir.mx/SSPM2-060a.

4. En parejas, completen los enunciados y el procedimiento.



- a) Entre más lados tiene un polígono regular, su apotema se asemeja más al _____ del círculo.
- b) Entre más lados tiene un polígono regular, su perímetro se asemeja más a la _____ del círculo.
- c) Completen los procedimientos con las siguientes expresiones.

$$\frac{pa}{2} \quad \frac{Cr}{2} \quad \frac{(\pi d)r}{2} \quad \frac{d}{2} \quad r \quad \pi r^2 \quad \pi d$$

Área del polígono regular	Área del círculo
$P =$ perímetro $a =$ apotema	$p =$ circunferencia (C) $a =$ radio (r)
$A =$ _____	$A =$ _____
	Sabemos que $C =$ _____
	Se sustituye C en la fórmula del área
	$A =$ _____
	Se reacomoda la fórmula
	$A =$ _____ $\cdot \pi r$
	$A =$ _____ $\cdot \pi r$
	Se simplifica la fórmula y se obtiene
	$A =$ _____

- d) Calculen el área del círculo y comprueben que el área del icoságono se aproxima a ella.



5. Resuelve los siguientes ejercicios; considera $\pi = 3.1416$. Si es necesario, usa tu calculadora

a) ¿Cuánto mide el radio de un círculo cuya área mide 78.54 cm^2 ?

b) ¿Cuánto mide el área de un círculo cuyo radio mide 11 dm ?

c) Si la circunferencia mide 43.9824 m , ¿cuánto mide su área?

d) ¿Cuánto mide el diámetro de un círculo cuya área mide 394.082304 mm^2 ?

e) ¿Cuánto mide la circunferencia de un círculo cuya área mide 7.0686 m^2 ?



6. En parejas, despejen en su cuaderno las fórmulas del perímetro y área del círculo para responder las preguntas.

a) ¿Cuál es la fórmula para calcular la medida del radio si se conoce el área?

b) ¿Cuál es la fórmula para calcular la medida del diámetro cuando se conoce el área?

c) ¿Cuál es la fórmula para calcular la medida del radio si se conoce la medida de la circunferencia?

d) ¿Cuál es la fórmula para calcular la medida del diámetro si se conoce la circunferencia?

e) ¿Cuál es la fórmula para calcular la circunferencia si se conoce el área?

f) ¿Cuál es la fórmula para calcular el área si se conoce la circunferencia?

g) ¿Cuál es la fórmula para calcular el área si se conoce el diámetro?

h) ¿Cuál es la fórmula para calcular la circunferencia si se conoce el radio?



#REFLEXIONA

La operación inversa de elevar un número al cuadrado es obtener su raíz cuadrada.

$$5^2 = 25 \rightarrow \sqrt{25} = 5$$

$$(r \times r) = r^2 \rightarrow \sqrt{r^2} = r$$



#TIC T@C

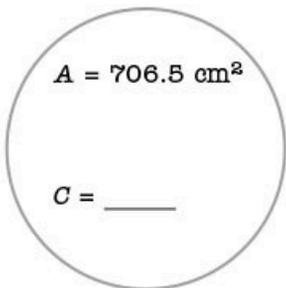
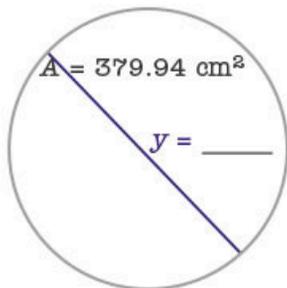
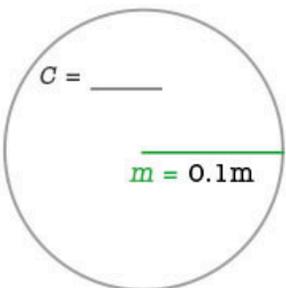
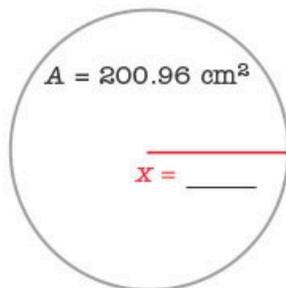
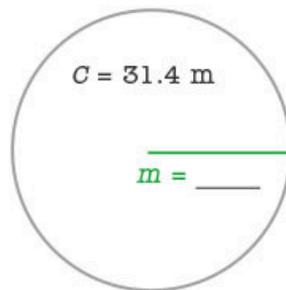
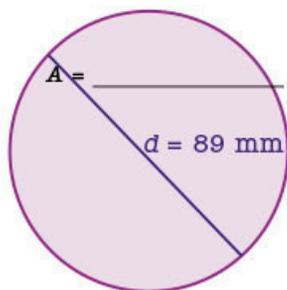
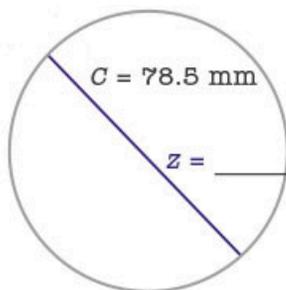
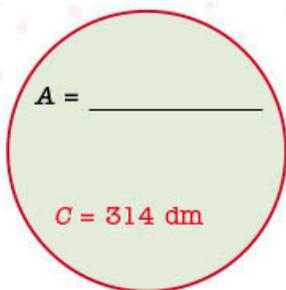
Identifica en tu calculadora científica las teclas para elevar al cuadrado y obtener la raíz cuadrada. Por ejemplo:

 Elevar al cuadrado un número

 Obtener la raíz cuadrada de un número

Escribe un número; después, presiona la tecla " x^2 "; luego, calcula su raíz cuadrada. ¿Qué observas? Prueba con diferentes valores.

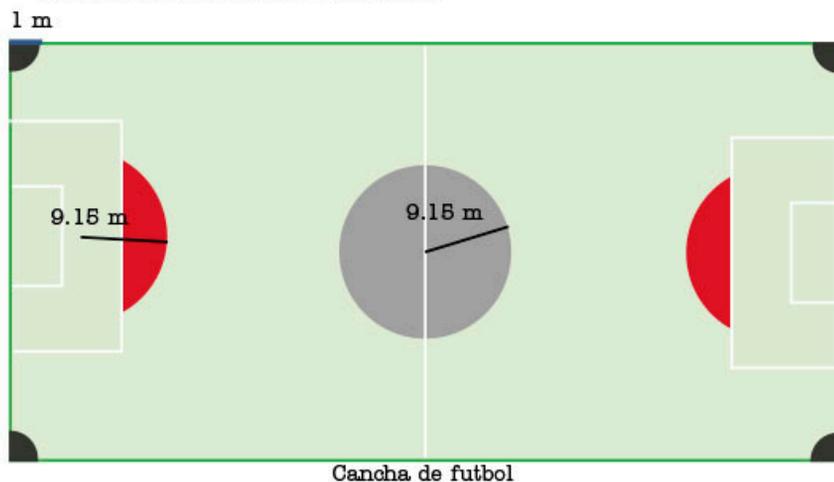
7. Encuentra el valor de la incógnita. Considera que $\pi = 3.14$.



➔ MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

8. Resuelve el problema.

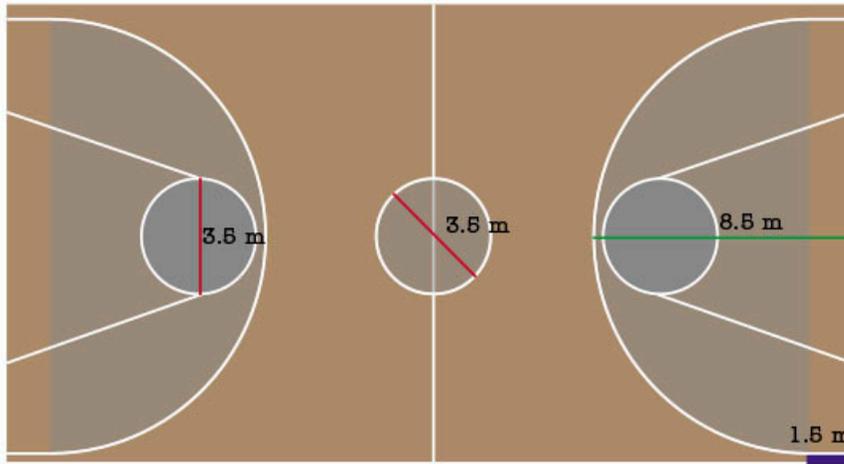
El profesor de educación física les dejó como tarea a los estudiantes de segundo grado que encontrarán círculos, o parte de ellos, en las canchas de fútbol y basquetbol para calcular su perímetro y área.



a) Calcula el perímetro y área de los espacios sombreados de color gris.

b) Investiga cómo se llama la parte del círculo sombreada en color rojo.

c) ¿Podrías calcular el área sombreada de color rojo? Justifica tu respuesta en tu cuaderno



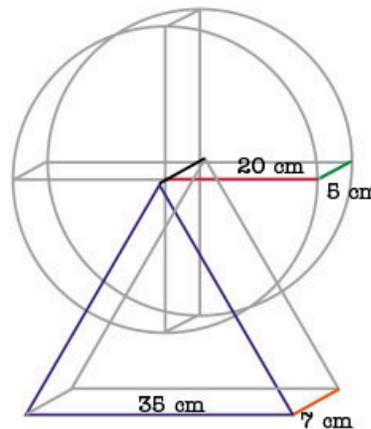
#BITÁCORA

Resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia en la página 226.

- d) Calcula las áreas y la longitud de las líneas blancas que delimitan las zonas sombreadas de gris. Resuelve el problema en tu cuaderno.
- e) En parejas, identifiquen los círculos que haya en las canchas de su escuela. Tomen las medidas necesarias y calculen su área y perímetro.

9. En parejas, resuelvan los problemas en su cuaderno.

- a) Si una bicicleta es rodada 26, esto quiere decir que su rin, junto con el neumático, mide aproximadamente 26 pulgadas (in) de diámetro exterior. El aro mide 22 in de diámetro.
- » Si el rin (sin el neumático) se rueda una vuelta completa, ¿qué distancia se recorre?
 - » Si el rin se rueda junto con el neumático, ¿qué distancia recorre en una vuelta completa?



- b) Isaac elaborará la maqueta de una rueda de la fortuna para un proyecto de su clase de física. Después de analizar diferentes modelos y materiales, decidió construir el siguiente prototipo con alambre.
- » ¿Qué cantidad de alambre necesita Isaac para construir su maqueta?
 - » Expliquen el procedimiento para obtener el total de alambre que requiere.

10. En equipo, busquen la medida del radio de un círculo cuyo perímetro y área sean iguales. Si hay más de un caso, menciónenlo. Redacten detalladamente, en su cuaderno, los pasos seguidos para resolver el problema y expliquen por qué obtuvieron ese resultado.

11. Compartan la respuesta de la actividad anterior con el grupo y, con apoyo del profesor, redacten una breve conclusión.



#CONTEXTO



El disco compacto o CD (por las siglas en inglés de *Compact Disc*) es un disco óptico en el que se almacena información digital como audio, video, documentos u otros datos. Consigue un CD y mide las dimensiones necesarias para calcular el perímetro y área de la parte plateada.

Aprendizaje esperado: resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.

MIS PRIMERAS IDEAS

Un equipo de cuatro científicas, conformado por Andrea, Luisa, Raquel y María, analizó algunas reacciones químicas de un nuevo medicamento. El laboratorio farmacéutico que las contrató les pagó \$56 000.00 por el servicio. El tiempo de trabajo de cada una fue el siguiente: Andrea destinó 6 h; Luisa, 8 h; Raquel, 2 h y María, 12 h.

1. Responde las preguntas.

a) ¿Quién consideras que debe recibir más dinero por su trabajo? Justifica tu respuesta.

b) ¿Cuánto paga el laboratorio por una hora de trabajo para este servicio?

c) ¿Qué cantidad de dinero le corresponde a cada una?

Andrea: _____ Luisa: _____

Raquel: _____ María: _____

d) ¿Cuántas horas debería haber trabajado Andrea para recibir \$15 500.00?

2. Trabaja en pareja. Analicen la siguiente situación y respondan.

Después de su entrenamiento de fútbol, Alicia, Guillermina, Rocío y Marcela se reunieron a terminar una tarea. Al pasar un rato, sintieron sed y cooperaron para comprar 1 L de limonada de \$30.00; para ello, Alicia cooperó con \$10.00, Guillermina con \$15.00 y los \$5.00 restantes los aportó Rocío.

a) Escriban una propuesta para repartir equitativamente el litro de limonada.

b) Si consideran el dinero que aportó cada una, ¿qué cantidad de limonada le correspondería a cada quién?

Alicia: _____ Guillermina: _____

Rocío: _____ Marcela: _____

c) Si estuviera en el lugar de Marcela, ¿qué tipo de reparto elegirían?

d) Si estuvieran en el lugar de Guillermina, ¿qué opción preferirían? Justifiquen su respuesta.

e) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Escriban una conclusión sobre las características de los repartos de los incisos a) y b).

#PROTAGONISTA



De acuerdo con su definición, *la igualdad* es la semejanza o correspondencia de una cosa con otra, mientras que *la equidad* es la justicia e imparcialidad para tratar a las personas o para dar a cada una lo que se merece de acuerdo con sus condiciones. Investiga sobre los derechos humanos de niñas, niños y adolescentes e identifica si se mencionan los principios de igualdad y equidad. ¿Conoces tus derechos?

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

El **reparto proporcional** es un procedimiento de cálculo que tiene como propósito repartir una cierta cantidad en partes proporcionales a otras.

Por ejemplo, repartir 200 en 3 partes que sean proporcionales a 2, 3 y 5, tiene por objeto determinar tres valores desconocidos: x , y y z , que corresponden a cada número proporcional.

$\frac{200}{10} \cdot \frac{x}{2}$ se expresa como $x = 2 \times \frac{200}{10}$, entonces $x = 40$

$\frac{200}{10} \cdot \frac{y}{3}$ se expresa como $y = 3 \times \frac{200}{10}$, entonces $y = 60$

$\frac{200}{10} \cdot \frac{z}{5}$ se expresa como $z = 5 \times \frac{200}{10}$, entonces $z = 100$

Esto equivale a hacer el reparto de 200 en proporción 2:3:5, es decir, 2 del total, 3 del total y 5 del total; en este caso, el total es $2 + 3 + 5 = 10$; por lo tanto, 200 equivale a 10, que es el total.

3. Resuelvan el siguiente planteamiento.

La empresa Alfa 3 hará el reparto de utilidades a sus trabajadores. Esta prestación es el derecho que tienen para recibir una parte de las ganancias que obtiene la empresa por su actividad productiva.

En Alfa 3, el reparto de utilidades se divide en dos partes iguales: la primera se distribuye entre los 10 trabajadores de la empresa en proporción al número de horas que cada quien laboró en el año, independientemente del monto de los salarios.

- a) Consideren que la empresa tuvo \$320 000.00 de utilidades y determinen el monto de la primera parte de las utilidades en la siguiente tabla.

Trabajador	Horas laboradas al año	Monto proporcional de la mitad de utilidades (\$)
1	333	
2	324	
3	332	
4	290	
5	321	
6	325	
7	324	
8	328	
9	315	
10	308	



#REFLEXIONA

Lourdes y Teresa discuten la diferencia entre reparto proporcional y reparto equitativo. Lourdes señala que el reparto equitativo no es proporcional. Analiza su afirmación y propón ejemplos.

#FUENTE

Tahan Malba, *El hombre que calculaba*, México, SEP/Limusa, 2005.

Encontrarás un problema sobre reparto de camellos con una ingeniosa solución.

- b) La segunda parte de utilidades se repartirá en proporción al monto de los salarios por el trabajo prestado durante el año. Con esta información, completen la siguiente tabla.

Trabajador	Salario base diario de cada trabajador (\$)	Monto proporcional de la mitad de utilidades (\$)
1	120.00	
2	125.00	
3	121.00	
4	100.00	
5	90.00	
6	146.00	
7	135.00	
8	137.00	
9	144.00	
10	132.00	

- c) Con la guía del profesor, comparen los procedimientos que emplearon en los incisos a) y b). Escriban las similitudes y diferencias en su cuaderno.

4. Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas.



El equipo de basquetbol femenino de la secundaria obtuvo el primer lugar en el torneo que organiza el municipio. Como premio, el director les asignó una sección de la barda perimetral de la escuela para que cada estudiante elaborara un mural donde plasmara sus pensamientos e ideas sobre el basquetbol. La barda concedida mide 11 m de largo y 2.5 m de alto.

El director sugirió que el criterio para repartir la superficie del mural fuera el promedio de calificaciones obtenido en el primer examen parcial.

- a) Completa la tabla para determinar los metros que cada una tiene disponible para elaborar su mural.

Estudiante	Promedio de calificación (primer parcial)	Superficie (m ²)
Leslie	10	
Juana	8.2	
Caro	9.3	
Lucía	8.7	
Abigail	9.2	
Sonia	9.6	

- b) El equipo decidió que se repartirían el mural de forma equitativa. ¿Cuánto le corresponde a cada una? _____
- c) Inventa otras dos preguntas relacionadas con un reparto; estas deben responderse con la información del problema. Escríbelas en tu cuaderno.



5. En parejas, lean el planteamiento y respondan las preguntas.

El municipio organizó una rifa de \$8 000.00 para rehabilitar las instalaciones del deportivo. El boleto cuesta \$50.00 y cada fracción, \$5.00. El premio se dividirá entre las 10 fracciones que tiene cada boleto.

Sandra, Hugo, Maritza y Saúl compraron 8 fracciones del mismo boleto y cooperaron de la siguiente forma: Sandra aportó \$15.00, Hugo dio \$5.00, Maritza entregó \$8.00 y Saúl, \$12.00.

- a) De resultar ganadores, y considerando la cantidad que aportaron, ¿cuánto le correspondería a cada quién?

Sandra: _____ Hugo: _____

Maritza: _____ Saúl: _____

- b) Ante el entusiasmo de los asistentes, los organizadores anunciaron que el premio se incrementaría a \$9 500.00. Si ganaran, ¿cómo deberían repartirse el premio?

Sandra: _____ Hugo: _____

Maritza: _____ Saúl: _____

- c) Los organizadores de la rifa también anunciaron que el segundo premio en la rifa es de \$4 500.00 y el tercero, de \$2 200.00. Con esta información, completen la siguiente tabla, suponiendo que ganaron la rifa.

	Primer premio \$9 500.00	Segundo premio \$4 500.00	Tercer premio \$2 200.00
Sandra			
Hugo			
Maritza			
Saúl			

- d) Elia y Raquel compraron una fracción y su boleto ganó el segundo premio. Si Elia aportó el doble que Raquel, ¿cuánto debería recibir cada una?

- e) Comparen sus procedimientos con sus compañeros. ¿Obtuvieron los mismos resultados? Identifiquen las respuestas correctas y corrijan lo necesario.
- f) Con la guía del profesor, analicen las estrategias que emplearon para llevar a cabo los repartos; después, lean la información del recuadro de la siguiente página.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS



6. Analiza y responde cada planteamiento.

- a) En la secundaria donde estudia Celia, se implementó el programa "Lee de volada", que consiste en invitar a los estudiantes a leer un libro. Celia aprovechó esto para hacer un estudio estadístico para su tarea de matemáticas, por lo que les preguntó a sus compañeros cuánto tiempo (en minutos) destinan a la lectura diaria.



#REFLEXIONA

Analiza cuál es el premio que recibieron para poder hacer la repartición.



#ALGUIEN COMO YO

El equipo infantil de la comunidad triqui de Oaxaca es un ejemplo de integración y superación; de acuerdo con su entrenador, este es un medio para superar el umbral de exclusión y pobreza. Sus ocho integrantes, de 9 a 12 años, quedaron campeones en 2016 en el Basketball Barcelona Cup, por mencionar alguno de sus logros.

Para presentar sus resultados, Celia utilizó una gráfica circular en la cual debe dividir 360° de la circunferencia en partes proporcionales a los resultados obtenidos. ¿Cuántos grados le corresponde a cada caso?

Tiempo de lectura (min)	Frecuencia	Grados
0-30	13	
30-60	12	
60-90	3	
90-120	1	
Ninguno	7	

- b) Flor quiere vender su computadora en \$12 550.00 y Fabiola está interesada en comprarla, pero el precio le pareció elevado. Después de largas negociaciones, Fabiola compró la computadora al precio que Flor deseaba pero bajo el siguiente esquema: 5% de descuento en el precio debido a un daño en el teclado, un primer pago inicial de 20%, dos pagos mensuales de 28% y el resto en un pago final en diciembre. ¿Cuánto equivale cada porcentaje en pesos?

Porcentajes	Pago (\$)
5	
20	
28	
28	

- c) Elsa, Raúl, Tatiana, Ángel y Berenice se reunieron en la biblioteca municipal para terminar una tarea. Al finalizar, cooperaron para comprar una *pizza*, pero solo les alcanzó para comprar tres cuartas partes. Completa la tabla con lo que le corresponde a cada quien.

	Aportación (\$)	Fracción de <i>pizza</i>
Elsa	10	
Raúl	20	
Tatiana	10	
Ángel	5	
Berenice	15	

- d) Comparen sus respuestas. Analicen los procedimientos que emplearon en cada caso. Comenten cómo habrían hecho ustedes el reparto del inciso c).

7. Reúnete con un compañero, analicen la siguiente situación y contesten las preguntas.

El triatlón es una combinación de tres deportes: natación, ciclismo y carrera a pie; en este, las tres pruebas se desarrollan sin interrupción. Las distancias varían según cada modalidad.

#REFLEXIONA



Recuerda que 100% equivale al todo. Por ejemplo, 100% de \$3 200.00 es \$3 200.00.

¿Cuánto es \$3 200.00 menos 10%?

#BITÁCORA



En la página 227, resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

- a) Mariana se inscribió a un triatlón de 45 km donde $\frac{1}{6}$ corresponde a natación, $\frac{1}{2}$ a ciclismo y $\frac{1}{3}$ a la carrera a pie. ¿Cuántos kilómetros le corresponden a cada fracción?

	Porción	Distancia (km)
	$\frac{1}{6}$	
	$\frac{1}{2}$	
	$\frac{1}{3}$	
Total		

- b) Debido al éxito del evento, los organizadores anunciaron una nueva edición del triatlón para el siguiente año con una distancia de 60 km, pero conservando la misma proporción en la distancia de cada etapa. ¿Cuál es la distancia en kilómetros de cada prueba?



8. Lee cada planteamiento y determina el valor a la razón señalada.

- a) Dividir un listón de 12 m en tres partes que guarden entre sí la razón 2:3:5.

- b) Dividir $\frac{3}{4}$ de cable entre tres partes que guarden entre sí la razón 2:3:10.

- c) Elaboren un diagrama para representar los casos anteriores.



9. Resuelve el problema.

Lupe trabaja como voluntaria en un hospital y cada quincena recibe un apoyo económico para sus gastos personales, el cual emplea en cuatro conceptos: café, transporte, alimentación y caja de ahorro.

- a) La primera quincena recibió \$480.00. Si su dinero lo reparte de forma equitativa, ¿cuánto le corresponde a cada concepto? _____
- b) La siguiente quincena recibió \$490.00, pero decidió repartir el dinero en siete partes iguales: una parte para café, tres partes para transporte, dos para alimentos y una para la caja de ahorro. ¿Cuánto le corresponde a cada concepto?

Café: _____ Transporte: _____

Alimentos: _____ Caja de ahorro: _____

- c) La siguiente quincena recibió \$390.00 y los repartió con la razón 1:3:4:2. Considerando el orden señalado en los conceptos anteriores con la razón indicada, ¿cuánto le corresponde a cada concepto?

Café: _____ Transporte: _____

Alimentos: _____ Caja de ahorro: _____

- 10. De forma grupal, escriban una situación de reparto proporcional. Resuelvan entre todos y escriban una conclusión en su cuaderno.**

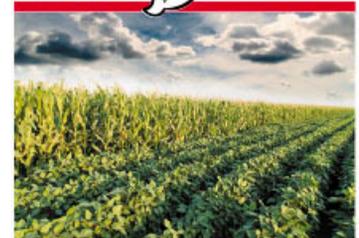


#TIC T@C

Visita la página redir.mx/SSPM2-069a y dirígete a la sección "Repartos proporcionales", donde encontrarás actividades interactivas sobre repartos "Directamente proporcionales".

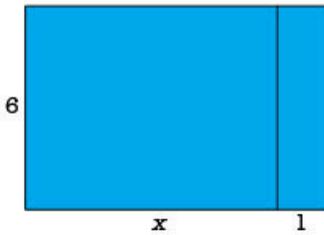


#CONTEXTO



El ejido es una propiedad rural de uso colectivo. La cosecha se divide con base en el trabajo que aportan los ejidatarios. ¿Cómo consideras que se debe hacer el reparto? Explica tu propuesta.

Aprendizaje esperado: formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geoméricamente.



MIS PRIMERAS IDEAS

Una organización no gubernamental (ONG) ha desarrollado un proyecto de agricultura sustentable en el que a cada familia se le asigna una parcela para cultivar hortalizas. El proyecto incluye entregar un terreno rectangular con un lado (altura) de 6 m y el otro de dimensión variable, cuya longitud se definirá en función del número de integrantes de la familia (1 m por cada integrante). A ese lado se añadirá otro metro para producir composta orgánica.

1. Reúnete con dos compañeros, analicen el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.

a) La imagen de la izquierda muestra la forma de las parcelas. Se ha usado la literal x para denotar el lado variable ($x =$ número de integrantes de la familia). ¿Cuál es el valor del área de cultivo?

b) ¿Cuál es el valor del área para composta?

c) Escriban la expresión algebraica para calcular el área total.

» Como suma de áreas de cultivo y de composta: _____

» Como producto de las medidas de sus lados _____

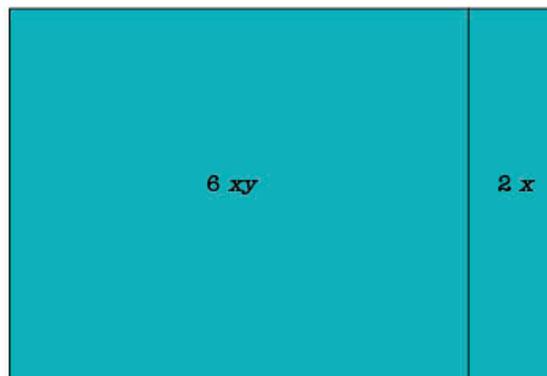
d) Antes de comenzar el proyecto, la ONG informó que a las familias con niños se les otorgarían 2 metros del lado variable por cada miembro de la familia.

» Tracen en su cuaderno la parcela correspondiente.

» ¿Cuál es la medida del perímetro para este caso? _____

» ¿Cuál es el área total de la parcela? _____

e) El proyecto de la ONG se llevó a otra comunidad. La siguiente figura muestra la forma y el área de las nuevas parcelas.



» ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo mayor?

Base = _____ Altura = _____

» ¿Cuál es el perímetro de la parcela? _____



#PROTAGONISTA



Ryan Hreljac con solo 6 años se propuso recaudar dinero para ayudar a construir pozos de agua en África. Hoy Ryan y la fundación que creó unos años después han ayudado así a 800 000 personas en diferentes países de África. Conoce más en redir.mx/SSPM2-070a.



2. Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas.

En la clase de matemáticas trabajaron con tres tipos de bloques armables. Cada pieza tiene un valor asignado, que se muestra en la tabla.

- a) Completa la tabla; indica las operaciones necesarias y calcula el valor del perímetro y del área.

Pieza	Largo	Ancho	Perímetro	Área
	$2x$	y	$2x + y + 2x + y =$ $2(2x) + 2(y) =$ $4x + 2y$	$2x(y) = 2xy$
	$2x$	$2y$		
	$4x$	$2y$		

El profesor pidió a los alumnos que formaran figuras sin encimar las piezas. Una de las figuras armadas se muestra a la derecha.

Al pedir que calcularan el área, Juan y Pedro utilizaron los siguientes procedimientos

Juan	Pablo
$4(2xy) + 2(4xy) + 8(8xy) =$ $8xy + 8xy + 64xy =$ $80xy$	$2(4x) \cdot 3(2y) + 4(y) =$ $8x \cdot 6y + 4y =$ $16xy + 4y$

- b) Describe lo que hizo Juan para calcular el área de la figura formada por varias piezas.

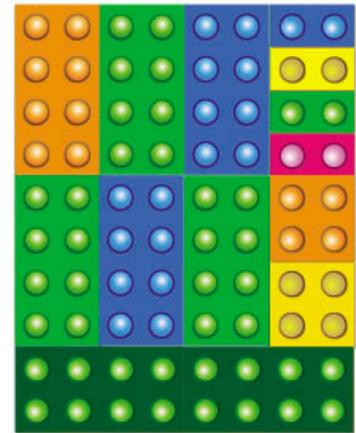
- c) Describe los pasos que siguió Pablo para calcular el área de la figura.

- d) ¿Quién obtuvo la respuesta correcta?

- e) ¿Cuál fue el error de quien no llegó a la respuesta correcta?

- f) Reescribe, en tu cuaderno, el procedimiento de quien se equivocó y corrígelo.

- g) Comparte respuestas con tus compañeros de grupo. Analicen diferencias, compartan sus dudas para resolver posibles dificultades y escriban una conclusión en su cuaderno.



#REFLEXIONA

En primer grado aprendiste a calcular el área de un rectángulo y un cuadrado.

Supón que el lado del cuadrado mide x unidades, ¿cuánto medirá su área?

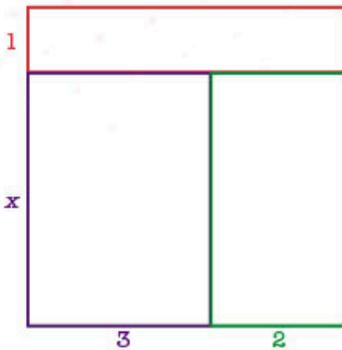
Imagina ahora que la altura de un rectángulo mide 2 unidades y su base x unidades, ¿cuál es su área?

#EXPERIMENTA



Resuelve la actividad "Tarjetas para multiplicar expresiones algebraicas", en la página 76.

MI PROCESO DE APRENDIZAJE



3. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

a) Observen la figura de la izquierda.

- » ¿Cuántas piezas forman la figura? _____
- » ¿Cuál es el área de cada pieza? _____
- » ¿Cuánto mide la base de la figura? _____
- » ¿Cuál es la altura de la figura? _____
- » Desarrollen el procedimiento para calcular el área de la figura de acuerdo con la medida de base y altura.

» Escriban el área total de la figura como una suma de las áreas de cada pieza que la compone.

b) Lean la información del recuadro. Comenten entre ustedes lo que no comprendan y propongan algunos ejemplos para aclarar sus dudas.

Un **monomio** es una expresión algebraica que consta de un coeficiente (número), una variable (letra), o bien el producto de números y variables.

Por ejemplo, 4, x , $12xy$ son monomios.

En cambio, la expresión $5 + x$, es un **binomio**, ya que se trata de una expresión algebraica formada por la suma o la diferencia de dos términos o monomios.

Casos de multiplicación de monomios

$$(6)(x) = 6x$$

Al multiplicar dos monomios, el resultado es un monomio el cual se deja indicado

$$(2x)(3y) = 6xy$$

Se multiplican los coeficientes y después las variables para formar otro monomio

$$(2x)(-3y) = -6xy$$

Se aplica la ley de los signos: se multiplican los coeficientes y después las variables.

$$(2)\left(-\frac{3}{2}y\right)(-0.1z) = 0.3yz$$

Cuando se multiplican más de dos monomios, se aplican las reglas anteriores.

Para obtener el producto de un monomio por un binomio, se multiplica el monomio por cada término del binomio aplicando los criterios anteriores.

$$\begin{aligned} 5x(2y + 3z) &= 5x(2y) + 5x(3z) \\ &= 5 \cdot 2 \cdot x \cdot y + 5 \cdot 3 \cdot x \cdot z \\ &= 10xy + 15xz \end{aligned}$$

#REFLEXIONA



Recuerda las partes de un término algebraico.

Signo: positivo (+)
o negativo (-)

$$-\frac{4}{7}x^3$$

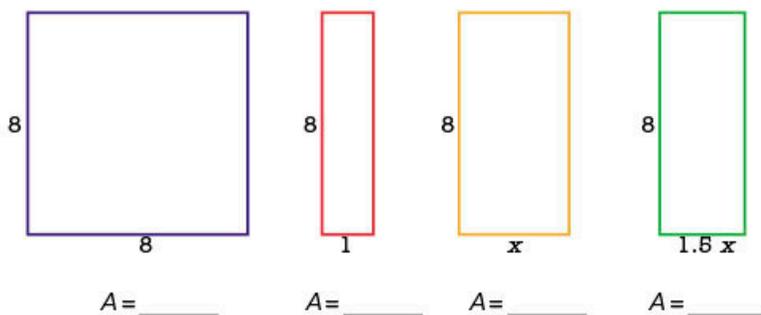
Exponente o potencia: valor al que se eleva la incógnita

Variable o incógnita

Coficiente: puede ser entero, fracción, decimal

¿Cómo son los términos semejantes?

c) Observen las siguientes piezas y calculen el área de cada una.



d) Completen la tabla de acuerdo con los resultados del inciso anterior.

Figura	Suma de áreas de las piezas	Área total	Sustitución en la fórmula $A = bh$	Área total
	$64 + 8x + 8$	$8x + 72$	$A = (8 + x + 1)8$ $A = (9 + x)8$	$72 + 8x$

4. En su cuaderno, hagan las operaciones y comprueben la igualdad de las siguientes expresiones. Guíense por los ejemplos.

$4(6x + 9) = 24x + 9$
 $\underline{24x + 36 \neq 24x + 9}$

$-2y(5x + 6) = -10xy - 12y$

$(-4 + 11m)(-n) = 4n - 44m$

$-8y(6 + 5x) = -40xy - 48y$

$(6z + 9)(-3x) = -18xz - 27x$
 $\underline{-18xz - 27x = -18xz - 27x}$

$-4(-2x - 3) = 8x - 12$

$(x + y)9 = 9x + 9y$

$3x + 9 = 3(x - 3)$



#REFLEXIONA

Paola hizo la siguiente operación $2x(y + 3) = 2xy + 3$. Fabiola le dijo que había un error en su procedimiento. Explica cuál es el error y cuál es la respuesta correcta.

#BITÁCORA

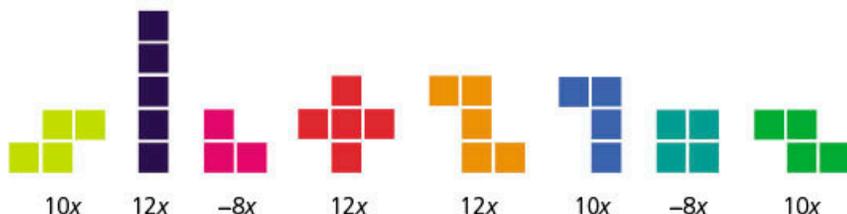


Ve a la página 227 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

5. Completen las expresiones para que se cumpla la igualdad.

- $5(\underline{\quad} - 2) = 20x \underline{\quad}$
- $(x+9)(\underline{\quad}) = \underline{\quad} + 108$
- $-x(4 + \underline{\quad}) = \underline{\quad} - 5xy$
- $-(x \underline{\quad} + y) = \underline{\quad} + 5 \underline{\quad}$

6. Un juego de rompecabezas consiste en crear rectángulos completos con cada pieza que sale al azar; cada una tiene un puntaje específico. Analiza la información y responde las preguntas.



Sandra y Nancy se enfrentaron y ambas lograron formar un rectángulo, como se muestra a continuación.

• Sandra



• Nancy



- ¿Qué puntaje obtuvo cada una? _____
- ¿Quién fue la ganadora? _____

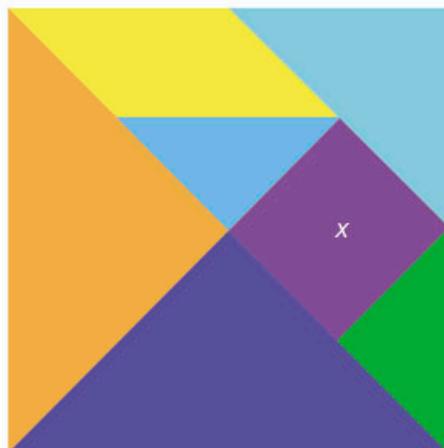
➔ MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

7. En el tangram, determina el área de cada pieza en función del área del cuadrado pequeño y escríbelo en cada una.

a) ¿Cuál es el área total del tangram?

b) Compara tus respuestas con tus compañeros. Revisen si tuvieron los mismos resultados.

c) Elaboren un tangram. Elijan la medida del cuadrado pequeño y verifiquen su respuesta para ese valor.



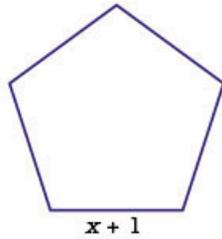
#FUENTE



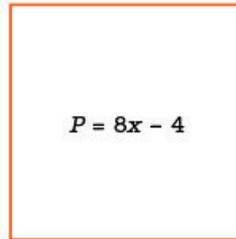
Ricardo Moreno, *Las matemáticas de los faraones*, Madrid, Nivola, 2012.

Desde los griegos hasta nuestros días ha existido una gran fascinación por las matemáticas de los egipcios. Descubre cómo medían superficies.

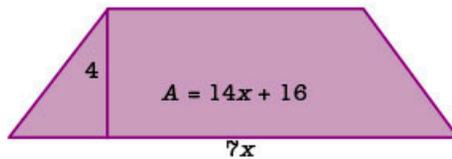
8. Calcula los valores que se solicitan en cada figura.



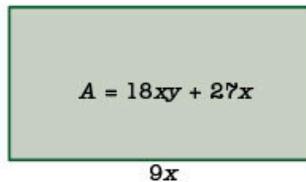
Perímetro = _____



Lado = _____

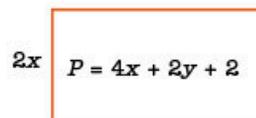


Base menor = _____



Altura = _____

Perímetro = _____



Base = _____

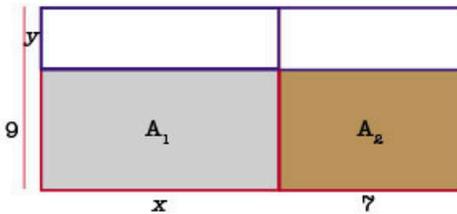
Área = _____



En redir.mx/SSPM2-075a encontrarás diversas actividades en las que se usan expresiones algebraicas.



9. De forma grupal, comparen y analicen los procedimientos para obtener el total del área sombreada.



Procedimiento 1

$$A_1 = x(9 - y) \quad A_2 = 7(9 - y)$$

$$A_1 = 9x - xy \quad A_2 = 63 - 7y$$

$$A_T = A_1 + A_2$$

$$A_T = 9x - xy + 63 - 7y$$

$$A_T = 9x - xy - 7y + 63$$

Procedimiento 2

$$A_T = bh$$

$$A_T = (x + 7)(9 - y)$$

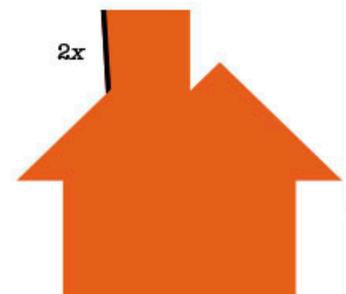
$$A_T = 9x - xy + 63 - 7y$$

$$A_T = 9x - xy - 7y + 63$$

a) Redacten en su cuaderno las características de las medidas y el procedimiento para multiplicar dichas expresiones algebraicas.

b) ¿Las expresiones que obtuvieron son equivalentes?

10. Elaboren grupalmente una definición de expresión algebraica equivalente.



La figura se armó con las piezas de un tangram. Traza cada pieza. Calcula el área de cada pieza y luego el área total de la figura.

Tarjetas para multiplicar expresiones algebraicas

Para efectuar esta actividad, necesitarás tres hojas de color (amarillo, azul y verde) y tijeras. Recuerda que en primer grado trabajaste con el área de figuras geométricas. En esta actividad, retomaremos las expresiones que conoces para calcular el área de un cuadrado y de un rectángulo.

1. Toma una hoja de color amarillo, recorta un cuadrado de $9\text{ cm} \times 9\text{ cm}$ y escribe en el centro del cuadrado L^2 para representar el área de un cuadrado de lado L .
2. Recorta, en una hoja de color azul, diez rectángulos de $9\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ y coloca una L en el centro del rectángulo (la base del rectángulo mide L unidades y su altura, 1 unidad).
3. Recorta, en una hoja de color verde, diez cuadrados de $3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ y anota el número 1 en el centro del cuadrado (este representa un área de 1 unidad cuadrada).
4. Para formar la expresión $L^2 + 2L + 1$, necesitarás un cuadrado amarillo + dos rectángulos azules + un rectángulo verde.



La suma de áreas es igual a $L^2 + 2L + 1$.

5. El objetivo de la actividad es formar cuadrados o rectángulos. Mueve las piezas y forma un cuadrado.

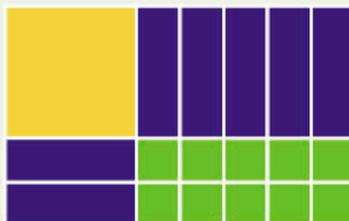


- a) ¿Cuánto mide la base del cuadrado? _____
- b) ¿Cuánto mide la altura del cuadrado? _____
- c) ¿Cuál es el área? _____

6. Construye, con tus piezas, un rectángulo para representar $L^2 + 5L + 6$.

- a) De acuerdo con tu figura, ¿cuáles son las medidas de los lados? _____

7. Determina, a partir de la siguiente figura, la medida de sus lados.

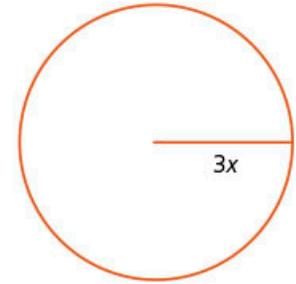


8. Observa que la figura anterior podría haber quedado como se muestra a continuación. ¿Cuál es su área?



1. En equipo, resuelvan el problema.

En una escuela, se hará un mural con el tema de la solidaridad, el cual se ha decidido que sea de forma circular. La superficie del mural se repartirá entre un grupo de estudiantes de secundaria, integrado por alumnos de los tres grados, en partes directamente proporcionales a 7, 5 y 2, respectivamente.



a) ¿Cuál es la expresión algebraica que permite calcular el área del círculo?

b) ¿Cuál es la expresión algebraica para calcular cualquier parte de la superficie?

c) ¿Qué superficie corresponde a cada parte? _____

d) ¿Cuál es la expresión algebraica para calcular el perímetro? _____

e) ¿Cuál es la expresión algebraica para calcular cualquier parte del perímetro?

f) ¿Qué fracción del perímetro corresponde a cada parte?

g) El diámetro del círculo mide 5 m. Usa este valor para verificar las expresiones algebraicas de los incisos anteriores. Haz las operaciones en tu cuaderno.

2. Selecciona las estrategias que aplicaste en la solución del problema anterior.

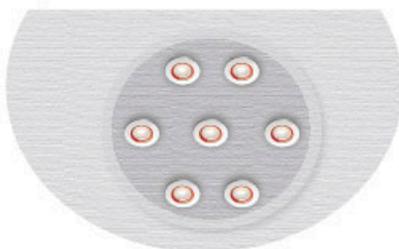
Estrategias para resolver un problema	Siempre	Casi siempre	A veces	Casi nunca	Nunca
1. Leo varias veces el problema hasta comprenderlo.					
2. Interpreto el problema con mis propias palabras.					
3. Elaboro algún esquema visual para comprender mejor el problema.					
4. Identifico los datos señalados en el problema y los datos que no se tienen, pero que son necesarios para dar solución.					
5. Identifico las operaciones que debo efectuar para resolver el problema.					
6. Hago las operaciones convenientes para obtener el resultado correcto y completo.					
7. Reviso el resultado para verificar que sea congruente de acuerdo con el cuestionamiento del problema.					

a) ¿Usas estrategias distintas a las mencionadas anteriormente?, ¿cuáles son?

b) Conocer las estrategias de resolución de problemas es un aspecto importante para resolverlos. Reflexiona también cómo te sientes al enfrentarte a un problema nuevo. ¿Eres perseverante? ¿Tienes confianza en ti mismo? ¿Investigas cuando tienes dudas?

Aprendizaje esperado: deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.

➔ **MIS PRIMERAS IDEAS**



En una tienda se ofrece como promoción del mes que, al comprar unas lámparas, la instalación es gratuita.

Un cliente seleccionó unas lámparas del catálogo y solicitó para su instalación el mismo tipo y la misma forma que vio, que es como se muestra en la imagen de la izquierda.

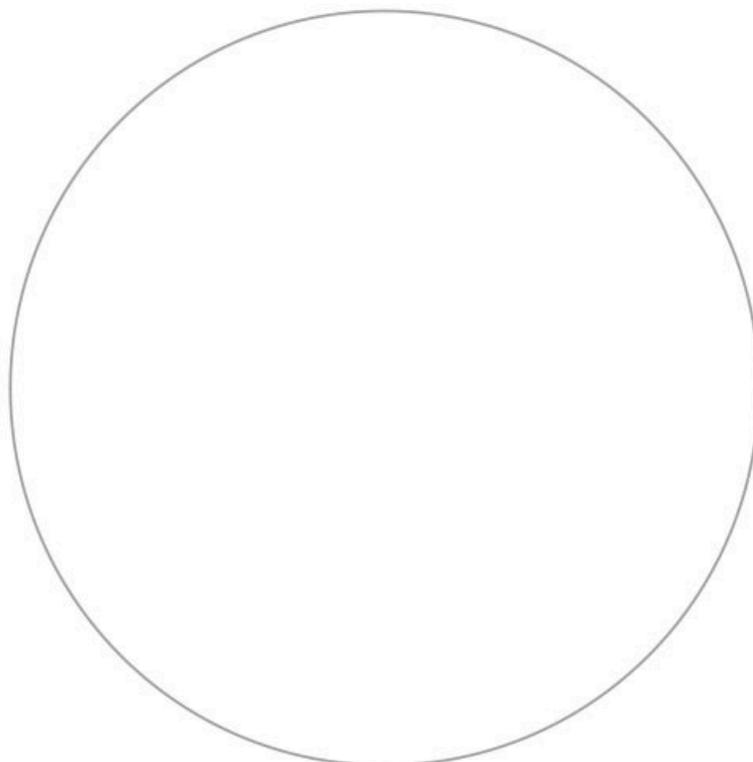
1. Contesta las preguntas y traza lo que se pide.



- a) ¿Cuántas lámparas necesita para la instalación? _____
- b) ¿Qué polígono se forma si se une el centro de la base de cada lámpara sin tener en cuenta la lámpara central?

- c) Si el cliente pide que las lámparas estén a una distancia de 50 cm de la lámpara del centro, ¿a qué distancia estarán entre sí las lámparas contiguas?

- d) Traza un octágono inscrito a la siguiente circunferencia.



#PROTAGONISTA



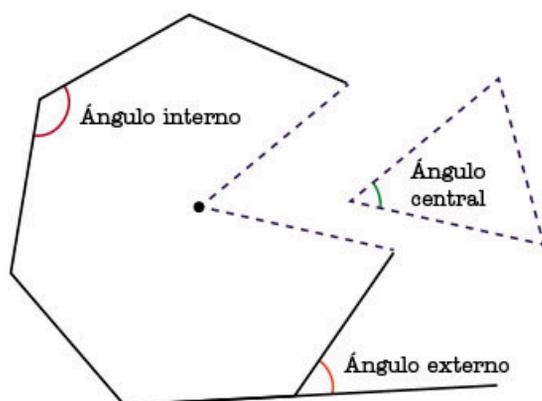
Si no encuentras la respuesta de manera directa, no te angusties. Propón alternativas, problemas similares y más sencillos; haz nuevas preguntas; prueba diferentes caminos, pero no te rindas al primer intento.

- e) ¿Cuánto mide cada lado del octágono? _____
- f) Indica un ángulo central, un interno y un externo del octágono, y escribe el nombre de cada uno.

- g) ¿Cuál es la medida del ángulo central? _____
- h) ¿Cuál es la medida del ángulo interno del octágono? _____
- i) ¿Cuál es la medida del ángulo externo? _____
- j) ¿Encuentras una relación entre los ángulos? Escribe tus observaciones.
- _____
- _____

2. Haz lo que se pide y responde las preguntas.

- a) Traza un heptágono inscrito en una circunferencia de 5 cm de radio y recórtalo.
- b) Indica un ángulo central, un interno y un externo del heptágono; escribe el nombre de cada uno.
- c) Recorta el triángulo definido por el ángulo central del heptágono como lo indica la siguiente imagen.



- d) Sobrepón el triángulo con el ángulo central en el ángulo externo.
¿Qué observas?
- _____
- e) Sobrepón el triángulo con el ángulo central en el ángulo interno,
¿qué observas?
- _____
- f) Coloca el triángulo con el ángulo central junto al ángulo interno, ¿qué observas con relación al ángulo que se forma?
- _____
- g) Comparte y compara tus respuestas con el grupo. ¿Coincide con las observaciones que hicieron en el inciso j) de la actividad anterior?
- h) Redacten una pequeña conclusión sobre la relación que guardan entre sí los tres tipos de ángulos.
- _____
- _____



#FUENTE
Claudi Alsina, *Geometría para turistas*, Barcelona, Editorial Ariel, 2015.

Es una guía de viaje para descubrir los secretos y curiosidades matemáticas que esconden los edificios y ciudades emblemáticas del mundo.

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

3. Lee la información del recuadro y traza, en tu cuaderno, un diagrama para ilustrar cada tipo de ángulo.

El **ángulo central** de un polígono regular es aquel que se forma por dos radios consecutivos.

El **ángulo interno** de un polígono regular es aquel que se forma por dos lados consecutivos.

El **ángulo externo** de un polígono regular es aquel que se forma por la prolongación de un lado y el lado consecutivo.

- a) En tu cuaderno, traza los siguientes polígonos y mide los ángulos para completar la tabla.

Polígono regular	Medida del ángulo central	Medida del ángulo externo	Medida del ángulo interno
Pentágono			
Hexágono			
Nonágono			
Decágono			
Octodecágono			

- b) Analiza la información de la tabla y completa los enunciados. En un polígono regular...

- » un ángulo central es _____ un ángulo externo.
- » un ángulo central es _____ un ángulo interno.
- » un ángulo externo es _____ un ángulo interno.
- » un ángulo interno es _____ un ángulo central.
- » un ángulo interno es _____ un ángulo externo.

- c) ¿Se cumplen las reglas en todos los casos? Escribe una conjetura donde relaciones los tipos de ángulos de un polígono regular.

- » En los polígonos regulares, el ángulo central es...

- d) Reflexiona y responde las siguientes preguntas.

- » ¿En qué polígono regular el ángulo central es mayor al ángulo interno?

- » ¿En qué polígono regular los ángulos central, interno y externo son iguales?

- e) Compara tus respuestas con las de otros compañeros. ¿Se cumplió la conjetura que escribieron?

#TIC T@C



Explora diferentes polígonos regulares en redir.mx/SSPM2-080a. Analiza las medidas de sus ángulos y compáralos con los de la tabla.



4. Analiza la siguiente información y úsala para responder las preguntas.

La **medida del ángulo central** de un polígono regular se calcula con la fórmula:

$$\text{ángulo central} = \frac{360^\circ}{n},$$

donde n es el número de lados.

- a) ¿Cuál es la fórmula para calcular el ángulo externo de un polígono regular?

- b) La suma de un ángulo interno más un ángulo externo es 180° , al igual que la suma de un ángulo interno más ángulo central. ¿Cuál es la fórmula para calcular la medida de un ángulo externo? Completa el siguiente algoritmo.

$$\text{ángulo central} + \text{ángulo interno} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{ángulo interno} = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$$

- c) Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Usen la información de la tabla de la actividad 4 para corroborar las relaciones entre los ángulos.



5. Reúnete con un compañero y resuelvan los siguientes planteamientos.

- a) El ángulo central de un polígono regular mide 9° , ¿cuántos lados tiene el polígono? _____

- b) ¿Cuánto mide el ángulo interno de un polígono de 45 lados? _____

- c) El ángulo externo de un polígono mide 12° .

» ¿Cuántos lados tiene el polígono? _____

» ¿Cuánto mide su ángulo interno? _____

- d) ¿Cuánto mide el ángulo interno de un polígono cuyo ángulo central mide 120° ?

- e) ¿Existe un polígono regular cuyo ángulo interno mida 100° ? Expliquen su respuesta.

- f) Tracen, en su cuaderno, cada uno de los polígonos de los incisos anteriores. Inicien con el dato que se da en el problema.



6. En tu cuaderno, traza los polígonos indicados y redacta los pasos que seguiste para su construcción.

- a) Traza el polígono regular cuyo radio mide 2 cm y su ángulo exterior mide 45° .

- b) Traza el polígono regular cuyo ángulo interno mide 108° y su radio 3 cm.

- c) Traza el polígono regular cuyo ángulo central mide 40° y su lado 2 cm.



#DATO

Dos ángulos son suplementarios cuando suman 180° .

Dos ángulos son complementarios cuando suman 90° .



#REFLEXIONA

Identifica cuál es el dato inicial y establece las estrategias que sigues para trazar las figuras.



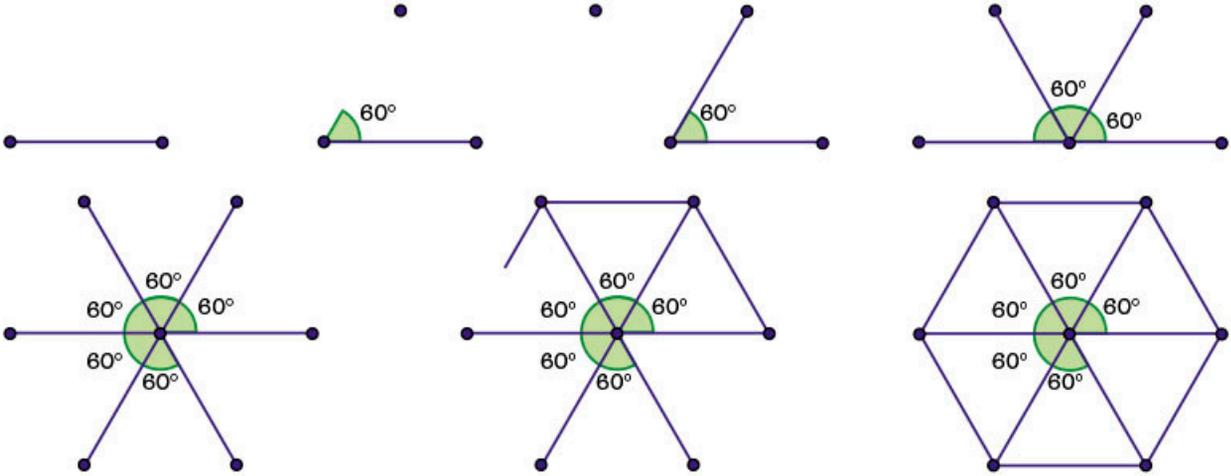
Ve a la página 228 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

7. Reúnanse en parejas y retomen las construcciones de la actividad 7.

- Por turnos, dicten a su compañero las instrucciones que redactaron en la actividad anterior.
- Comparen sus construcciones. ¿Obtuvieron las mismas figuras? _____
- Comenten con el grupo su experiencia del trabajo anterior; si hay errores, identifiquenlos en los pasos de la construcción.

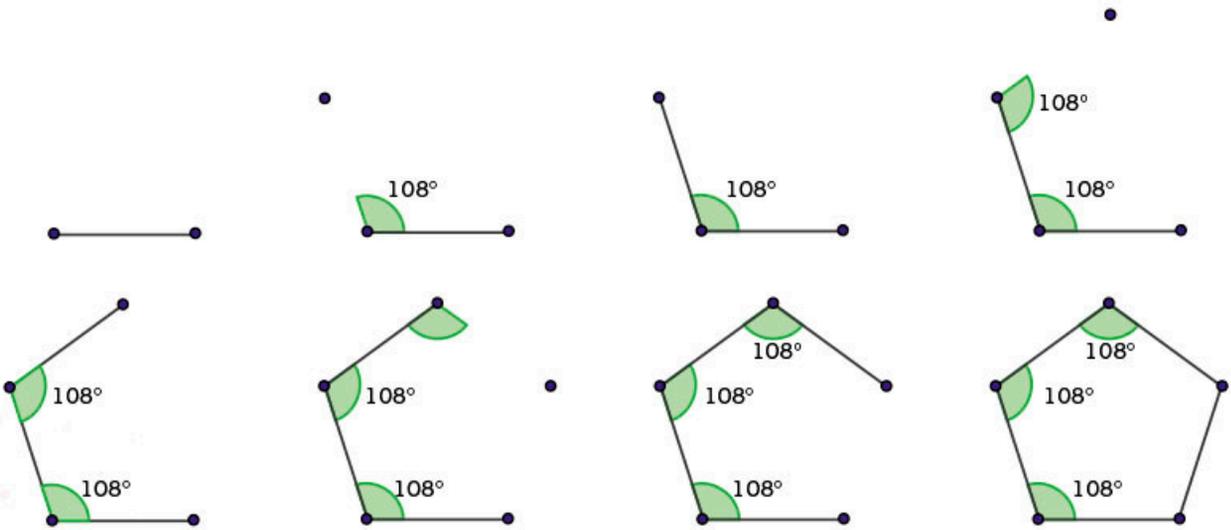
8. Observa las siguientes construcciones y contesta las preguntas.

a) Construcción 1



» ¿Con qué elementos se inició la construcción?

b) Construcción 2



» ¿Con qué elementos se inició la construcción?

- Redacta, en tu cuaderno, los pasos que se deben seguir para la construcción de un polígono regular si conocemos la medida de su radio o la medida de su lado.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

9. Reproduce la siguiente figura en tu cuaderno con medidas reales.



- Escribe la medida de sus ángulos internos.
- Describe cómo son los ángulos internos conforme aumenta el número de lados de los polígonos.
- Compara tus observaciones con tus compañeros y escriban una breve conclusión.

10. Reúnanse en equipo y reproduzcan la siguiente figura en su cuaderno. Respondan las preguntas. Los triángulos equiláteros tienen 1 cm de lado.

a) ¿Cuántos lados tienen los polígonos mayores?

b) ¿Cuánto miden sus ángulos internos?

c) ¿Qué polígono se formará entre los cuadrados?

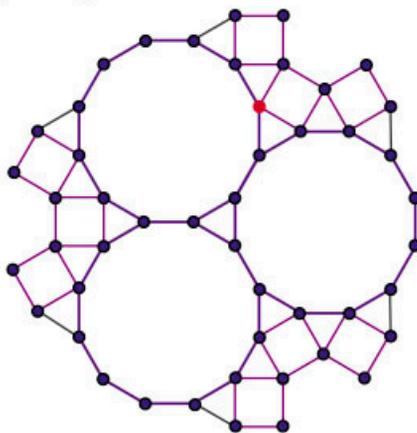
d) ¿Cuánto miden sus ángulos internos?

e) ¿Qué polígonos están alrededor del punto rojo?

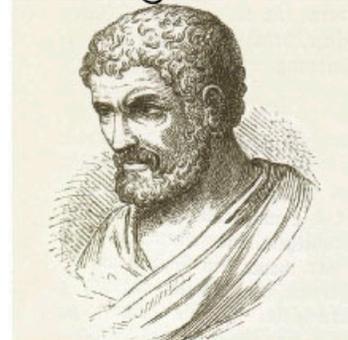
f) ¿Cuánto miden los ángulos internos de esos polígonos y cuánto suman?

g) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros.

11. De manera grupal, analicen por qué en un triángulo equilátero (polígono regular con el menor número de lados) el ángulo central es mayor que el ángulo interno. Redacten una breve conclusión en su cuaderno.



#CONTEXTO



Los antiguos griegos, desde la época de Euclides (480 a. n. e.), conocían algunos de los polígonos construibles. Estos son polígonos regulares que se trazan solamente con regla y compás; por ejemplo, un triángulo, cuadrado, pentágono o hexágono. Investiga cuáles más.

Aprendizaje esperado: resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.

#DATO



El medio maratón es una prueba de 21 097.5 m. El récord femenino es de 1 h 04 min 51 s; lo obtuvo Joyciline Jepkosgei (de Kenia), el 22 de octubre de 2017, en Valencia, España.

El récord masculino es de 58 min 23 s; lo obtuvo Zersenay Tadese (de Eritrea), el 21 de marzo de 2010, en Lisboa, Portugal.

#ALGUIEN COMO YO

Lorena Ramírez, con su vestido y huaraches típicos de los rarámuri, ganó el tercer lugar en la categoría *senior* (de 18 a 39 años de edad) y el quinto lugar general femenino del ultramaratón europeo Cajamar Tenerife Bluetrail, España (9 de junio de 2018). Corrió 102 km en 20 h 11 min 37 s. La carrera reunió 2 400 corredores de 38 países. Antes de este logro, ganó en cinco ocasiones el ultramaratón (100 km) de Guachochi, Chihuahua.

➔ MIS PRIMERAS IDEAS

Alma entrena para participar en una competencia atlética de 20 km. Durante sus entrenamientos, utiliza un reloj que tiene las siguientes funciones: cronómetro para medir el tiempo, podómetro para medir la cadencia (número de pasos dados por minuto) y la distancia (en kilómetros). También tiene una función para calcular la velocidad (en kilómetros por hora).

1. Responde las preguntas.

- a) Si corre a una velocidad promedio de 10 km/h, ¿cuánto tiempo le tomará recorrer 20 km? _____
- b) Alma tiene el objetivo de participar en competencias internacionales, para lo cual debe aumentar su velocidad promedio hasta 20 km/h. Si aumenta su velocidad, ¿el tiempo total aumenta o disminuye? Explica tu respuesta.

- c) ¿Cuánto tiempo tardará en correr 20 km a una velocidad de 20 km/h? _____
- d) Completa la tabla para recorrer una distancia de 20 km a diferentes velocidades.

Tabla 1

Velocidad (km/h)	Tiempo (h)
1	
5	
10	
15	
20	

- e) El pasado fin de semana, Alma entrenó a una velocidad promedio de 12 km/h. Con esta información, completa la tabla.

Tabla 2

Tiempo (h)	Distancia (km)
$\frac{1}{2}$	
1	
$1\frac{1}{2}$	
2	
$2\frac{1}{2}$	
3	

- f) En la primera tabla se muestra la relación de las variables *velocidad* y *tiempo*. A medida que aumenta la velocidad, ¿qué ocurre con el tiempo?

- g) En la segunda tabla se muestra la relación de las variables *tiempo* y *distancia*. A medida que aumenta el tiempo, ¿qué ocurre con la distancia?





Conoce más sobre la zona arqueológica de Xochicalco en redir.mx/SSPM2-085a.

2. Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas.

Un grupo de amigos que vive en la Ciudad de México organizó una excursión para visitar la zona arqueológica de Xochicalco en el estado de Morelos. Han decidido rentar un autobús con 40 asientos con un costo de \$ 12 000.00

- a) Si a la excursión asistieran 40 personas, ¿cuánto pagaría cada una? Completa la tabla 3 para saber el costo por persona.

Tabla 3

Personas que asistirán a la excursión	Costo por persona (\$)
40	
30	
20	
10	1 200.00
5	

- b) Explica qué ocurre con el precio individual cuando más personas asisten a la excursión y lo que sucede cuando van menos.

- c) De la tabla anterior, elige una fila y multiplica el valor de la primera columna por el valor de la segunda; repite el procedimiento con otra fila. ¿Cómo son los valores que obtienes?

- d) Escribe una expresión que te permita determinar cuánto pagaría cada persona si únicamente fueran 11. Explica tu procedimiento.



3. Trabajen en parejas. Usen los resultados de las actividades 1 y 2.

- a) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Cuando obtengan resultados diferentes, revisen sus operaciones y corrijan lo necesario.
- b) Analicen los resultados de las diferentes tablas y expliquen si representan una variación directamente proporcional.

- c) En las tablas, observen qué sucede con los valores de la segunda columna cuando aumentan los de la primera.

- d) En cada tabla, elijan una fila, multipliquen el valor de la primera columna por el de la segunda; luego, repitan el mismo procedimiento con cada fila. ¿Cómo son los valores que obtienen? Escriban sus observaciones en el cuaderno.

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

4. En parejas, lean la siguiente información y respondan las preguntas.

Constante de proporcionalidad

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al multiplicar (o dividir) una de ellas por un número, la otra queda dividida (o multiplicada) por el mismo número.

Multiplicar por 2	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="padding: 5px;">4</td><td style="padding: 5px;">20</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">8</td><td style="padding: 5px;">10</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">16</td><td style="padding: 5px;">5</td></tr> </table>	4	20	8	10	16	5	Dividir entre 2 o multiplicar por $\frac{1}{2}$ Dividir entre 4 o multiplicar por $\frac{1}{4}$
4		20						
8		10						
16	5							
Multiplicar por 4								

Si al valor a_1 de la primera magnitud le corresponde un valor a_2 de la segunda magnitud, se comprueba que el producto de estos dos valores es siempre una constante, el cual se denomina **constante de proporcionalidad inversa**.

a_1	a_2	$a_1 \times a_2$
4	20	80
8	10	80
16	5	80

- a) Analicen las tablas 1, 2 y 3 de las actividades anteriores e identifiquen la constante de proporcionalidad inversa.

Tabla 1: _____ Tabla 2: _____ Tabla 3: _____

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si cuando una de ellas aumenta, la otra disminuye en la misma proporción.

Por ejemplo, en la siguiente relación inversamente proporcional, mientras una aumenta al doble, la otra disminuye a la mitad.

Se repartirán 80 libros entre los asistentes a una reunión.

Asistentes (personas)	Libros repartidos a cada uno
4	20
8	10
16	x

El valor faltante de la relación en el cuadro de información anterior se puede determinar con una regla de tres inversa.

$$8 \rightarrow 10 \quad \frac{8}{16} = \frac{x}{10} \quad x = \frac{(8)(10)}{16} \quad x = 5 \text{ libros}$$

- b) Verifiquen cómo son las relaciones mostradas en las tablas 1, 2 y 3 de las actividades anteriores. ¿Qué tipo de relación proporcional presentan?

- c) Comparen sus respuestas con sus compañeros y, con ayuda del profesor, discutan las dudas que hayan surgido.

#REFLEXIONA



La regla de tres simple se emplea cuando hay una relación de proporcionalidad directa. Recuerda el algoritmo y compáralo con el de la regla de tres inversa.



5. Resuelve los siguientes problemas.

- a) Si tres pintores demoran 12 días en hacer un trabajo, ¿cuántos pintores se necesitan para hacer el mismo trabajo en 3 días? Considera que los pintores trabajan al mismo ritmo.
- _____
- b) Con el trabajo de 10 máquinas se hace un tramo de carretera en 200 h. ¿Cuánto se tardarían 25 máquinas en el mismo tramo de carretera?
- _____
- c) En una bodega, 10 obreros descargan un tráiler en 2 h. ¿Cuántos obreros se necesitarían para descargar el tráiler en 30 min? Considera que los obreros trabajan al mismo ritmo.
- _____
- d) En una empaedora de yogurt, una máquina envasa 200 botes de yogurt en 1 h. ¿En cuánto tiempo lo harán seis máquinas?
- _____
- e) Valida, en grupo, los resultados. Discutan acerca de la eficiencia de resolver los problemas anteriores por medio de una tabla y por regla de tres inversa. Identifiquen la constante de proporcionalidad directa o inversa en cada problema.

6. Resuelve lo que se pide.

- a) Determina si los siguientes enunciados corresponden a conjuntos de cantidades inversamente proporcionales.
- » La cantidad de tortillas en kilogramos y su precio en pesos. _____
 - » La velocidad de una camioneta y el trayecto recorrido en el mismo tiempo. _____
 - » La velocidad de una camioneta y el tiempo empleado en recorrer el mismo trayecto. _____
 - » El pago de acuerdo con las horas trabajadas. _____
- b) Comparen sus respuestas con las de otro compañero y propongan un ejemplo para justificar su elección. Identifiquen la constante de proporcionalidad.



7. Reúnete con un compañero. Redacten, en su cuaderno, una situación para cada una de las tablas siguientes.

Tabla 4

x	y
5	10
10	20
15	30
20	40

Tabla 5

x	y
1	24
2	12
3	8
4	6

- a) Identifiquen el tipo de relación proporcional de cada tabla.
- b) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y verifiquen que la situación propuesta tenga sentido para cada tipo de relación proporcional. Determinen la constante de proporcionalidad correspondiente.



#REFLEXIONA

La proporcionalidad inversa es una relación donde una de las variables aumenta y la otra disminuye; sin embargo, debes tener cuidado, ya que no toda relación con ese comportamiento es proporcional. ¿Qué otra condición o condiciones se deben cumplir?

#REFLEXIONA



Para resolver los problemas, primero identifica si se trata de una relación de proporcionalidad directa o inversa, y cuál es la constante de proporcionalidad correspondiente.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

8. Analiza y resuelve cada planteamiento.

- a) Una llave de agua arroja 12 L de agua por minuto; tarda 1 h en llenar un tinaco. ¿Cuánto tardará una llave que arroja 18 L de agua por minuto?

- b) Un autobús avanza a una velocidad promedio de 87 km/h y tarda 8 h en llegar a su destino. ¿A cuántos kilómetros por hora en promedio debe ir para hacer su recorrido en 6 h?

- c) Una expedición de 4 personas al polo sur tiene alimento asegurado para 27 días. ¿Para cuántos días les alcanzaría si la expedición fuera de 9 personas?

- d) Una familia de 4 integrantes cubre sus necesidades por 18 días con 1 000 L de agua. Si la familia invita a 2 amigos a vivir con ellos, ¿para cuántos días les alcanzarán esos litros?

9. En parejas, analicen la siguiente situación.

Patricia resuelve un problema que dice "para transportar la producción de una granja se utilizan 5 camiones, los cuales deben dar 12 viajes. Si se contratan 7, ¿cuántos viajes necesitan hacer?". Patricia dice que 8.5, entonces Gabriela opina que no es posible ese resultado. ¿Con quién están de acuerdo?

10. Analiza la información que se presenta en la tabla 6 y úsala para completar las tablas 7 y 8, a partir de las condiciones especificadas.

Tabla 6

x	8
y	6

- a) Continúa la tabla con una variación directamente proporcional.

Tabla 7

x	8		
y	6		

- » Constante de proporcionalidad directa: _____

- b) Continúa la tabla con una variación inversamente proporcional.

Tabla 8

x	8		
y	6		

- » Constante de proporcionalidad inversa: _____

- c) Compara tus respuestas con las del grupo. ¿En qué tabla obtuvieron los mismos valores? Expliquen por qué.

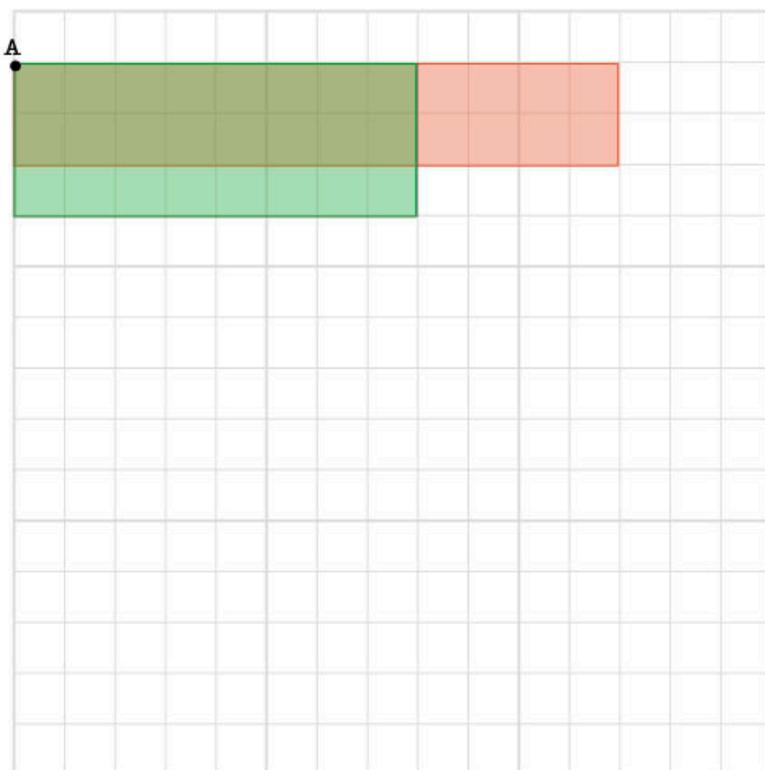
#TIC T@C



Consulta la página redir.mx/SSPM2-088a para ejercitar la regla de tres inversa.

11. Resuelve el problema.

En la siguiente superficie se han trazado dos rectángulos que tienen la misma área.



- a) Traza otros cuatro rectángulos con las siguientes condiciones: que tengan la misma área que los rectángulos de ejemplo, que uno de sus vértices coincidan en el punto A y que las medidas de sus lados sean números enteros.
- b) Completa la siguiente tabla con base en los rectángulos que trazaste.

Tabla 9

Altura	2	3				
Base	12	8				

- c) Multiplica los valores de cada columna de la tabla anterior. Por ejemplo, para la primera columna se tiene la multiplicación $2 \times 12 = 24$. ¿Qué representa este resultado en cada uno de los rectángulos anteriores? _____
- d) ¿Es posible trazar más rectángulos cuyos lados no sean números enteros, pero que tengan la misma área? _____
- e) Completa la siguiente tabla y comprueba que los rectángulos tengan la misma área.

Tabla 10

Altura	2.5	3.2	4.8	6.4	9.6	16
Base						

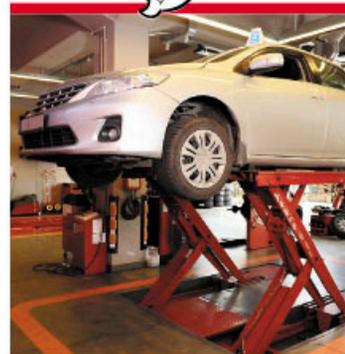
12. De forma grupal, discutan si es posible que en la tabla que representa una situación de proporcionalidad inversa se obtenga una constante de proporcionalidad inversa igual a 0. Redacten, en su cuaderno, una breve conclusión.

#BITÁCORA



En la página 228, resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

#CONTEXTO



La ley de Boyle es un ejemplo de relación inversamente proporcional de la presión y el volumen de un gas a temperatura constante. Con este principio se han creado los gatos hidráulicos, por ejemplo. Investiga qué es esta ley y en qué otras máquinas se emplea este principio.

Aprendizaje esperado:

analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.

MIS PRIMERAS IDEAS

Una compañía de telefonía celular ofrece dos planes de renta al mes; en cada plan, el usuario debe pagar un monto fijo, el cual incluye mensajes y llamadas ilimitadas más un costo por cada megabyte (MB) consumido.

Plan	Renta mensual fija (\$)	Costo por MB consumido
Plan A	100	0.20
Plan B	150	0.10

1. Reúnete con un compañero y lleven a cabo lo que se pide con base en los planes telefónicos anteriores.

a) Completen las tablas.

Tabla 1. Plan A

MB consumidos	Costo total (\$)
0	
100	
200	
300	
400	
500	
600	

Tabla 2. Plan B

MB consumidos	Costo total (\$)
0	
100	
200	
300	
400	
500	
600	

b) Julio asegura que el costo total que se va a pagar en el plan A al consumir 500 MB es de \$100.00, pero Nancy dice que es incorrecto. Expliquen con quién están de acuerdo.

c) En el caso de que un usuario no consuma MB, ¿cuánto deberá pagar mensualmente en cada plan?

d) Tere contrató el plan A y durante un mes consumió 975 MB. ¿Cuánto deberá pagar en total por el servicio?

e) Fernando contrató el plan B y, al consumir 500 MB, pagó un total de \$200.00. ¿Cuánto pagaría en su recibo mensual al consumir 750 MB?

f) Gabriel hizo el cálculo anterior y asegura que Fernando debería pagar \$300.00 por 750 MB consumidos en el plan B. ¿Cuál es su error?

g) Determinen una regla o fórmula para calcular el costo total de un servicio (y) en relación con cualquier consumo de MB (x).

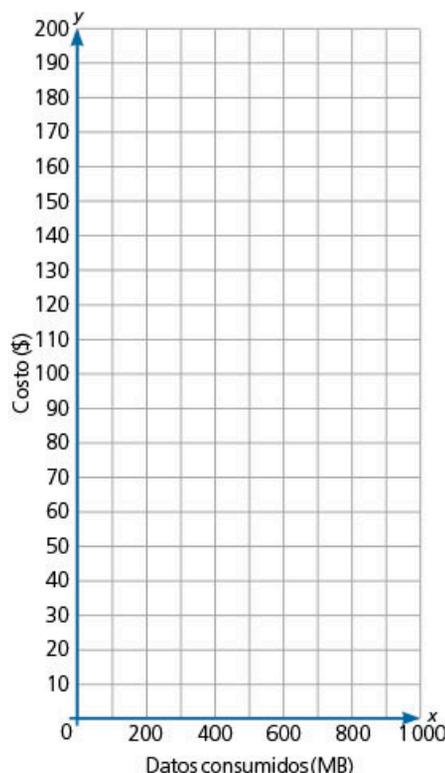
Plan A: _____ Plan B: _____

GLOSARIO

byte: unidad base de almacenamiento de información que se utiliza en computación.

megabyte: unidad que corresponde a un millón de bytes.

- h) En el siguiente plano cartesiano tracen las gráficas 1 y 2, correspondientes al plan A y al plan B, respectivamente. Junto a ellas, escriban la expresión algebraica de cada una.



- i) En su cuaderno, elaboren una tercera tabla en la que se relacione el costo por cada MB consumido en el plan A, pero sin considerar la renta mensual. Agreguen tantas filas como consideren necesario.

Tabla 3. Plan A

MB consumidos	Costo por MB consumido (\$)
0	0
100	

- j) En el plano anterior, tracen la gráfica 3 donde representen los valores de la tabla 3. Después, encuentren una expresión algebraica que relacione los megabytes consumidos (x) con el costo (y) y escribanla junto a su gráfica.
- k) Comparen las gráficas 1 y 3. ¿Por qué una pasa por la coordenada $(0, 0)$ y la otra no? Expliquen su respuesta desde el contexto de la situación.

- l) En su cuaderno, elaboren la tabla 4, en la que relacionen el costo por cada MB consumido en el plan B, pero sin considerar la renta mensual.
- m) Encuentren la expresión algebraica que corresponde a la tabla 4 y tracen su gráfica en el plano anterior.
- n) Comenten con su grupo las similitudes y diferencias que encuentran en las gráficas que trazaron.

#EXPERIMENTA



Resuelve la actividad "Gráficas de variación lineal", en la página 100.

#REFLEXIONA



Observa que la escala del plano cartesiano no es 1:1. Cuando traces una gráfica, necesitas proponer una escala adecuada para representar los datos.

#PROTAGONISTA



Las matemáticas te pueden ayudar a tomar buenas decisiones, por ejemplo, al decidir qué comprar, pedir un préstamo o elegir algún servicio de acuerdo con su costo.

MI PROCESO DE APRENDIZAJE

2. Lean la siguiente información y después respondan las preguntas con base en las gráficas que trazaron en la actividad 1.

GLOSARIO



intersecar: cuando dos líneas se cortan entre sí; el punto en que estas se cortan se denomina *punto de intersección*.

Algunos fenómenos tienen asociada una expresión algebraica de la forma $y = mx + b$. Las gráficas de este tipo de expresiones son líneas rectas.

Se denomina **ordenada al origen** a la distancia que existe entre el origen y el punto de intersección de la gráfica y el eje y (o eje de las ordenadas). En la expresión $y = mx + b$, la b determina la ordenada al origen.

Por ejemplo:

Expresión algebraica

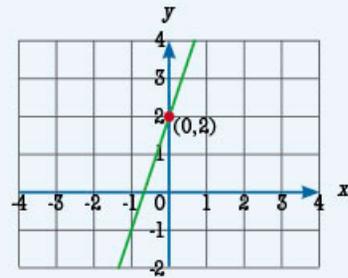
$$y = 3x + 2$$

Ordenada al origen:

$$b = 2$$

Por lo tanto, la gráfica **interseca** el eje y en el punto $(0, 2)$.

Gráfica



#TIC T@C



Explora la página redir.mx/SSPM2-092a; en ella encontrarás una actividad para el estudio de las funciones lineales.

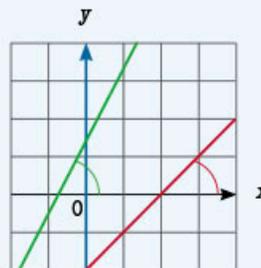
- a) A continuación, se muestran las expresiones algebraicas correspondientes a cada una de las gráficas analizadas en la actividad anterior. En la última fila, escribe cuál es la ordenada al origen de cada una de ellas.

Gráfica 1	Gráfica 2	Gráfica 3	Gráfica 4
Plan A: renta fija más consumo en MB	Plan A: solo consumo en MB	Plan B: renta fija más consumo en MB	Plan B: solo consumo en MB
$y = 0.2x + 100$	$y = 0.2x$	$y = 0.1x + 150$	$y = 0.1x$
$b =$	$b =$	$b =$	$b =$

La pendiente de una recta se refiere a la inclinación o al declive que tiene la gráfica con respecto al eje x .

En la expresión $y = mx + b$, el valor de m representa la pendiente.

Por ejemplo, en el siguiente plano, la recta verde tiene una inclinación más pronunciada que la roja.



La inclinación nos permite determinar la rapidez con la que cambia o varía la relación entre dos variables en una situación dada. Por ejemplo, en la gráfica anterior, la verde tiene un cambio o variación mayor que la gráfica roja.

b) Determinen cuál es el valor de la pendiente en cada uno de los casos.

Gráfica 1	Gráfica 2	Gráfica 3	Gráfica 4
Plan A: renta fija más consumo en MB	Plan A: solo consumo en MB	Plan B: renta fija más consumo en MB	Plan B: solo consumo en MB
$y = 0.2x + 100$	$y = 0.2x$	$y = 0.1x + 150$	$y = 0.1x$
$m =$	$m =$	$m =$	$m =$

c) ¿Cuáles gráficas tienen una pendiente igual?

d) ¿Qué gráfica tiene mayor inclinación?

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

3. Lee los siguientes planteamientos. En tu cuaderno, responde las preguntas y traza las gráficas indicadas.

- a) César solicitó un préstamo de \$5 400.00 a una caja de ahorros. Le cobrarán una tasa de interés fija de 5 % mensual sobre la cantidad prestada. La deuda acumulada es el resultado de la suma del monto inicial más su interés.
- » ¿Cuánto debe en el primer mes?
 - » Escribe una expresión para determinar la deuda acumulada en cualquier mes.
 - » ¿Cuál sería la deuda acumulada de César después de dos años y siete meses?
- b) César buscó otra opción. Fue a otra caja de ahorros donde le informaron que le cobrarían de forma escalonada: hasta los primeros 6 meses, una tasa del 2 %; del mes 7 al 12, una tasa del 3 %; y a partir del segundo año en adelante, el 5 %.
- » Elabora en tu cuaderno una tabla donde se muestre la deuda acumulada (monto inicial + interés) para un año y medio.
 - » A partir de la tabla anterior, traza en tu cuaderno la gráfica y describe cómo es.
 - » Compara cómo es la pendiente cuando la tasa de interés es más alta.
- c) La tarifa de un taxi es de \$20.00 de precio inicial (banderazo). Se cobra \$1.00 por cada 100 m en función de la cantidad de metros recorridos. Por ejemplo, a los 50 m se cobran \$20.50 y a los 250 m, \$22.50.
- » Nombra x al número de metros y y a la cantidad que se pagará. Escribe una expresión que te permita determinar el total que se va a pagar después de ciertos metros recorridos.
 - » Traza la gráfica que relacione el total que se va a pagar con la distancia recorrida.
 - » Averigua (o estima) la distancia de tu casa a la escuela y determina cuánto pagarías si tomaras este servicio de taxi.

4. Comenta con tus compañeros las estrategias que usaste para resolver los problemas anteriores. Por ejemplo: elaborar una tabla, determinar una expresión algebraica, trazar una gráfica, resolver una ecuación, hacer un diagrama, entre otras.

#BITÁCORA



Ve a la página 229 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

#CONTEXTO



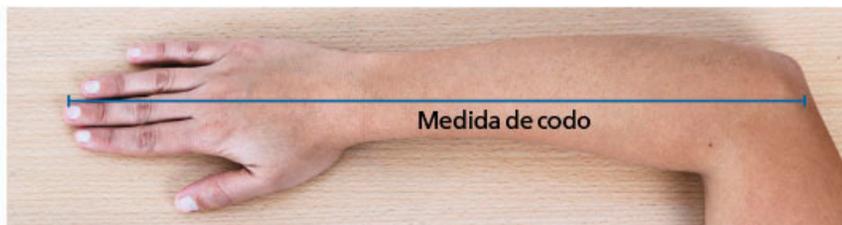
Para calcular el volumen de sangre de una persona, se multiplica su peso por 0.07. Escribe una expresión para obtener el volumen de sangre a partir del peso. ¿Cuál sería tu volumen de sangre?

Aprendizaje esperado:

recolecta, registra y lee datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea.

MIS PRIMERAS IDEAS

En la Antigüedad, no se contaba con instrumentos de medición como los que tenemos hoy en día; para medir, el ser humano utilizó su propio cuerpo. Una de las partes más empleadas fue el codo, cuya medida comprendía la distancia del codo hasta la punta del dedo más grande estando la mano extendida, tal como se muestra en la siguiente imagen.



#DATO

La longitud es la distancia en línea recta que existe entre dos puntos en el espacio.

1. Responde las preguntas.

a) En la actualidad, utilizamos diversos instrumentos de medición. Menciona algunos que tengas a tu alcance o que hayas usado.

b) ¿Qué instrumento utilizas para medir una longitud?

c) ¿Cuál es la medida de tu codo en centímetros? _____

2. Organícense en equipos de diez compañeros. Lleven a cabo la siguiente actividad.

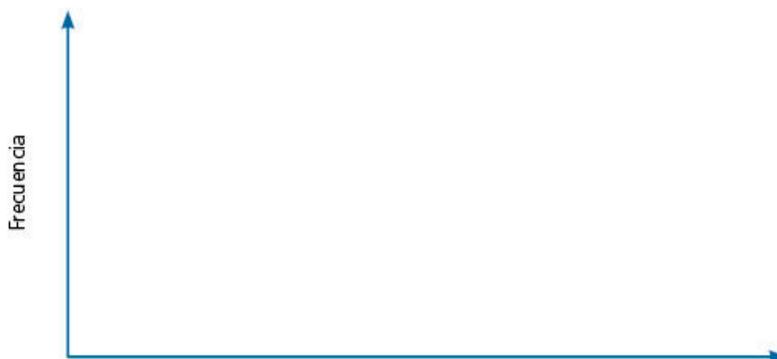
• Necesitarán una regla o cinta métrica.

a) Midan la distancia "codo" de sus compañeros y concentren las medidas en la siguiente tabla.

Compañero	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Medida										

b) Presenten la información de la tabla en un histograma con tres intervalos.

c) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Si no recuerdan cómo elaborar un histograma, consulten la secuencia 8 (página 50).



#REFLEXIONA

La creatividad y el ingenio son parte fundamental de la resolución de problemas. Si no cuentan con una regla lo suficientemente larga para medir los codos, pidan a sus compañeros que coloquen su codo en el piso y que recarguen su brazo en la pared, después, coloquen una marca que señale adónde llega su dedo más largo. Midan la distancia entre el suelo y la marca.

MI PROCESO DE APRENDIZAJE



3. En parejas, resuelvan la actividad.

En una fiesta, los anfitriones regalarán pantuflas para que los invitados estén cómodos por la noche y continúen con la celebración. El proveedor les dijo que tienen tres tallas para elegir: chica, de 20.5 cm a 22.5 cm; mediana, de 23 cm a 25 cm; y grande, de 25.5 cm a 27.5 cm.

Los anfitriones les preguntaron a sus invitados su talla de calzado y obtuvieron las siguientes respuestas (en cm): 24, 27, 24.5, 23, 24.5, 26, 22, 21, 27, 25, 26, 27.5, 23, 25.5, 26, 21.5, 27.5, 24, 25, 24.5, 26, 22, 23.5, 25, 24, 26, 25, 24, 21, 24.5, 23, 26, 27.5, 24, 25, 24.5, 25, 24, 21, 23.

a) ¿Cuántos invitados tendrán? _____

b) Concentren la información en la siguiente tabla.

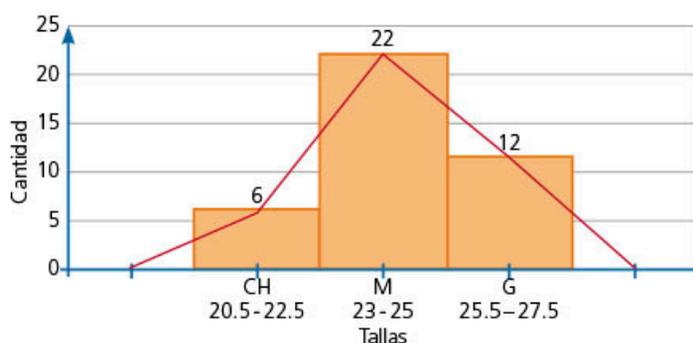
Talla	20.5	21	21.5	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25	25.5	26	26.5	27	27.5
Frecuencia															

c) ¿Cuántas pantuflas deben pedir de cada talla?

d) Cuando el proveedor recibe los pedidos, los registra en una tabla como la siguiente. Completen la última columna.

Talla	Medidas (cm)	Frecuencia
Chica	20.5–22.5	
Mediana	23–25	
Grande	25.5–27.5	

e) La secretaria del proveedor concentró la información del pedido en la siguiente gráfica.



f) En la gráfica anterior hay un histograma de base y otra gráfica de color rojo. Describan las características de la segunda gráfica (color rojo).

g) En grupo, hagan un listado con las características de la gráfica.



#BITÁCORA

Ve a la página 229 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.



Consulta los resultados del estudio sobre los hábitos de los usuarios de internet en México, 2018, en redir.mx/SSPM2-096a.

Un **polígono de frecuencia** es una gráfica que se obtiene al unir en forma consecutiva (con segmentos de recta) los puntos medios de las alturas de cada intervalo.

Además, el polígono de frecuencias es una gráfica cerrada; para hacerlo, se incluye el punto medio anterior al primer intervalo y un punto medio posterior al último intervalo; ambos con frecuencia cero.

4. Trabaja con un compañero y resuelvan la actividad.

Una biblioteca pública tiene préstamo de computadoras y servicio de internet gratuito para sus usuarios. En esta área, llevan un registro de la edad de las personas que acceden a dichos servicios. A continuación, se muestra el informe de los usuarios de la semana.

Intervalo (años de edad)	Punto medio	Número de usuarios
6-11	8.5	6
11-16	13.5	16
16-21	18.5	21
21-26	23.5	14
26-31	28.5	13
31-36	33.5	9
36-41	38.5	8
41-46	43.5	7
46-51	48.5	5
51-56	53.5	1

- a) ¿Cuál es el ancho del intervalo? _____
- b) Lee la información del recuadro y, después, usa el histograma como base para trazar el polígono de frecuencias con los datos de la tabla.

Para obtener el punto donde inicia la gráfica, se debe restar la diferencia que existe entre dos puntos medios consecutivos al primer punto medio.

Para obtener el punto donde termina la gráfica, se suma la diferencia anterior al último punto medio.

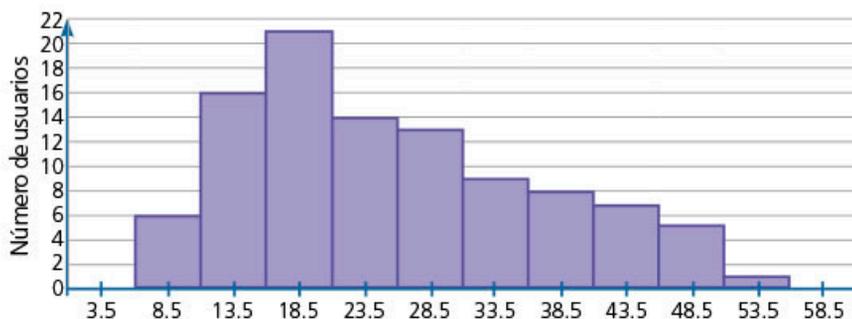
A ambos puntos se les asigna la frecuencia cero.

#PROTAGONISTA



La habilidad para leer y comprender información en lenguaje matemático también requiere práctica. En matemáticas, es importante tener una lectura activa; es decir, no se trata solo de leer la información, sino que lo ideal es buscar ejemplos, resolver las operaciones y seguir las instrucciones para identificar si comprendiste lo leído. Esto te brindará confianza para estudiar de manera autónoma, ya que serás capaz de afrontar cualquier texto.

Usuarios de internet

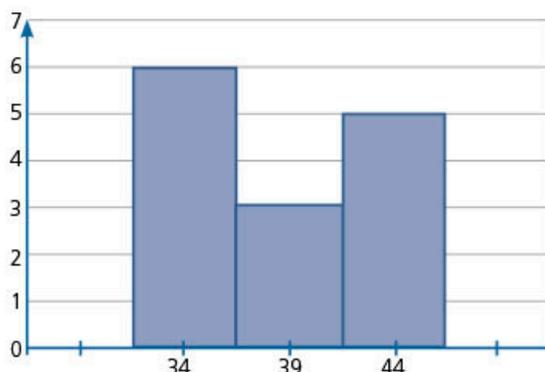


- c) Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Comenten sus dudas y resuévelas con ayuda del profesor.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS



5. Resuelve la actividad con base en la información de la gráfica.



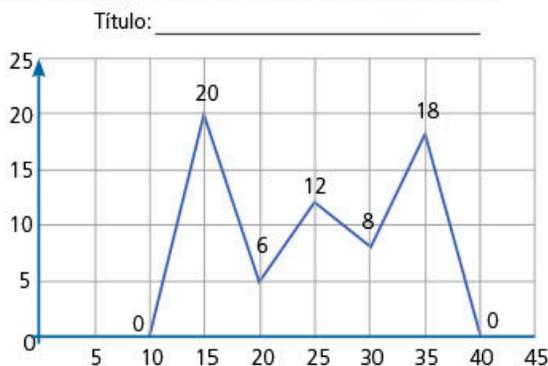
- a) ¿Cuál es el punto medio de cada barra? _____
- b) Completa la tabla; agrega un intervalo anterior y posterior que servirá de base para construir el polígono de frecuencias.

Intervalo	Punto medio	Frecuencia
	29	
	34	
	39	
	44	
	49	

- c) Traza el polígono de frecuencias sobre la gráfica inicial.
- d) Comenta con tus compañeros cómo definiste los límites inferior y superior de cada intervalo. Si sus respuestas son diferentes, corrijan los valores que sean necesarios.



6. En parejas, analicen el siguiente polígono de frecuencias. Observen que en este caso no se ha trazado el histograma de referencia.



- a) ¿Cuál es el ancho de los intervalos que dieron origen al polígono de frecuencias? _____
- b) Con base en esta información, ¿cuál es el rango del conjunto de datos?



#REFLEXIONA

¿En un polígono de frecuencia, es posible que en algunos intervalos la frecuencia sea 0?

#PROTAGONISTA

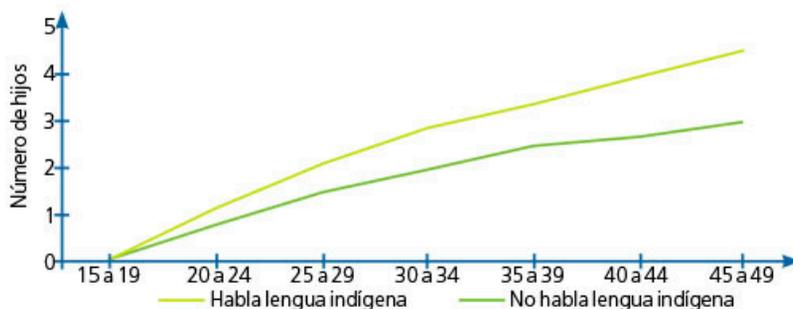


Como parte de tu aprendizaje, es necesario que establezcas relaciones entre tus nuevos conocimientos y los que ya posees; para hacerlo, utiliza organizadores gráficos, como el cuadro comparativo; por ejemplo, analiza las similitudes y diferencias entre el gráfico de línea y el polígono de frecuencias, ya que, como podrás ver, ambos lucen similares, pero tienen propósitos distintos.

- c) En su cuaderno, inventen un contexto para este polígono de frecuencias. Después, agreguen títulos al gráfico y a los ejes.
- d) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Analicen cómo obtuvieron el rango del conjunto de datos. Si sus resultados son diferentes, discutan sus procedimientos y validen, con la guía del profesor, la respuesta correcta.

7. Respondan las preguntas con base en la gráfica.

Promedio de hijos nacidos vivos de las mujeres en edad fértil por grupos quinquenales de edad según condición de habla de lengua indígena, 2014



Elaboración propia con datos de la Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica 2014, Inegi.

- a) ¿Los datos del eje horizontal está en intervalos? _____
- b) ¿La gráfica inicia en cero? _____
- c) ¿Las marcas de la gráfica son el punto medio de los intervalos? _____
- d) Completen la tabla con la información de la gráfica.

Intervalo							
Punto medio							
Frecuencia							

- e) ¿Es un polígono de frecuencias? Justifiquen su respuesta.
- _____

8. En equipos, resuelvan el siguiente problema en su cuaderno.



En el planetario Alfa de Nuevo León, se organizaron visitas escolares para diferentes grupos. Las edades de los asistentes durante un día se registraron en una tabla.

Alumnos

Edad	6	7	8	9	15	16	17
Número de visitantes	23	24	15	16	9	13	17

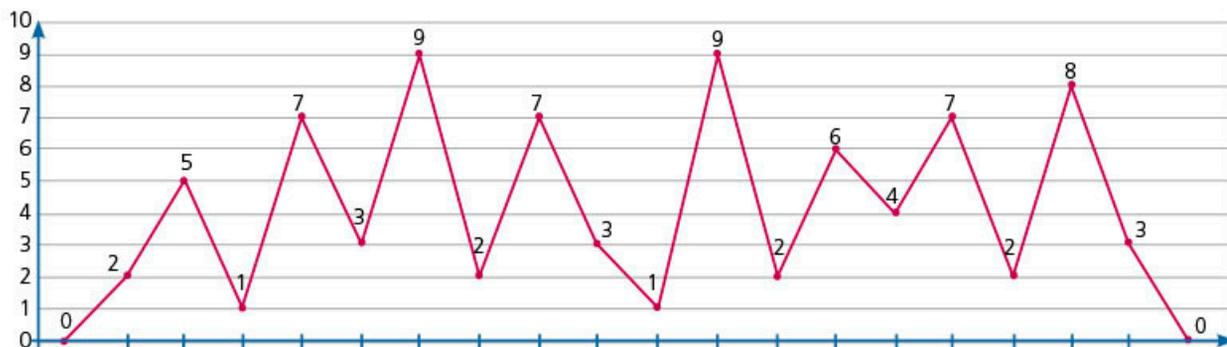
Profesores

Edad	25	28	30	33	39	42	50
Número de visitantes	3	1	3	2	1	1	1

- a) Elaboren un polígono de frecuencias.

- b) Describan la gráfica que se forma. Consideren su forma, el rango de los datos y la manera en que estos se distribuyen.
- c) Escriban una conclusión sobre los visitantes del planetario.
- d) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Posiblemente usaron diferentes intervalos para elaborar su polígono de frecuencias. ¿Qué gráfica les parece que representa mejor la información?

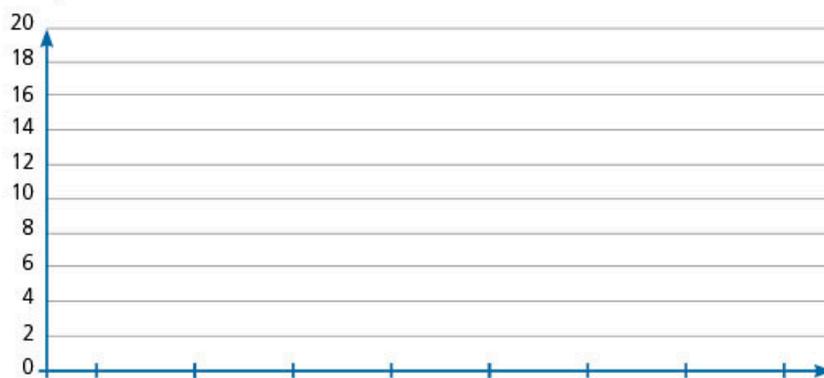
9. Organícense en equipos. Hagan lo que se pide y respondan las preguntas con base en el siguiente polígono de frecuencias.



- a) En la gráfica, se cometió un error y no se incluyó la escala del eje horizontal. Afortunadamente, se tiene la información de los primeros intervalos, como se muestra en la tabla. Con base en esta información, escriban en la gráfica la escala adecuada para el eje horizontal.

Intervalo	$20 \leq x < 25$	$25 \leq x < 30$	$30 \leq x < 35$	$35 \leq x < 40$
Frecuencia	2	5	1	7

- b) Con base en los datos anteriores, tracen un nuevo polígono de frecuencias, pero solamente con seis intervalos.



- c) En su cuaderno, describan las gráficas de los incisos anteriores. Para ello, comenten la información que se puede deducir a partir de las gráficas, por ejemplo, el total de datos, la forma que tiene, el tamaño de los intervalos, etcétera.

10. De manera grupal, analicen las diferencias y semejanzas entre un histograma y un polígono de frecuencias, y entre una gráfica de líneas y un polígono de frecuencias. Concluyan sobre el uso de cada tipo de gráfica.



#CONTEXTO

Las imágenes digitales están formadas por píxeles. Cuando son en blanco y negro, cada píxel puede tomar un valor entre 0 (blanco) y 256 (negro). Algunas cámaras digitales y programas de edición de fotografías tienen una función de histograma para ver los tonos que tiene esa imagen. Investiga qué otras medidas estadísticas usan estos programas.

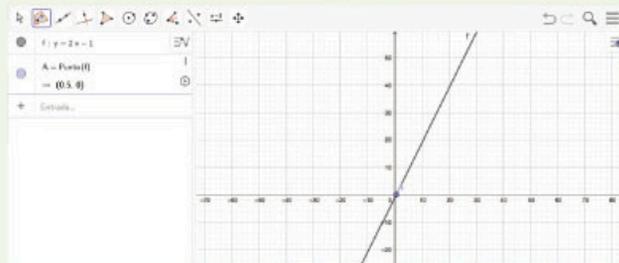
Gráficas de variación lineal

1. Contesta las preguntas en tu cuaderno.

- ¿Qué tipo de gráfica representa la expresión algebraica de la forma $y = mx + b$?
- ¿Qué representa la literal m ?
- ¿Qué representa la literal b ?
- ¿En qué punto corta la recta al eje x ?
- ¿Qué tipo de gráfica representa la expresión $y = 2x - 1$? ¿Cuál es la pendiente de la gráfica? ¿Cuál es la ordenada al origen? ¿En qué punto corta la gráfica al eje x ?

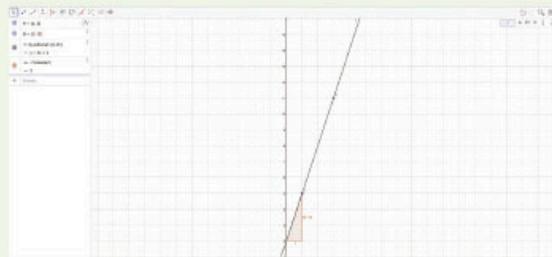
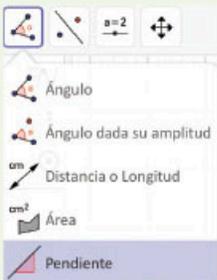
2. Efectúa lo que se pide para comprobar el análisis anterior.

- Ingresa a la página de GeoGebra en redir.mx/SSPM2-100a.
- En la barra de entrada, escribe $y = 2x - 1$.
- Elige el comando Punto en objeto y haz clic sobre la gráfica.
- Haz clic sobre la gráfica, desliza el punto a lo largo de esta y completa la siguiente tabla de acuerdo con las coordenadas que se muestran al deslizarlo.

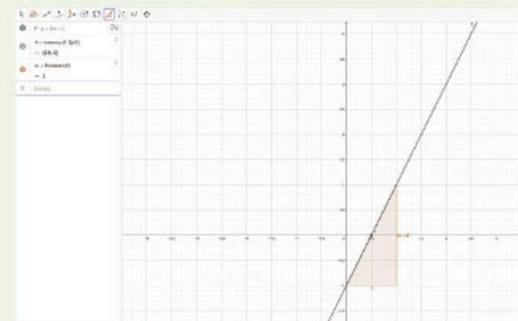


x	y
-2	
-1	
0	
1	
2	

- En la barra de herramientas, elige el icono Pendiente y haz clic sobre la gráfica.



- Ubica los puntos $A(1, 5)$ y $B(3, 11)$ en el plano; luego, en la barra de entrada, escribe "AjusteRectaX(A, B)" y presiona la tecla Enter.



- » ¿Cuál es la expresión algebraica de la recta que pasa por los puntos $A(1, 5)$ y $B(3, 11)$?
- » ¿Cuál es la pendiente?
- » ¿Cuál es la ordenada al origen?
- » ¿En qué punto corta la gráfica al eje x ?

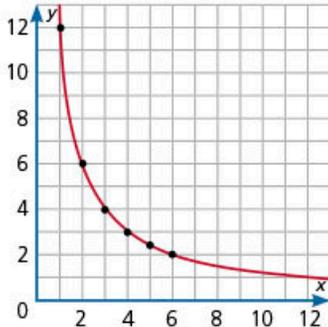
1. En equipos de tres integrantes, resuelvan el problema en su cuaderno.

Leonor tiene una cafetería, por lo que compró cajas para guardar sus pasteles y frutas en el refrigerador. En las cajas que compró, puede guardar 1 pastel o hasta 12 manzanas.

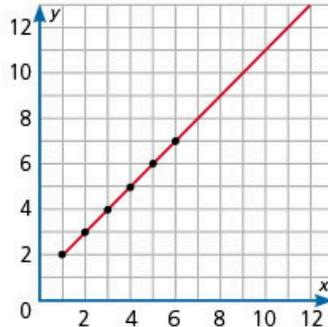
Gráfica la información e indica si es proporcionalidad directa o inversa.

Supongan que tres alumnos presentaron las siguientes respuestas.

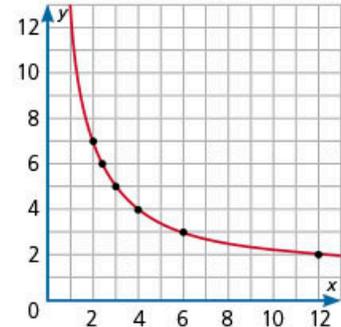
		
1	12	2
2	6	3
3	4	4
4	3	5
5	2.4	6
6	2	7



Alumno 1: proporcionalidad inversa



Alumno 2: proporcionalidad directa



Alumno 3: proporcionalidad inversa

- Analicen las gráficas; comenten lo que piensan que hizo cada estudiante.
- ¿Qué datos graficó cada estudiante?
- ¿Qué solución consideran que es correcta? Expongan su conclusión al grupo.

2. Valora la participación de tus compañeros en el trabajo que llevaron a cabo. A su vez, ellos evaluarán tu aportación.

- Escribe sobre la columna correspondiente el puntaje obtenido en cada criterio.

Criterio	Insuficiente (1)	Suficiente (2)	Bueno (3)	Autónomo (4)	Estudiante		
					1	2	3
Actitud hacia sus compañeros de equipo	Pocas veces escucha y está de acuerdo con las ideas de sus compañeros. Siempre critica el trabajo.	Algunas veces escucha y está de acuerdo con las ideas de sus compañeros. Suele criticar el trabajo.	Casi siempre escucha y está de acuerdo con las ideas de sus compañeros. Pocas veces hace críticas.	Siempre escucha y está de acuerdo con las ideas de sus compañeros. Nunca critica el trabajo.			
Contribución al trabajo del equipo	Pocas veces aporta ideas útiles al trabajo del equipo.	Algunas veces aporta ideas útiles al trabajo del equipo.	Casi siempre aporta ideas útiles al trabajo del equipo.	Siempre aporta ideas útiles al trabajo del equipo.			
Participación con el equipo	No hace trabajo alguno y no participa en las discusiones y decisiones del equipo.	Hace el trabajo que le asignan pero no participa en las discusiones y decisiones del equipo.	Contribuye con el trabajo; ocasionalmente participa en las discusiones y decisiones del equipo.	Participa en las discusiones y decisiones del equipo, y contribuye con el trabajo.			

- ¿Habías identificado tus áreas de oportunidad en el trabajo colaborativo?
- ¿Qué propuestas tienes para mejorar tu desempeño en el trabajo colaborativo?

Aprendizaje esperado:

resuelve problemas que implican conversiones en múltiplos y submúltiplos del metro, litro y kilogramo.

➔ **MIS PRIMERAS IDEAS**

En la clase de Biología, los alumnos de un grupo estuvieron hablando sobre la diferencia de tamaño de los seres vivos, que van desde los más grandes mamíferos marinos, como la ballena azul, hasta animales que habitan en nuestro entorno, como el ganado, las mascotas domésticas o los que viven en los jardines.



1. Estima el tamaño real de cada uno de los animales de las fotografías.

Ballena azul: _____ Caballo: _____

Perro: _____ Araña: _____

- a) En parejas, comparen sus estimaciones y comenten cuál fue la unidad de medida que utilizaron en cada caso.
- b) Investiguen el tamaño real de los animales anteriores y vean qué tan cercanos es al valor que ustedes estimaron.

2. En parejas, analicen las características de los siguientes instrumentos de medición. Respondan las preguntas en su cuaderno.

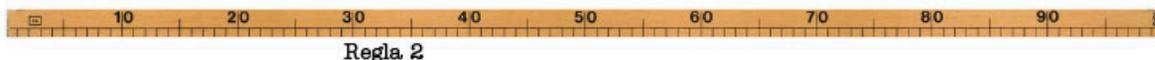
- a) ¿En cuántas partes numeradas está dividida la regla 1?



Regla. 1

- b) Entre el 0 y el 1, ¿cuántas divisiones pequeñas hay?
- c) ¿Cuántas divisiones pequeñas hay en la regla anterior?
- d) ¿Qué nombre recibe la unidad de medida de las marcas numeradas?
- e) ¿Qué nombre recibe la unidad de medida de las divisiones pequeñas?

f) Observa la regla 2. ¿En cuántas partes está dividida?



g) ¿Qué nombre recibe la unidad de medida que corresponde al tamaño total de la regla 1?

h) ¿Qué nombre recibe la unidad de medida que corresponde al tamaño total de la regla 2?

3. Resuelvan los siguientes problemas.

a) Alejandro fue a la tienda y pidió 250 g de queso panela. Al momento de pagar, la cajera le dijo: "son \$30.00 de un cuarto de queso panela", a lo que Alejandro rápidamente contestó "no, señorita, llevo 250 g".

» ¿La cajera le quería cobrar más o menos? _____

» ¿Cuántos gramos hay en un kilogramo? _____

» ¿Cuántos gramos hay en un cuarto de kilogramo? _____

b) Berenice cometió un error al resolver el siguiente problema; averigüen cuál fue. En una terminal de autobuses, sale un autobús cada 25 minutos; si el primero salió a las 5:30 a. m., ¿a qué hora saldrá el décimo autobús?

Cada autobús sale cada 25 minutos; es decir, salen cuatro autobuses por hora; en dos horas, habrán salido ocho autobuses, por lo tanto, el décimo autobús sale dos horas y media después:

$$5:30 + 2:30 = 8:00 \text{ a. m.}$$

» ¿Cuál fue el error de Berenice? _____

» ¿Cuál es la respuesta correcta? _____



#DATO

Desde 1889 hasta 1960, se usó un patrón del metro hecho con una aleación de platino e iridio. Actualmente, el metro se define como la distancia que recorre la luz en el vacío en un intervalo de $\frac{1}{299\,792\,458}$ s.

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

Con objeto de garantizar la uniformidad y equivalencia en las mediciones, así como de facilitar las actividades tecnológicas industriales y comerciales, se adoptó en 1875 el Sistema Métrico Decimal.

El Sistema Internacional de unidades (SI) fue instaurado en 1960 por la Conferencia General de Pesas y Medidas.

Algunas de las unidades de medida del SI son el metro (longitud), segundo (tiempo), kilogramo (masa) y litro (capacidad).



#TIC T@C

Para más información sobre el Sistema Internacional de unidades, consulta la página redir.mx/SSPM2-103a.



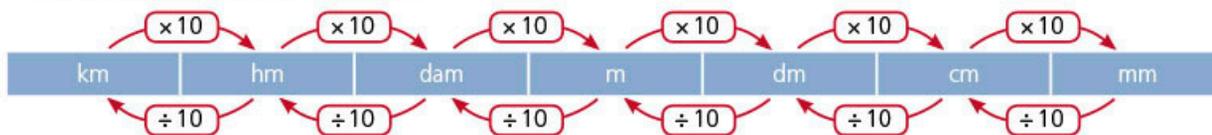
4. Dentro del paréntesis, escribe las siguientes letras: L si la unidad que se muestra es de longitud, T si es de tiempo, M si es de masa y C si se trata de una medida de capacidad.

decímetro () minuto () kilolitro ()

hora () centímetro () tonelada ()

miligramo () decigramo () mililitro ()

7. En parejas, resuelvan los ejercicios.



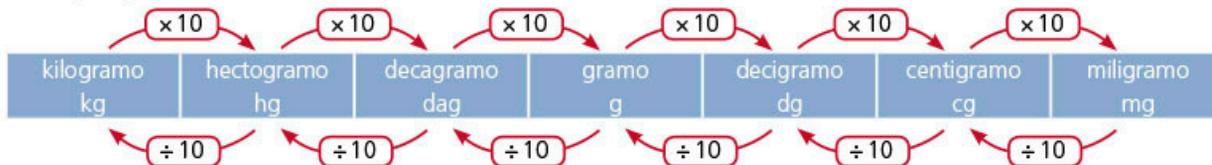
a) Completen la siguiente secuencia de equivalencias.

1 km = _____ hm = _____ dam = _____ m = _____ dm = _____ cm = _____ mm

b) Resuelvan las siguientes conversiones.

- » 18 dam = _____ dm
- » 6 m = _____ mm
- » 11 dm = _____ mm
- » 0.2 km = _____ mm
- » 7 cm = _____ hm
- » 0.04 mm = _____ km
- » 1.56 dam = _____ km
- » 7342 cm = _____ dam
- » 1 hm = _____ m

8. En parejas, efectúen las siguientes conversiones.



a) Completen la siguiente secuencia de equivalencias.

0.02 kg = _____ hg = _____ dag = _____ g = _____ dg = _____ cg = _____ mg

b) Resuelvan las siguientes conversiones.

- » 9 dg = _____ dag
- » 400 g = _____ mg
- » 1.987 hg = _____ kg
- » 34 cg = _____ mg
- » 62 dag = _____ cg
- » 132 mg = _____ g

9. Completen la tabla y resuelvan los ejercicios.

kilolitro			litro		centilitro	
		daL	L			mL
	100L		1 L	0.1 L		

a) Completen la siguiente secuencia de equivalencias.

564 kL = _____ hL = _____ L = _____ cL

b) Resuelvan las siguientes conversiones.

- » 72 hL = _____ dL
- » 6 mL = _____ mL
- » 11 dL = _____ mL



Puedes transformar las medidas deseadas en redir.mx/SSPM2-105a.



Figura 1

10. De forma grupal, comparen sus respuestas de las actividades 8, 9 y 10. Analicen qué estrategias emplearon para convertir entre múltiplos y submúltiplos de las diferentes unidades.



11. Reúnanse en equipos, desarrollen la actividad y contesten las preguntas.



Consigan los siguientes materiales: una báscula, una bolsa de plástico transparente, una taza medidora o una botella de 1 L.

- Coloquen 1 L de agua dentro de la bolsa y anúdenla.
- Pesen el agua (ver figura 1).
- ¿Cuánto pesa 1 L de agua de la llave? _____

➔ MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

12. Resuelve las siguientes actividades.



a) Transforma a metros las siguientes cantidades.

» $823 \text{ mm} = \text{_____ m}$ » $73.45 \text{ km} = \text{_____ m}$

b) Ordena las siguientes cantidades de menor a mayor: 6.9 dam, 172 cm, 8.4 m, 0.08 km, 10 415 mm, 98 dm, 124 hm.

c) ¿Cuál es el área, en metros cuadrados, de un terreno rectangular que mide 0.3 km de largo y 24 320 cm de ancho? _____

d) Una pista circular tiene una longitud de 623 m.

» Si alguien desea caminar 3 km por esa pista, ¿cuántas vueltas como mínimo debe dar? _____

» ¿Cuál es la distancia exacta que se habrá recorrido con el número de vueltas de la respuesta ante _____

e) Se desea repartir 5 L de jugo en botellas de 430 mL.

» ¿Cuántas botellas completas se pueden llenar? _____

» ¿Qué cantidad de jugo sobrá? _____

f) Transforma a gramos las siguientes cantidades.

» $15\,234 \text{ mg} = \text{_____ g}$ » $3.4 \text{ kg} = \text{_____ g}$

g) Ordena de mayor a menor las siguientes cantidades: 0.180 kg, 23 hg, 16 dag, 2 g, 234 dg, 3 cg, 2 421 mg.

h) En un depósito hay 27 000 kg de frijol, los cuales se desean empacar en bolsas de 450 g.

» ¿Cuántas bolsas como máximo se pueden llenar? _____

» ¿Qué cantidad de frijol sobrá? _____

» Si se desean llenar 50 000 bolsas, ¿de qué capacidad deben ser? _____

#PROTAGONISTA



Para resolver problemas, contamos con diversas estrategias: identificar los datos, elaborar diagramas, deducir información. Antes de comenzar a resolver operaciones, analiza la información con la que cuentas y elabora un plan de trabajo. Así podrás valorar tu avance y no perder de vista la pregunta que deseas resolver.

- i) Una planta medía 4.5 cm de altura; después de 5 días, medía 7 cm.
 » Si continúa creciendo a la misma velocidad, ¿cuánto medirá en otros 7 días?

- » Si la primera vez que se midió era 2 de enero, ¿cuándo medirá 15 cm?

13. En parejas, comprueben sus respuestas de la actividad anterior; después, establezcan cuál consideran la mejor estrategia para las siguientes situaciones.

- a) Comparar diferentes unidades de medida cuya unidad base es el metro, el litro y el kilogramo.
 b) Convertir rápidamente entre múltiplos y submúltiplos de unidad; es decir, tener una estrategia para convertir entre una unidad menor a una mayor y viceversa.

14. En equipo, resuelvan los siguientes problemas.

- a) Un atleta corre a una velocidad constante de 9.6 km/h. Si inició una carrera a las 6:30 a. m. y son las 10:50 a. m., ¿cuántos metros ha recorrido? _____
 b) Un estanque de 30 hL de capacidad estaba lleno, pero, debido a una fuga, se pierden 20 000 mL por hora. Después de 2 días, ¿qué porcentaje del estanque tiene agua? _____
 c) De acuerdo con el Sistema Nacional de Información e Integración de Mercados, en la primera quincena de mayo, el precio de un toro de media tonelada fue de \$58.00 por kilogramo en Aguascalientes. Si a un ganadero le ofrecieron \$25 000 por un toro, ¿consideran que le pagaron un precio justo? Explica por qué.

15. Organícense en parejas y lleven a cabo la actividad.

- ◀ Necesitarán una cinta métrica o un flexómetro.
 a) Identifiquen por lo menos diez objetos de diferentes tamaños: unos que consideren muy grandes (como el largo de su escuela) y otros muy pequeños (como pétalos de flores pequeñas).
 b) En su cuaderno, elaboren una tabla como la siguiente.

Objeto	Dimensión que se va a medir	Unidad de medida	Estimación	Medida real
Hoja de helecho	Ancho de la hoja	cm	1	0.7 cm

- c) Midan los objetos y registren sus resultados en la tabla.
 d) Transformen la medida real de manera que quede expresada solo con una unidad y diversas cifras decimales. Por ejemplo, 15.7 m se reescribiría como 1.57 dam.

16. De manera grupal, analicen la diferencia entre las conversiones de longitud y tiempo; luego, identifiquen por qué tiene mayor dificultad la conversión del tiempo. Redacten, en su cuaderno, una breve conclusión.



Los alimentos enlatados traen dos pesos: el contenido neto y la masa drenada. ¿Qué diferencia existe entre ambos? Investiga a qué se refiere cada uno de ellos.

Aprendizaje esperado:

resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales.

MIS PRIMERAS IDEAS

Patricia compró 2 naranjas y 6 manzanas; ella pagó \$28.00. Lorena fue a la misma tienda y compró 3 naranjas y 4 manzanas; ella pagó \$22.00. ¿Cuál es el precio de cada fruta?

1. **Reúnete con un compañero y analicen el planteamiento y respondan las preguntas para resolver el problema.**



a) Nombren con n a las naranjas y con m a las manzanas. Escriban una expresión algebraica que represente lo que compró y pagó Patricia.

b) La expresión algebraica que representa lo que compró y pagó Lorena es $3n + 4m = 22$. Observen que m y n pueden tomar diversos valores para que la igualdad se cumpla. La siguiente tabla muestra algunos de los posibles valores; complétenla.

n	m	$3n + 4m = 22$
1	4.75	$3(1) + 4(4.75) = 22$ $3 + 19 = 22$
2		
3	3.25	
4		
5		
6	1	

c) Existen varios pares de valores para n y m que satisfacen o mantienen la igualdad en la ecuación $3n + 4m = 22$. Encuentren otro par de valores que no estén considerados en la tabla anterior y escríbanlos a continuación.

d) Una forma de resolver el sistema de ecuaciones es determinar "por ensayo y error" ese par de valores correctos. Usen la tabla anterior para identificar los valores para n y m que satisfacen ambas ecuaciones. ¿Cuáles son?

2. **Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas en tu cuaderno.**



Laura es arquitecta y está elaborando los planos para un edificio. En la zona de recepción, diseñó un jardín rectangular, pero aún no sabe con certeza de las dimensiones que tendrá, por lo que denominó a uno de los lados del jardín como x y al otro, y .

#REFLEXIONA



Resolver este tipo de problemas consiste en encontrar un par de valores n y m que satisfagan, al mismo tiempo, las dos ecuaciones obtenidas del planteamiento.

- a) De acuerdo con el diseño del edificio, el jardín tendrá un perímetro de 24 m. Escribe una ecuación que relacione las medidas de los lados con su perímetro.
- b) Laura estableció en su diseño que la diferencia entre los lados es de 2 m. Escribe una ecuación que exprese esta relación.
- c) ¿Cuáles son las medidas del jardín?

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

3. Lee la información y completa el procedimiento mostrado en la tabla.

Laura ha puesto dos condiciones en el diseño de su jardín, lo cual ha generado un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Resolver un sistema consiste en encontrar un valor para x y otro para y que satisfaga ambas ecuaciones. Para hallar los valores, se puede usar "ensayo y error", o bien, un método algebraico; este último es más eficiente. Existen diferentes métodos algebraicos, a continuación analizaremos uno de ellos como ejemplo.

Sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (sistema de 2×2)	$\begin{cases} 2x + 2y = 24 & \text{Ec 1} \\ x - y = 2 & \text{Ec 2} \end{cases}$
Se despeja x en la ecuación 1 (Ec 1).	$\begin{aligned} 2x &= 24 - 2y & \text{Ec 1} \\ x &= \frac{24 - 2y}{2} \end{aligned}$
Se despeja x en la ecuación 2 (Ec 2).	$\begin{aligned} x - y &= 2 & \text{Ec 2} \\ x &= \end{aligned}$
Se obtienen dos valores para x . Se relacionan por medio de una igualdad.	$\frac{24 - 2y}{2} =$
Se simplifica la igualdad y se resuelve la ecuación para obtener el valor de y .	$\begin{aligned} 24 - 2y &= 2(2 + y) \\ 24 - 2y &= \\ -4y &= \\ y &= \end{aligned}$
Se sustituye el valor de y en una de las dos ecuaciones iniciales, con el propósito de encontrar el valor de x .	$\begin{aligned} x - y &= 2 \\ x - 5 &= 2 \\ x &= 2 + 5 \\ x &= 7 \end{aligned}$

- a) Repite el procedimiento anterior, pero esta vez despeja primero la incógnita y . Describe cada paso que hagas. ¿Cómo verificarías la solución que obtuviste?

Las expresiones algebraicas de la forma $ax + by = c$, con a y b diferentes de 0, se llaman **ecuaciones lineales con dos incógnitas**.

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas es un conjunto de dos ecuaciones cuya solución debe satisfacer ambas ecuaciones, es decir, debe hacer que ambas igualdades sean verdaderas.



#REFLEXIONA

Recuerda que, cuando despejas una variable, debes sumar, restar, multiplicar o dividir en ambos lados de la ecuación para que se mantenga la igualdad.

#REFLEXIONA



Hay tres momentos importantes cuando resolvemos un problema a través de un sistema de ecuaciones:

- planteamiento, que consiste en leer la situación y establecer las ecuaciones;
- solución del sistema, que consiste en utilizar un método para determinar los valores de las incógnitas;
- solución del problema, que consiste en contextualizar los resultados de acuerdo con el contexto de la situación.

#FUENTE



Ricardo Berlanga, Bosch, Carlos y Rivaud, Juan José, *Las matemáticas, perejil de todas las salsas*, 2008, Ciudad de México, Fondo de Cultura Económica.

“¿Qué es lo que hace un matemático? ¿No están ya hechas todas las matemáticas?” Estas preguntas son los puntos de partida para descubrir que las matemáticas están vivas y queda mucho por hacer.

Por ejemplo, considera el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

La **solución del sistema** son dos valores que, al ser sustituidos en las ecuaciones, hacen que se cumplan ambas igualdades. En este caso, $x = 2$ y $y = 1$ son la solución del sistema, pues al sustituir ambos valores y efectuar las operaciones indicadas, ambas igualdades resultan verdaderas.

$$\begin{cases} 2 + 1 = 3 \\ 2 - 1 = 1 \end{cases}$$

4. Resuelve el siguiente problema. Usa las preguntas como guía.

En un taller hay 43 vehículos entre bicicletas y triciclos para trabajo. Si el número total de ruedas es 102, ¿cuántas bicicletas y cuántos triciclos hay?

- Escribe una expresión algebraica que represente que la suma de la cantidad de bicicletas más la cantidad de triciclos es 43. _____
- Dado que las bicicletas tienen dos ruedas y los triciclos, tres. Anota una expresión algebraica que represente que la suma de las ruedas es 102.

- Escribe el sistema de ecuaciones. _____
- Despeja la incógnita x de la primera ecuación. _____
- Repite el procedimiento. Despeja la incógnita x de la segunda ecuación.

- Iguala las ecuaciones que obtuviste en los incisos d) y e). _____
- Resuelve la ecuación para determinar el valor de y . _____
- Para hallar el valor de x , sustituye el valor que encontraste para y en cualquiera de las ecuaciones iniciales del sistema.

- ¿Cuántas bicicletas y cuántos triciclos hay? _____
- Compara tu respuesta con las de tus compañeros. Con ayuda de su profesor, escriban una conclusión sobre cómo verificar la solución de un sistema de ecuaciones.

Para resolver un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas mediante el **método de igualación**, hay que despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e igualar las dos expresiones. Se formará entonces una ecuación de primer grado con una incógnita. A partir de esta ecuación, se obtiene el valor de una de las variables y este se sustituye en una de las ecuaciones del sistema para obtener el valor de la otra variable. Ve el ejemplo de la actividad 3, en la página 109.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS



5. En parejas, completen las operaciones en su cuaderno para resolver el siguiente sistema de ecuaciones. Sigán los pasos que se sugieren.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 6 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

1. Se despeja x en ambas ecuaciones.

$$\begin{array}{ll} 2x + 2y = 6 & \text{Ecuación 1} \\ x - y = 1 & \text{Ecuación 2} \\ x = \underline{\hspace{2cm}} & \qquad \qquad x = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

2. Se igualan las ecuaciones obtenidas en el paso anterior.

$$\frac{6 - 2y}{2} =$$

3. Se resuelve la ecuación para y .

$$\begin{array}{l} 3 - y = 1 + y \\ y = \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

4. Para determinar el valor de x , se sustituye el valor de y en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales.

$$\begin{array}{ll} x - y = 1 & \text{Ecuación 2} \\ x - \underline{\hspace{2cm}} = 1 & \text{Sustitución de } y \text{ por su valor numérico} \\ x = \underline{\hspace{2cm}} & \text{Solución de la ecuación} \end{array}$$

5. La solución del sistema es $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$

6. Planteen, para cada situación, un sistema de ecuaciones y resuélvanlo en sus cuadernos con el método de igualación.

- La edad de un padre es 5 veces la edad de su hijo menos 2. Si la suma de ambas edades es 34, ¿qué edad tiene cada uno?
- El largo y ancho de un terreno están a razón de 3:1, y su perímetro es de 68 m. Determinen las dimensiones del terreno.
- Un grupo de amigos conformado por 4 adultos y 4 niños paga \$235.00 para entrar al cine. Otro grupo con 6 adultos y 1 niño que van a la misma función paga \$250.00. ¿Cuánto cuestan las entradas de adulto y cuánto las de niño?
- En un teatro hay 65 personas, incluyendo niños y adultos. Si cada adulto pagó \$35.00 y cada niño, \$30.00, y se obtuvo una recaudación de \$2 125.00, ¿cuántos niños y cuántos adultos hay en el cine?
- El señor de la tienda escolar compró bolsas de paletas a \$65.00 cada una y bolsas de bombones a \$40.00 cada una. Si en total gastó \$855.00 y tiene un total de 17 bolsas, ¿cuántas bolsas de cada tipo compró?

7. Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. En caso de diferencia, propongan un método para verificar sus soluciones.



8. De forma grupal, planteen un problema que se resuelva con un sistema de ecuaciones. Analicen el papel de las variables involucradas, resuélvanla entre todos y escriban sus conclusiones.

#BITÁCORA



Ve a la página 230, y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

#TIC T@C



Usa alguno de los métodos estudiados para resolver los sistemas de ecuaciones en redir.mx/SSPM2-111.

#CONTEXTO



La industria de alimentos se enfrenta a equilibrar el costo y los tipos de saborizantes y colorantes que emplea. Por ejemplo, el costo de saborizante x es de \$2.00 por gramo, y de un colorante y es de \$4.00 por gramo. Se quiere crear un producto que tenga 10 g y cueste \$30.00, ¿cuántos gramos de cada sustancia se necesitan?

Aprendizaje esperado:

analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.

MIS PRIMERAS IDEAS

Carolina y su equipo hicieron una investigación sobre el concepto de *velocidad*. Encontraron que esta expresa la rapidez con que un objeto recorre una distancia y que su valor se obtiene dividiendo la distancia que recorre el objeto entre el tiempo que tarda en hacerlo.

$$v = \frac{d}{t}$$

Donde:

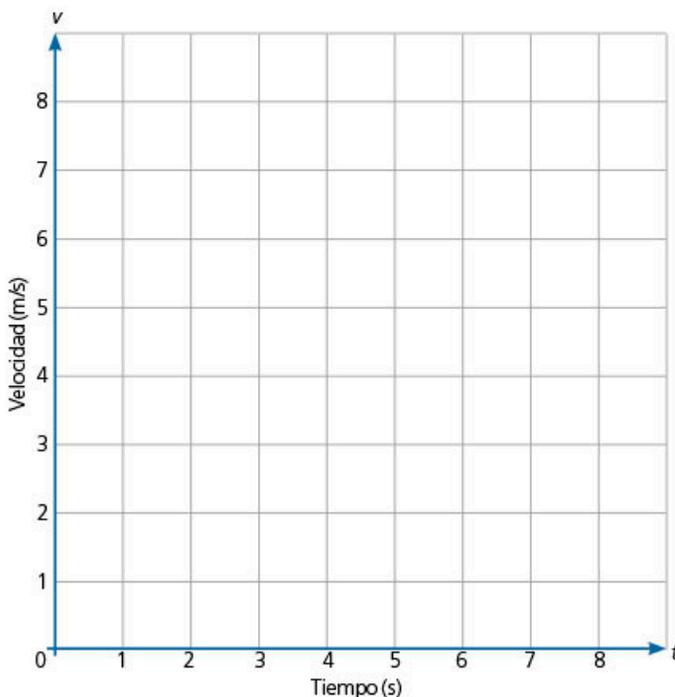
- v = velocidad (medida en metros por segundo, m/s)
- d = distancia recorrida (medida en metros, m)
- t = tiempo (medido en segundos, s)

1. En parejas, lean el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.

Carolina observó que, si el valor de la distancia es constante, por ejemplo, $d = 2$ m, entonces la expresión $v = \frac{d}{t}$ permite calcular la velocidad que tarda un objeto en recorrer esa distancia en diferentes momentos.

a) Con base en esta relación, completen la tabla y tracen la gráfica. Por ejemplo, si un objeto tarda 3 s en recorrer 2 m, entonces la velocidad es $v = \frac{2}{3}$ m/s.

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{2}$	
1	
2	
3	$\frac{2}{3}$
4	
5	
6	



b) ¿Qué sucede con la gráfica cuando el valor del tiempo se acerca a 0?

c) ¿Qué sucede con la gráfica cuando se aleja del origen hacia valores muy grandes sobre el eje t ?

d) El equipo de Carolina concluyó que esta expresión establece que cuanto mayor sea el tiempo, menor será la velocidad. Observaron que el denominador es t y que, cuando este se hace muy grande, el número fraccionario se hace muy pequeño. Comenten si están de acuerdo con la conclusión de ese equipo.

#REFLEXIONA



Después de resolver un problema, procura proponer situaciones similares para valorar tu comprensión. Por ejemplo, ¿cómo cambiaría la gráfica si ahora consideras que la distancia constante es igual a 10 m ($d = 10$ m).

MI PROCESO DE APRENDIZAJE



2. En equipo, analicen el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.

Javier y su equipo están investigando sobre la segunda Ley de Newton, y encontraron que dicha ley establece que la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él, e inversamente proporcional a su masa; es decir, que consta de dos tipos de relaciones.

Relación proporcional	Cuanto mayor es la fuerza que se le aplica a un objeto con una masa dada, mayor será su aceleración.
Relación inversamente proporcional	Cuanto mayor sea la masa de un objeto, menos se va a acelerar cuando se le aplique una fuerza dada.

Así, la segunda Ley de Newton establece la relación

$$a = \frac{F}{m}$$

Donde:

F = fuerza (medida en Newtons, N)

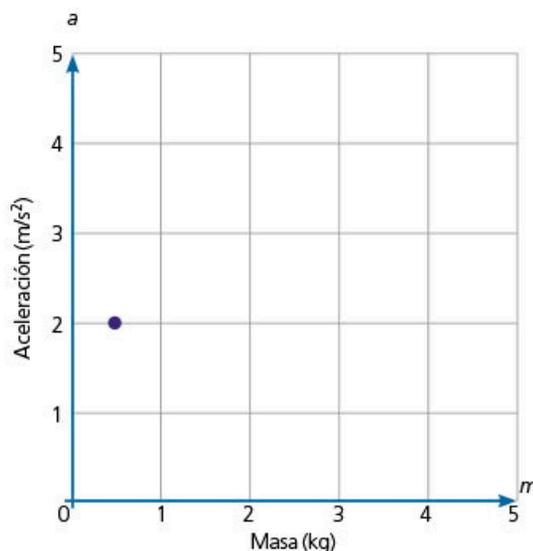
m = masa (medida en kilogramos, kg)

a = aceleración (medida en metros por segundo al cuadrado, m/s^2)

Para comprender mejor la expresión anterior y cómo se relaciona la aceleración y la masa de un cuerpo, analizaron cómo se comporta esta; por ello, sugirieron que la fuerza tuviera un valor constante, por ejemplo, $F = 1$ N.

- Escriban cómo queda la expresión para la aceleración. _____
- Completen la tabla y tracen la gráfica considerando que la fuerza es igual a 1 N.

Masa (kg)	Aceleración (m/s^2)
1	
5	
1	
4	
1	
3	
1	
2	
1	
2	$\frac{1}{2}$
3	
4	
5	



- Observen cómo se relacionan los valores en la tabla anterior. ¿Qué sucede cuando una de las variables aumenta?

- Observen la tabla y la gráfica. ¿Qué sucede cuando la masa se hace muy pequeña, casi cercana al 0?

#DATO



El Newton es una unidad derivada del Sistema Internacional de unidades que se define como la fuerza necesaria para proporcionar una aceleración de $1 m/s^2$ a un objeto de 1 kg de masa.

La aceleración es una magnitud que nos indica la variación de la velocidad por unidad de tiempo.

#PROTAGONISTA



Cuando estás aprendiendo, es probable que aparezcan contextos que se relacionan con otras asignaturas o disciplinas. En esos casos, procura investigar los conceptos necesarios para comprender la situación propuesta; hazlo sin esperar la indicación de tu profesor. En tu vida profesional, tu iniciativa y autonomía en el aprendizaje te abrirán oportunidades.

#BITÁCORA



Ve a la página 230 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

e) ¿Qué sucede cuando la aceleración se hace muy pequeña, casi cercana al 0?

f) ¿Tiene sentido un valor negativo en esta situación? Expliquen su respuesta.

3. En grupo, observen el comportamiento de las gráficas de las actividades 1 y 2. Comenten sus similitudes y diferencias. Después, lean la información del recuadro.



Dos variables son **inversamente proporcionales** si se verifica que el producto entre sus valores es constante (k).

$$xy = k$$

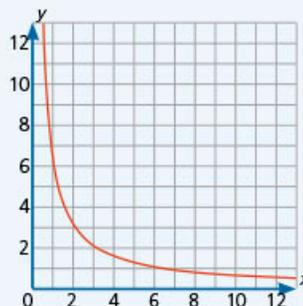
Además, cumplen con la condición de que, mientras que una de las variables aumenta, la otra disminuye en un mismo factor; y si una de las variables disminuye, la otra aumenta en un mismo factor. Esta relación de proporcionalidad inversa se representa como

$$y = \frac{k}{x}$$

La tabla donde dos variables se relacionan a través de una proporcionalidad inversa permite verificar la existencia de la constante de proporcionalidad (k).

x	y	$xy = k$
0.5	12	6
1	6	6
2	3	6
3	2	6
4	1.5	6
5	1.2	6

Al representar los valores anteriores en un plano cartesiano y unirlos con una línea curva, se obtiene una gráfica llamada **hipérbola**. Esta tiene la característica de que, al prolongarse, no toca el eje x ni el eje y .



a) Seleccionen cuál de las siguientes expresiones algebraicas no corresponde con la gráfica anterior.

$$yx = 6$$

$$y = \frac{6}{x}$$

$$xy = 6$$

$$y = \frac{x}{6}$$

#TIC T@C

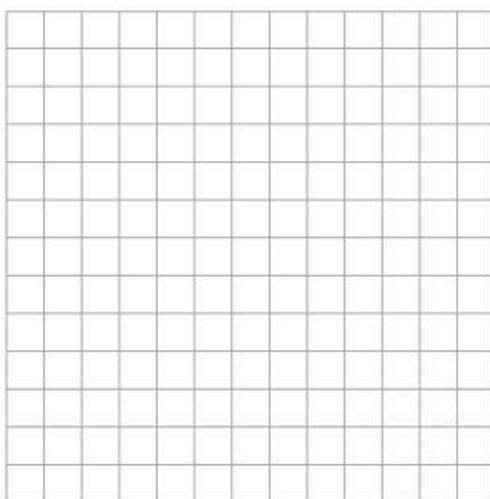


Visita la página redir.mx/SSPM2-114a para aprender más sobre la proporcionalidad inversa.

- b) Completen la tabla y verifiquen que se cumpla que la relación $yx = k$, cuando $k = 6$.

x	y	$xy = k$
-0.5		6
-1		6
-2		6
-3		6
-4		6
-5		6
-12		6

- c) A continuación, tracen un plano cartesiano adecuado para graficar $yx = 6$.



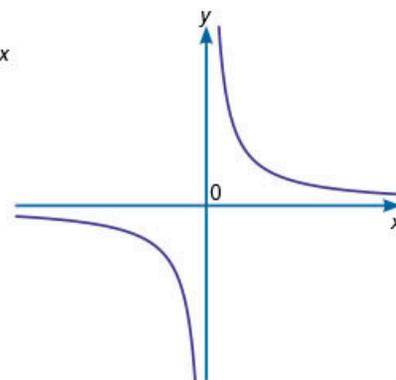
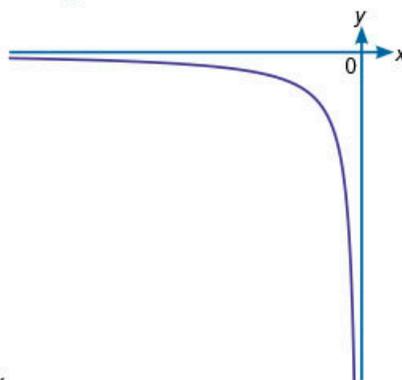
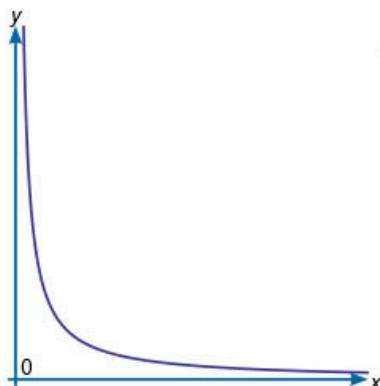
#REFLEXIONA

Para elegir la escala adecuada de una gráfica, elabora una tabla y analiza los valores que obtienes para y en función del valor que propusiste para x . ¿Son positivos o negativos? ¿Cuál es el valor máximo de cada variable?

- d) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros y, si es necesario, corrijan sus resultados. En particular, observen la relación entre los valores de la gráfica.



4. Selecciona cuál o cuáles de las siguientes gráficas representan una relación de proporcionalidad inversa ($y = \frac{k}{x}$).



- a) Compara tu respuesta con la de un compañero. ¿Hicieron la misma selección?
 b) En tu cuaderno, describe cómo es la gráfica de $y = \frac{k}{x}$.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

5. Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas.

Ante las afectaciones de un huracán, una empresa donó 270 L de agua embotellada. La empresa solo espera la confirmación por parte de las autoridades sobre el tamaño del envase que se requiere en la zona afectada.

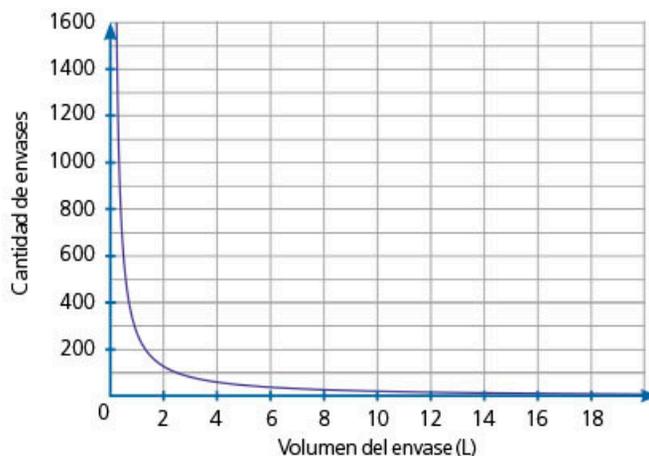
La empresa tiene posibilidad de enviar botellas de los siguientes tamaños: 180 mL, 200 mL, 250 mL, 500 mL, 600 mL, 1 L, 1.5 L, 2 L, 5 L, 10 L y 18 L.

- a) En tu cuaderno, elabora una tabla que relacione la capacidad de cada envase (x), expresado en litros, con la cantidad de botellas (y) que se enviarán.

Capacidad del envase (L)	Número de envases
x	y
0.18	
0.2	
0.25	
0.5	
0.6	
...	
18	

- b) Determina la constante de proporcionalidad inversa. _____
- c) Establece una regla para determinar la cantidad de envases de acuerdo con un tamaño específico. _____
- d) A partir de la tabla que construiste en el inciso a), determina pares ordenados (x, y) y ubícalos en el siguiente plano cartesiano.

La empresa recibió un mensaje con una corrección sobre la cantidad de agua que necesitaban: en lugar de 270 L, se requieren 2 700 L para atender la zona afectada por el huracán.



- e) Esboza en el plano cómo consideras que cambiará la gráfica.
- f) Busca en internet un programa para graficar y comprueba tu gráfica.
- g) Compara la gráfica que obtuviste en el inciso f) con la gráfica que esbozaste. Comenta cuáles son sus similitudes y sus diferencias; observa qué tan cercano fue tu esbozo a la gráfica real.

#TIC T@C

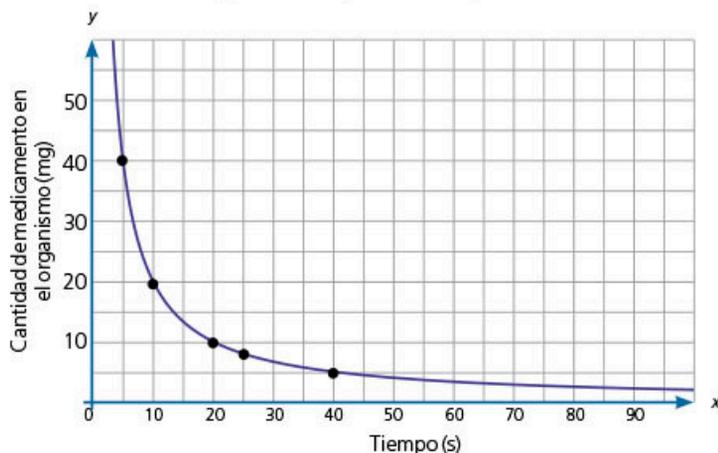


En la página

redir.mx/SSPM2-116a, encontrarás una calculadora graficadora. Para trazar las gráficas, escribe la expresión algebraica. Por ejemplo: $y = \frac{270}{x}$. Después, utiliza la herramienta Zoom.

6. Resuelve el siguiente problema.

Luz fue hospitalizada a consecuencia de un fuerte malestar estomacal provocado por comer antojitos en puestos callejeros; ante esto, el médico le suministró un antibiótico. La siguiente gráfica es un modelo matemático que muestra la cantidad de medicamento en el organismo respecto al tiempo transcurrido.



a) ¿Qué concentración (cantidad de mg en el organismo) hay después de 5 min?

b) Después de hora y media, ¿cuál es la concentración en el organismo?

c) ¿Cuál es la variable dependiente y cuál es la variable independiente?

d) Completa la siguiente tabla donde se relaciona la concentración respecto al tiempo; considera cinco pares de números enteros y determina el factor de proporcionalidad inversa.

Tiempo en min (x)	Concentración en mg (y)	$xy = k$
5		
	20	

e) Escribe una función que exprese la relación de la concentración de medicamento respecto del tiempo. _____

f) Compara tus respuestas con las de otro compañero y corrijan cuando sea necesario. Comenten por qué solamente se considera la parte positiva de la gráfica.

7. De forma grupal, analicen la gráfica del problema anterior. En particular, qué sucede en el minuto cero, considerando el contexto del problema, y qué sucede después del minuto 90, considerando también el contexto del problema. Después, analicen cómo es la gráfica cuando el valor de x se acerca a cero y cuando se vuelve muy grande; escriban sus conclusiones.



#REFLEXIONA

Observa que, en los problemas que has resuelto, se analiza la relación entre dos variables: en la llamada *variable dependiente*, los valores dependen de la *variable independiente*. Estas generalmente se representan con *y* y *x*, respectivamente.



#CONTEXTO



El sonido es una onda que se propaga por un medio elástico. Su frecuencia (*f*) es el total de oscilaciones completas (ondas) que se efectúan en un segundo. La velocidad (*v*) a la que se propaga una onda es igual al producto de la frecuencia por la longitud de onda (λ) y se expresa como $v = \lambda f$. Si la velocidad permanece constante, esboza la gráfica que relaciona las otras variables.

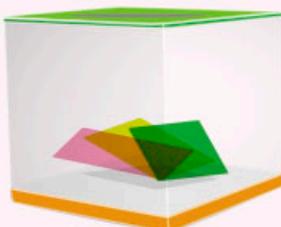
Aprendizaje esperado:

determina la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.

#DATO



Una urna puede ser una caja transparente en la cual se guardan y exhiben objetos.



➔ **MIS PRIMERAS IDEAS**

Los alumnos de tercer grado organizarán una rifa para recabar fondos para su fiesta de graduación.

Habrán 100 boletos numerados del 1 al 100. Para efectuar la rifa, los colocarán dentro de una urna y una persona extraerá el boleto ganador.

1. Responde las siguientes preguntas.

a) ¿Qué boleto tiene más posibilidades de ganar?

b) Juan compró el boleto número 1 y Andrés el boleto número 99. ¿Quién tiene más posibilidades de ganar?

c) Si alguien quiere asegurarse de ganar el premio, ¿cuál o cuántos boletos debe comprar?

d) En parejas, comenten por qué en diversas rifas se usan los resultados de un sorteo de la Lotería Nacional. Por ejemplo, en este caso, se tomaría el ganador de acuerdo con las dos últimas cifras publicadas.

2. Reúnete con un compañero, contesten las preguntas y desarrollen lo que se pide.

a) Si uno de ustedes escoge una de las tarjetas de la izquierda con los ojos cerrados, ¿qué color es más posible que salga? ¿Cuál elegirían?

b) Construyan las cuatro tarjetas, lleven a cabo el experimento 10 veces y registren sus resultados en la tabla 1.

Tabla 1

Color de tarjeta	Azul	Rojo	Verde	Amarillo
Frecuencia				

c) Integren el resultado de los experimentos de todos sus compañeros y registrenlos en la tabla 2.

Tabla 2

Color de tarjeta	Azul	Rojo	Verde	Amarillo
Frecuencia				
Frecuencia Total de experimentos				

d) Determinen cuál fue el total de experimentos y completen la última fila.

- e) Si tuvieran que elegir el color de una tarjeta, de manera que tengan mayor posibilidad de ganar, ¿cuál sería? Expliquen en su cuaderno por qué.
- f) En grupo, y con la guía del profesor, comparen los resultados de las tablas 1 y 2. Comenten si hay alguna tarjeta que tenga mayor probabilidad de salir o cuál elegirían para ganar.



#DATO
Un experimento aleatorio es una situación en la que se conocen los resultados posibles, pero donde no se puede predecir exactamente el resultado final.

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

La **probabilidad** es la posibilidad de obtener un resultado en un experimento aleatorio o de calcular las posibilidades que existen de que se obtenga un resultado al azar.



3. Responde los siguientes planteamientos.

Emanuel y Raúl viajan con sus papás en su automóvil. Mientras llegan a la casa de sus tíos, deciden jugar volados para pasar el tiempo.

- a) ¿Cuántos resultados posibles tienen al lanzar una moneda (casos posibles)?
¿Cuáles son? _____
- b) Emanuel elige águila en un volado. ¿Cuántas posibilidades tiene de ganar (casos favorables)? _____
- c) Escribe la probabilidad de que al lanzar una moneda se obtenga águila. Esto es el cociente del número de casos favorables entre el número de casos posibles.

- d) ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar una moneda se obtenga sol? _____
- e) Escribe y resuelve la siguiente operación: la probabilidad de que al lanzar una moneda se obtenga sol más la probabilidad de que al lanzar una moneda se obtenga águila. ¿Qué significa el resultado?



4. Discute, en grupo y con ayuda del profesor, los casos favorables y casos posibles, y cómo se calculó la probabilidad en la actividad anterior. Después, lean la información del recuadro.

La **probabilidad teórica** se refiere a las posibilidades matemáticas de que un evento ocurra y es la razón entre el número de casos favorables entre el total de casos posibles.



5. Reúnete con un compañero. Hagan y contesten lo que se pide.

- a) Consigan una moneda y lancen diez volados (casos totales).
- b) Registren en la tabla 3 cuántas veces cayó águila (casos favorables).

Tabla 3

Resultado	Frecuencia
Águila	

- c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener águila de acuerdo con los resultados anteriores? _____

- d) Lancen otros 10 volados (casos totales) y anoten cuántas veces cayó sol (casos favorables). Registren sus resultados en la tabla 4.

Tabla 4

Resultado	Frecuencia
sol	

- e) ¿Cuál es la probabilidad de obtener sol de acuerdo con los resultados de la tabla 4? _____

La **probabilidad frecuencial** se obtiene al efectuar un experimento, y es la razón del número de veces que aparece un resultado favorable entre el número de veces que se efectúa un experimento o casos totales.

Lancen 18 volados y anoten en la tabla 5 cuántas veces se obtiene águila y cuántas, sol.

Tabla 5

Resultado	Frecuencia
águila	
sol	

- » Con base en los resultados del experimento, ¿cuál es la probabilidad de obtener águila y cuál la de sol?

- » En general, al lanzar un volado, ¿cuál es la probabilidad de que se obtenga águila y cuál la de obtener sol?

- » ¿Cuál es la diferencia entre los resultados de las preguntas anteriores?

- f) ¿Cuál es la diferencia entre la probabilidad teórica y la frecuencial?

- g) Lean nuevamente las definiciones y comenten su respuesta anterior con el grupo. Escriban de común acuerdo una respuesta grupal.

6. Contesta las siguientes preguntas.

- a) ¿Cuántos resultados distintos hay al lanzar un dado? _____
- b) ¿Qué probabilidad hay de que al lanzar un dado salga un número par? _____
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado salga un número impar? _____
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado salga el número 7? _____



#TIC T@C



Explora la actividad que se encuentra en redir.mx/SSPM2-120a. Redacta en tu cuaderno el planteamiento para el desarrollo del experimento y calcula la probabilidad frecuencial de diez experimentos.



- e) Completa la tabla 6 de acuerdo con la probabilidad de que salga el número indicado al lanzar un dado.

Tabla 6

Resultados posibles	1	2	3	4	5	6
Probabilidad						

- f) ¿Qué concluyes de la tabla anterior?, ¿hay alguna regularidad? Analízala y comparte tus reflexiones con tus compañeros de grupo.



7. Reúnete con un compañero, consigan un dado y lleven a cabo el siguiente experimento.

Pedro y Camila lanzaron un dado 20 veces. Dos veces obtuvieron el número 4. Pedro dice que la probabilidad del 4 es $\frac{2}{6}$ y Camila dice que es $\frac{2}{20}$.

- a) ¿Con quién están de acuerdo? Argumenten su respuesta.

- b) Lancen el dado 20 veces y registren sus resultados en la tabla 7.

Tabla 7

Resultados posibles	1	2	3	4	5	6
Frecuencia						
Probabilidad						

- c) Simplifiquen cada fracción que se obtuvo. Comparen la probabilidad obtenida en la tabla 7 con los valores de la tabla 6. ¿Se parecen? Si no es así, ¿consideran que se parecerán al hacer más lanzamientos?

- d) Comenten sus respuestas con el grupo y, con la guía del profesor, logren una conclusión.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

8. En parejas, respondan las preguntas.

Raquel y Daniel juegan con seis esferas numeradas y una caja opaca que tiene una abertura cubierta con tela negra, por la cual pueden meter su mano.

- a) Raquel coloca en la caja las esferas numeradas del 1 al 6 y le pide a Daniel que saque una.
- » ¿Cuál es la probabilidad de que Daniel saque una esfera con cualquier número? _____
 - » ¿Cuál es la probabilidad de sacar la esfera con el número 2 y cuál con el número 5? _____
 - » ¿Cuál es la probabilidad de sacar una esfera con un número mayor o igual a 4? _____



#FUENTE

Zalduendo, Ignacio, *Matemática para Iñaki*, Ciudad de México, Fondo de Cultura Económica, 2017.

Para comprender esta propuesta de divulgación de la ciencia, necesitarás lápiz y papel en mano, curiosidad y una actitud positiva que te ayuden a afrontar desafíos para saber más de la probabilidad y otros temas de las matemáticas.



#BITÁCORA

Lleva a cabo la actividad correspondiente a esta secuencia, en la página 230.

#REFLEXIONA



¿Se podrían usar dos dados para simular las esferas y llevar a cabo el experimento?

#EXPERIMENTA



Resuelve la actividad "¡Alcázame si puedes!", en la página 124.

#REFLEXIONA



Si aumentan el número de experimentos, ¿consideran que la probabilidad teórica y la frecuencial llegarían a ser iguales? Discutan esta posibilidad con sus compañeros.

- b) Daniel le pide a Raquel que saque dos esferas. Primero toma una y registra el número, la devuelve a la urna y después saca la segunda. Completen la tabla 8 para responder las preguntas.

Tabla 8

Esfera 1 \ Esfera 2	1	2	3	4	5	6
1					(5, 1)	
2			(3, 2)			
3	(1, 3)					
4			(3, 4)		(5, 4)	
5	(1, 5)					
6			(3, 6)			

- » ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos esferas con número par? _____
- » ¿Cuál es la probabilidad de sacar una esfera con un número par y la otra con uno impar sin importar el orden? _____

9. Lleven a cabo diez veces el experimento del inciso anterior, es decir, de sacar una esfera detrás de otra.

- Necesitarán seis objetos iguales numerados del 1 al 6 para simular el experimento. Por ejemplo: pelotas numeradas, bolas de unicel, papeles.

- a) Registren sus resultados en la tabla 9.

Tabla 9

Experimento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Esfera 1										
Esfera 2										

- b) Con base en los resultados de la tabla, determinen las probabilidades (P) de los siguientes eventos.
- Evento A: probabilidad de sacar dos esferas con número par.
- Evento B: probabilidad de sacar una esfera con número par y la otra con uno impar, sin importar el orden.

$P(A) =$ _____ $P(B) =$ _____

- c) Concentren los datos de todo el grupo y calculen la probabilidad del evento A y del evento B.

Tabla 10

Probabilidad	Teórica	Frecuencial
$P(A)$		
$P(B)$		

- d) Comparen los resultados que obtuvieron en el inciso b) de la actividad 8 con el inciso c) de esta actividad. Guiados por el profesor, escriban una conclusión, en su cuaderno, sobre la relación entre la probabilidad teórica y la frecuencial.

¡Alcázame si puedes!

1. Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas.

Se tienen 8 tarjetas con los siguientes números.



Se llevó a cabo un experimento 20 veces, y los resultados fueron los siguientes.

4, 8, 1, 4, 5, 2, 5, 8, 7, 3, 6, 2, 5, 3, 4, 1, 6, 5, 2, 5

- De acuerdo con los resultados, ¿cuál es la probabilidad de cada tarjeta? Anótala en tu cuaderno.
 - ¿Coincidió alguna probabilidad del experimento con la probabilidad teórica?
2. Simula el experimento anterior en una hoja de cálculo. Sigue los pasos.

- En una hoja nueva de cálculo, escribe en la celda A1 "Experimento"; en la celda B1, "Resultado"; en la celda C1, "Tarjetas"; en la celda D1, "Frecuencia"; en la celda E1, "Probabilidad frecuencial"; y en la celda F1, "Probabilidad teórica".

	A	B	C	D	E	F
1	Experimento	Resultado	Tarjeta	Frecuencia	Probabilidad frecuencial	Probabilidad teórica
2		1	2	1	0	0.125



- Numera las celdas A2 a A21, del 1 al 20.

- En la celda B3, escribe `=ALEATORIO.ENTRE(1,8)` y extiende hasta la celda B21. Para extender, necesitas colocarte en la esquina de la celda, dar clic con el ratón en la cruz y, sin soltar, arrastrar hasta la celda B21.

- Numera del 1 al 8 las celdas C2 a C9. Después, escribe en la celda D2 = `CONTAR.SI(B$2:B$21,C2)`; luego, extiéndelo hasta C9.

B	C	D	E
Resultado	Tarjeta	Frecuencia	Probabilidad
3	1	<code>=contar.si(B\$2:B\$21,C2)</code>	

- Escribe en la celda E2 = `D2/20` y extiéndelo hasta E7.

- Por último, escribe en la celda F2 = `1/8` y extiéndelo hasta la celda F9.

	A	B	C	D	E	F
1	Experimento	Resultados	Tarjeta	Frecuencia	Probabilidad frecuencial	Probabilidad teórica
2	1	5	1	0	0	0.1
3	2	2	2	4	0.4	0.1
4	3	6	3	1	0.1	0.3
5	4	2	4	0	0	0.3
6	5	2	5	2	0.2	0.1
7	6	6	6	2	0.2	0.1
8	7	2	7	0	0	0.3
9	8	3	8	1	0.1	0.1

Nota: la columna de resultados cambiará cada vez que se actualice o modifique algo en la hoja de cálculo, por lo tanto, también lo harán las columnas de frecuencia y probabilidad frecuencial.

3. Repite la simulación para más casos.

- Abre una nueva hoja y extiende el experimento a 100 veces. Modifica en las fórmulas los valores indicados en rojo por los valores necesarios para tener 100 casos.
- ¿Qué sucede si aumentas el experimento a 1 000 casos?
- ¿Cómo es la probabilidad frecuencial con respecto a la probabilidad teórica?

1. En parejas, lleven a cabo la actividad y respondan las preguntas.

Necesitarán dos fichas y dos dados de cuatro caras. Si no los consiguen, pueden armarlos con el desarrollo plano que se muestra en la figura o hacer una simulación en una hoja de cálculo.

1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										

Meta



Figura 1

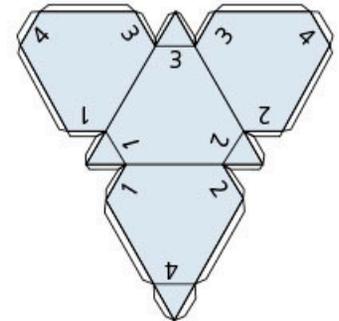


Figura 2

Reglas

- Cada uno elija un número entre el 1 y el 8, pero no pueden elegir el mismo. Coloquen su ficha en el número que seleccionaron.
 - Por turnos, lancen los dos dados y sumen los números que salgan (en la base, como en la figura 1, o en el vértice superior, como en la figura 2). Registren el resultado de cada lanzamiento en su cuaderno.
 - Si el resultado coincide con el número que eligieron, avancen su ficha una casilla.
 - Gana el primero que llegue a la meta.
- a) Jueguen una partida. ¿Quién ganó: tu compañero o tú?
 - b) En este juego, ¿cuál es la probabilidad teórica de obtener cada número?
 - c) Con base en los resultados que registraron, calculen la probabilidad frecuencial.
 - d) Analicen detenidamente la estrategia que se debe seguir para ganar el juego. ¿Qué número conviene elegir para ganar? Expongan al grupo su estrategia.

2. Evalúa tu desempeño en la solución de problemas. Selecciona la casilla de cada columna con la que te identifiques.

Nivel	Uso de las matemáticas	Análisis del problema	Representación gráfica	Solución	Comunicación de resultados
4	Muestro comprensión de los conceptos y procesos matemáticos.	Identifico los elementos del problema y planteo una estrategia para resolverlo.	Utilizo un apoyo gráfico claro y simplificado.	Respondo al problema con una explicación clara y coherente.	Les comunico efectivamente el resultado a mis compañeros.
3	Muestro comprensión de algunos de los conceptos y procesos matemáticos.	Identifico algunos elementos del problema y propongo cómo resolverlo.	Utilizo un apoyo gráfico apropiado.	Respondo al problema con explicaciones razonablemente claras.	Les comunico el resultado a mis compañeros.
2	Tengo dificultades para identificar los conceptos matemáticos necesarios.	Identifico el planteamiento del problema y lo resuelvo por ensayo y error.	El apoyo gráfico es poco claro.	Respondo al problema satisfactoriamente, pero las explicaciones están incompletas.	Les comunico a mis compañeros el resultado, pero la explicación es confusa.
1	Desconozco los conceptos matemáticos apropiados para el problema.	No identifico las partes relevantes del problema y no tengo claridad de qué hacer.	El apoyo gráfico no representa aspectos del problema o causa confusión.	Comienzo a solucionar el problema de manera apropiada, pero no lo concluyo.	Les comunico a mis compañeros una respuesta incompleta o mi explicación no es comprensible.

Aprendizaje esperado: resuelve problemas que implican conversiones en múltiplos y submúltiplos de unidades del sistema inglés (yarda, pulgada, galón, onza y libra).

MIS PRIMERAS IDEAS

Antiguamente, el cuerpo humano se usó para medir longitudes. Por ejemplo, de la medida del pulgar surgió la pulgada; de la longitud del pie, la unidad que lleva su nombre. También existió la braza y la cuarta. Act. Algunas unidades han caído en desuso, mientras que otras aún se emplean en diferentes países, principalmente los de habla inglesa.

1. Responde las preguntas en tu cuaderno.

- a) ¿Qué unidades usas comúnmente para medir longitudes?
- b) ¿Qué unidades conoces diferentes al metro, el litro y el kilogramo? Escribe por lo menos dos ejemplos y qué es lo que miden.
- c) De forma grupal, comparen las respuestas del inciso b) y hagan un listado en el pizarrón con las unidades de medida que conocen.

2. Organícense en equipos de diez integrantes para llevar a cabo la siguiente actividad.

- a) Midan la longitud de sus pies, como se muestra en la figura 1, y registren las medidas en la siguiente tabla (también pueden copiar y completar las tablas en su cuaderno).

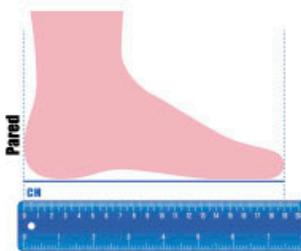


Figura 1

Alumno	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Medida del pie (cm)										

- b) ¿ Todos tienen la misma medida? _____

- c) Midan la longitud de los zapatos (figura 2), es decir, midan desde atrás hasta el frente de cada uno de los zapatos de sus compañeros.

- d) Registren las medidas en la tabla.

Alumno	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Medida del zapato (cm)										

- e) Elijan a dos de sus compañeros, procuren que las medidas de sus zapatos sean diferentes (por ejemplo, quienes tengan la medida de zapato más grande y la más pequeña). Cada uno de ellos debe medir cuántos pies de largo tiene el salón. Para ello, colocarán un pie justamente delante del otro, como se muestra en la figura 3.



Figura 2



Figura 3

f) ¿Obtuvieron la misma medida en cada caso? _____

g) ¿Se obtienen medidas exactas utilizando partes del cuerpo? Justifiquen su respuesta.

h) Compartan con el grupo las respuestas obtenidas en cada uno de los equipos y redacten en su cuaderno la conclusión de la actividad.



En su origen, la yarda era la medida correspondiente a la mitad de la longitud de los brazos extendidos. Esto equivale también a la medida entre la punta de la nariz y el extremo del brazo extendido.

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE



3. En parejas, lean la información e investiguen lo necesario para responder las preguntas.

a) Artemio es un fanático del fútbol americano y colecciona noticias sobre su deporte favorito.

En la serie ofensiva siguiente, los Eagles lograron dar el primer gran golpe. Tras una gran carrera de LeGarrette Blount (90 yardas, 1 TD), que penetró a través de la defensa de los Patriots por el centro, Nick Foles (373 yardas, 3 TD, 1 INT) conectó un pase de touchdown de 34 yardas para Alshon Jeffery, consiguiendo así la jugada de anotación más larga de la historia de los Eagles en la Super Bowl. Acto seguido, el chutador Elliott falló la conversión del punto extra, 3-9.

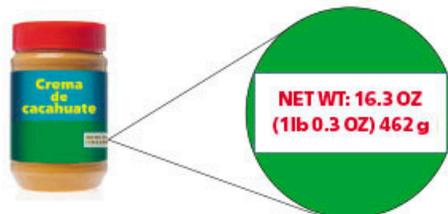
Peré Millán, "Crónica Super Bowl 2018: Unos valientes Eagles derrotan a los Patriots de Brady en la final más ofensiva de la historia" en *La Vanguardia* [en línea], disponible en [redir.mx/SSPM2-127a](https://www.redir.mx/SSPM2-127a), fecha de consulta: 1 de abril de 2018.

» ¿Qué unidad se usa en el fútbol americano para medir distancias? _____

» ¿A cuántos metros equivale? _____

» ¿A cuántas yardas equivale un metro? _____

b) Leo fue al centro comercial a comprar una crema de cacahuete y encontró una que tiene diferentes medidas para indicar el **contenido neto** (NET WT es su abreviación en inglés).



» Investiguen qué significa oz y lb. _____

» Si 16.3 oz = 1 lb 0.3 oz, ¿cuántas onzas tiene 1 lb? _____

» ¿Cuántas libras tiene una onza? _____



GLOSARIO

contenido neto: cantidad de producto consumible del artículo comercial incluida en un paquete o envase. Se especifica en la etiqueta y puede incluir peso neto, volumen, unidades, entre otros.

#TIC T@C



Verifica tus respuestas con la calculadora de conversiones entre unidades. Entra en redir.mx/SSPM-128a.

- » ¿Cuántos gramos equivalen a 1 oz? _____
- » ¿Cuántas onzas equivalen a 1 g? _____
- » ¿Cuántos gramos equivalen a 1 lb? _____
- » ¿Cuántas libras equivalen a 1 g? _____

c) Al llegar a su casa, Leo descubrió otro producto que tenía equivalencia de pesos.



- » De acuerdo con este producto, ¿cuántos gramos equivalen a 1 oz? _____
- » ¿Cuántas onzas equivalen a 1 g? _____

d) Mariana compró dos detergentes líquidos y observó que las etiquetas indicaban el contenido en diferentes unidades.



- » ¿Qué significa gal? _____
- » De acuerdo con la primera etiqueta, ¿a cuántos galones equivale un litro?

- » De acuerdo con la segunda etiqueta, ¿a cuántos galones equivale un litro?

- » De acuerdo con la primera etiqueta, ¿a cuántos litros equivale un galón?

- » De acuerdo con la segunda etiqueta, ¿a cuántos litros equivale un galón?

e) Expliquen a otras parejas cómo hicieron las conversiones y analicen si los procedimientos de sus compañeros coinciden con los suyos. ¿A qué piensan que se deben las diferencias en los resultados?

f) En su cuaderno, elaboren una tabla con las unidades que han identificado hasta el momento y las equivalencias que calcularon en estos problemas.

g) Redacten, en su cuaderno, una pequeña conclusión con respecto a las equivalencias trabajadas en el ejercicio.



4. Resuelve el problema. Investiga las unidades.

La familia Jiménez remodelará el cuarto de lavado. Para hacerlo, necesitarán malla para el techo y una persiana. Los materiales que encontraron en la tienda tienen las siguientes dimensiones.

persiana de papel
36 in × 72 in
91 cm × 182 cm
WHITE / BLANC / BLANCO

6' × 20'
La malla mide
1.83 m × 6.1 m

a) ¿Qué significa in? _____

b) Selecciona la respuesta correcta.

6' = 6 pulgadas

6' = 6 pies

6' = 6 dm

6' = 6 yardas

c) Completa las equivalencias.

» Si 72 in = 1.82 m, entonces 1 in = _____ m y _____ in = 1 m.

» Si 6' = 1.83 m, entonces 1' = _____ m y _____ = 1 m.

5. Contesta las siguientes preguntas. Después, lee la información del recuadro.

a) ¿Qué magnitudes se trabajaron en los ejercicios 2 y 3?

b) ¿Qué unidades de medida se utilizaron para cada magnitud?

El Sistema Internacional de unidades (SI) es la forma actual del Sistema Métrico Decimal y establece las unidades que deben ser utilizadas internacionalmente; sin embargo, algunas naciones de habla inglesa usan otras medidas que no pertenecen a nuestro sistema decimal de pesas y medidas.

Esas medidas se llaman *inglesas* y tienen nombres y valores distintos de los que nosotros usamos. Las unidades del sistema inglés de medidas de longitud son la *milla* (mi), la *yarda* (yd), el *pie* (ft) y la *pulgada* (in); la de capacidad es *galón* (gal) y las de masa son *onza* (oz) y *libra* (lb).

Este sistema tiene la característica de que sus medidas con respecto al SI varían de país a país.

Para transformar medidas del sistema inglés al SI y viceversa, utilizaremos las equivalencias que se emplean en Estados Unidos de América (EUA).

Sistema inglés de medidas	Sistema métrico decimal
Longitud	
1 milla (mi)	1.609 km
1 pulgada (in)	2.54 cm
1 pie *(ft)	30.48 cm
1 yarda (yd)	91.44 cm

Sistema inglés de medidas	Sistema métrico decimal
Masa	
1 onza (oz)	28.35 g
1 libra (lb)	453.59 g
Capacidad	
1 galón (gal)	3.78 L

#BITÁCORA



En la página 231, resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

#DATO



En el sistema inglés se tienen diferentes equivalencias con el sistema métrico, dependiendo de si los países recibieron la influencia de Inglaterra o de EUA.

6. Resuelve los siguientes ejercicios.

- a) 25 g = _____ oz b) 6 mi = _____ m
 c) 92 ft = _____ m d) 76 g = _____ lb
 e) 32 L = _____ gal f) 12 m = _____ ft
 g) 32 in = _____ m h) 9 gal = _____ L
 i) 54 yd = _____ m j) 7.4 m = _____ yd
 k) 23 oz = _____ g l) 7 lb = _____ g
 m) 8 m = _____ mi n) 16 m = _____ in
- o) Ordena de menor a mayor: 1 ft, 1 in, 1 mi, 1 yd, 1 cm.



7. En parejas, completen la tabla de equivalencias con base en la información de la imagen.

Pies	Pulgadas	Yardas	Millas
1	12		
3		1	
		1760	1

8. Reúnanse en equipo y completen los procedimientos.

- a) Para transformar de millas a metros, se debe _____
 b) Para transformar de pulgadas a metros, se debe _____
 c) Para transformar de pies a metros, se debe _____
 d) Para transformar de yardas a metros, se debe _____
 e) Para transformar de millas a pulgadas, se debe _____
 f) Para transformar de millas a pies, se debe _____
 g) Para transformar de millas a yardas, se debe _____
 h) Para transformar de pulgadas a pies, se debe _____
 i) Para transformar de pulgadas a yardas, se debe _____
 j) Para transformar de pies a yardas, se debe _____

9. Desarrolla las actividades y contesta las preguntas en tu cuaderno.

La longitud de las pantallas, los monitores de computadoras, las pantallas de los relojes inteligentes y las pantallas de teléfonos inteligentes se miden en pulgadas.

- a) Busca diez objetos. Primero estima sus medidas en centímetros y en pulgadas; después, mídelos. Registra los datos en una tabla.
 b) Investiga y menciona cinco países que utilizan el sistema inglés.
 c) Visita una tienda comercial y busca cinco artículos en los cuales se maneje el sistema inglés; si te es posible, toma fotografías y compártelas con el grupo.

➔ MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

10. Lee la siguiente información y completa la tabla.

En el fútbol americano, el equipo atacante intenta llevar el balón hacia la zona de anotación. La defensa tiene que evitar que esto ocurra e impedir el avance del equipo rival hacia la anotación.

Las medidas de una cancha de fútbol americano son 120 yardas de largo por 160 pies de ancho.

Las zonas de anotación se encuentran a los extremos del terreno del juego y miden 10 yardas cada una.

Las *hash marks* (marcas que dividen los tercios del campo) están divididas entre sí por una distancia de 18 pies. Se encuentran a 846 pulgadas de cada banda y sirven para colocar el balón cargado a determinado lado.

Los pilones son prismas cuadrangulares que se colocan en las esquinas de las zonas de anotación y miden 4 pulgadas de lado y 18 pulgadas de alto.

Zonas	Medidas	Yardas (yd)	Pies (ft)	Pulgadas (in)	Metros (m)
cancha	largo				
	ancho				
anotación	largo				
<i>hash mark</i>	largo				
	de la banda				
pilones	lado				
	alto				

11. Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno.

- a) Un automóvil recorre 100 millas con un galón de gasolina.
- » ¿Cuántos kilómetros recorre con un galón de gasolina?
 - » ¿Cuántos kilómetros recorre con un litro de gasolina?
- b) Pilar desea preparar pastel de manzana; por ello, buscó en internet y encontró la siguiente receta. Transforma las cantidades de los ingredientes a unidades del Sistema Internacional.

Pastel de manzana		
10 oz de harina	1 oz de canela	
$\frac{1}{2}$ lb de mantequilla	en polvo	
1 huevo	1 lb de azúcar	
0.1 gal de leche	1.5 oz de polvo	
2 oz de esencia de vainilla	para hornear	
9 oz de puré de manzana		

#CONTEXTO



Investiga qué es una onza troy y su equivalencia en gramos.

12. Comenten en grupo las ventajas de usar el sistema internacional comparado con el sistema inglés y redacten, en su cuaderno, una conclusión.

Aprendizaje esperado:

resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales.

MIS PRIMERAS IDEAS

Josefina obtuvo un nuevo empleo en una tienda de bicicletas. La primera tarea que le pidieron fue armar bicicletas y triciclos de carga que el proveedor había entregado el día anterior. En total, hay 11 vehículos entre triciclos y bicicletas, y en una caja tienen un total de 26 llantas. ¿Cuántas bicicletas y cuántos triciclos hay?

1. **Reúnete con un compañero, analicen el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.**



a) Usen x para representar las bicicletas y y para los triciclos. Escriban el sistema de ecuaciones resultante.

b) Ahora despejen la misma incógnita (y) en ambas ecuaciones. Anoten las ecuaciones.

c) Sustituyan x por los diferentes valores que están indicados en la tabla. Cada tabla corresponde a cada ecuación del inciso anterior.

Ecuación 1	
x	$y = 11 - x$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Ecuación 2	
x	$y =$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

d) Observen las tablas. ¿Existe un par de valores x y y que sea igual en ambas tablas? Señálenlo y escriban cuál es. _____

e) Resuelvan el sistema de ecuaciones por alguno de los métodos algebraicos que conocen. Comparen el resultado obtenido con los del inciso anterior. ¿Qué pueden concluir? _____

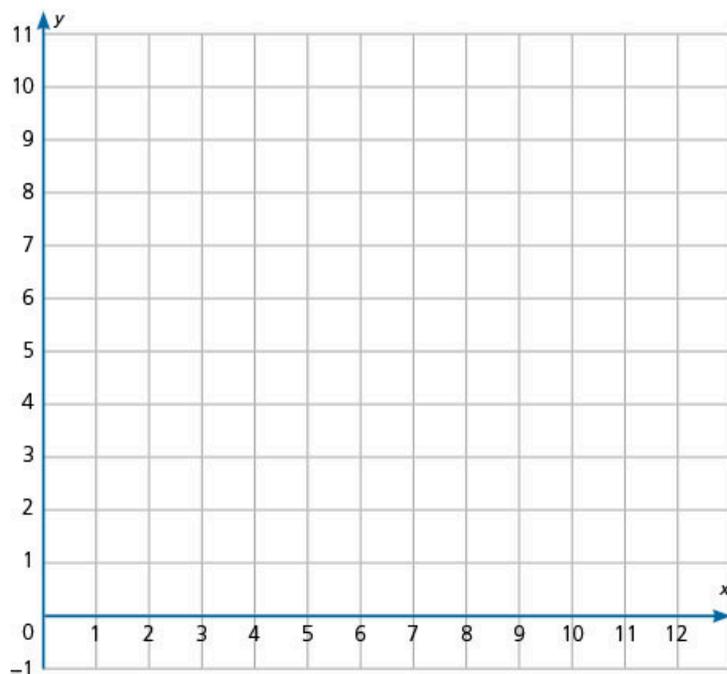
#FUENTE



Steven Strogatz, *El placer de la X*, s/c, Taurus, 2013.

Si eres un lector con sentido común y curiosidad, este libro es para ti, pues relaciona las ideas matemáticas con la literatura o la filosofía, por ejemplo.

- f) A partir de las tablas del inciso c), ubiquen en el plano cartesiano los puntos con las coordenadas (x, y) ; luego, tracen las gráficas.



#REFLEXIONA

Existen varios métodos para resolver un sistema de ecuaciones. Todos tienen el objetivo de determinar el valor de las incógnitas.

- g) Observen que las gráficas tienen un punto en común (o de intersección). ¿Cuál es la coordenada (x, y) que comparten ambas gráficas? _____

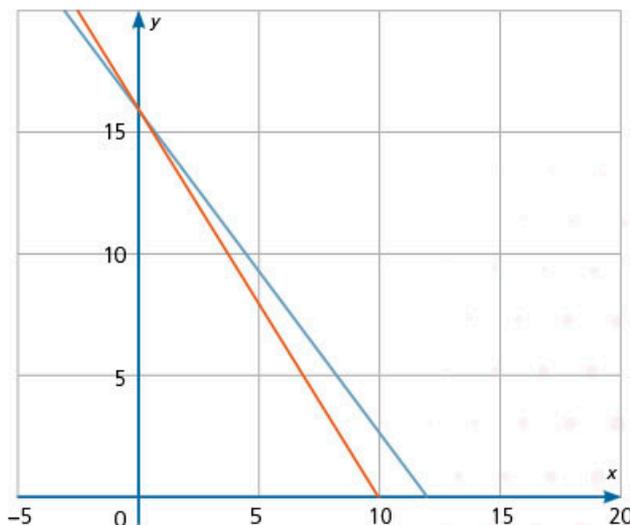
- h) ¿Qué relación existe en el punto en que se intersecan las rectas y la solución del sistema de ecuaciones?



2. Observa que cada ecuación del siguiente sistema de ecuaciones representa una línea recta.

$$\begin{cases} x + \frac{3}{4}y = 12 \\ y = -1.6x + 16 \end{cases}$$

- a) Relaciona cada ecuación con su gráfica.
- b) Con base en la gráfica, encuentra la solución del sistema de ecuaciones.
- c) Usa un método algebraico para determinar la solución del sistema de ecuaciones.
- d) Compara tus respuestas con las de un compañero. Comenten cómo se relaciona el método gráfico con el algebraico.





#REFLEXIONA

Para resolver un problema conviene que utilices diferentes estrategias. Por ejemplo, podrías trazar las gráficas de las ecuaciones para identificar el sistema de ecuaciones al que corresponde.

MI PROCESO DE APRENDIZAJE

3. Relaciona, con una línea, el sistema de ecuaciones con su representación gráfica correspondiente y en cada caso determina la solución del sistema.

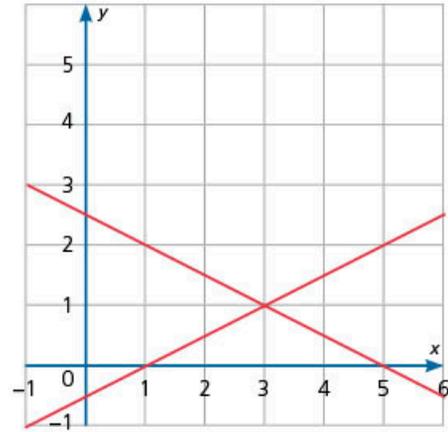
$$x + y = 5$$

$$2x - y = 1$$

Solución

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$



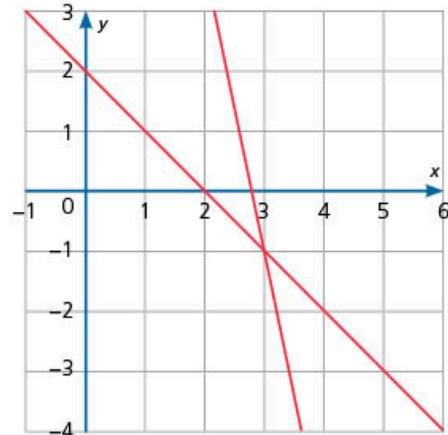
$$x + 2y = 5$$

$$0.5x - y = 0.5$$

Solución

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$



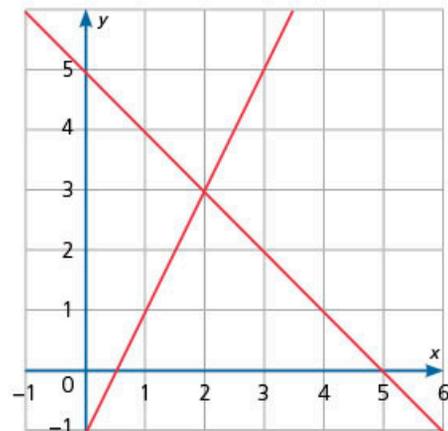
$$2x + 2y = 4$$

$$5x + y = 14$$

Solución

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$



- Comprueba las soluciones obtenidas en cada sistema de ecuaciones. Para ello, sustituye los valores de las coordenadas del punto de intersección $P(x, y)$ en el sistema de ecuaciones.
- Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Verifiquen sus operaciones.

#TIC T@C



Explora la siguiente página donde encontrarás un graficador para sistemas de ecuaciones.
redir.mx/SSPM2-134a.

Método gráfico

A continuación, se presenta el procedimiento para resolver un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas a partir de sus gráficas.

1. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones (generalmente y).
2. Se traza la gráfica de cada ecuación (si es necesario, se elabora una tabla de valores como auxiliar en la graficación).
3. Se localiza el punto de intersección de ambas rectas. Las coordenadas (x,y) de dicho punto corresponden a la solución del sistema.

Ejemplo; resolver el sistema

$$2x + 2y = 6$$

$$x - y = 1$$

1. Despejar y en ambas ecuaciones.

$$y = \frac{6-2x}{2} = 3 - x$$

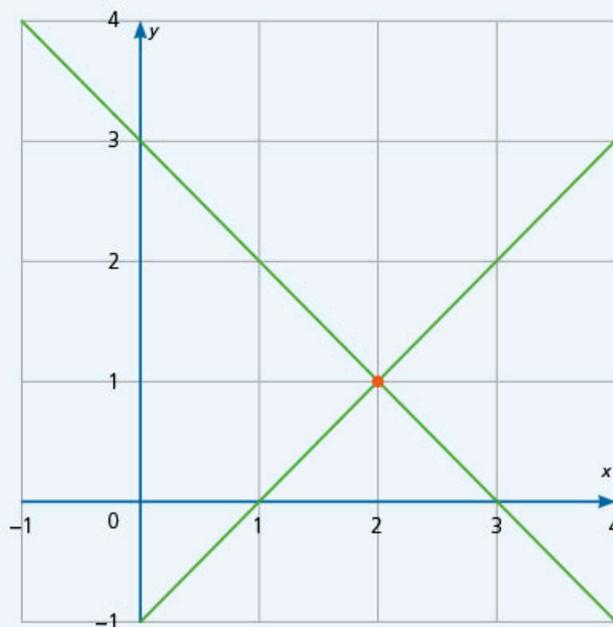
$$y = x - 1$$

2. Se trazan las gráficas.

3. Solución del sistema:

$$x = 2$$

$$y = 1$$



#BITÁCORA

Ve a la página 231 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.



4. En equipos, usen el método gráfico para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones.

$$6x + 3y = 27$$

$$6x + 3y = 27$$

$$6x + 3y = 27$$

$$-2x - y = -9$$

$$-2x - y = 9$$

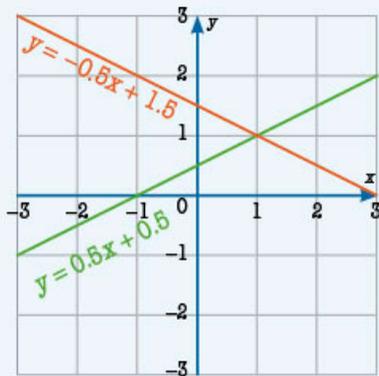
$$6x + 2y = 27$$

- a) Comparen sus respuestas con las de otros equipos. Si sus resultados son distintos, escriban las preguntas que surgieron.
- b) Lean la información del recuadro de la siguiente página y procuren responder sus preguntas. Si es necesario, consulten con su profesor.

Las gráficas de un sistema de ecuaciones indican la solución que tiene el sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

$$y = -0.5x + 1.5$$

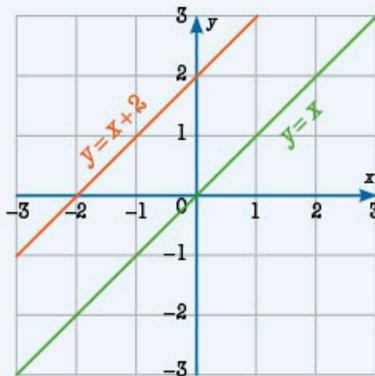
$$y = 0.5x + 0.5$$



Una solución cuando las gráficas se intersecan en un punto.

$$y = x + 2$$

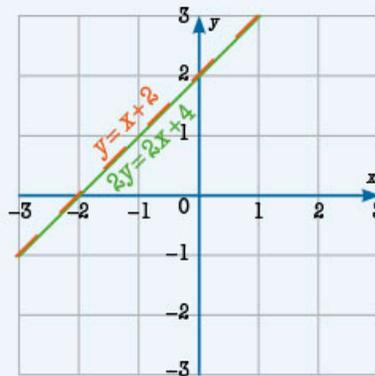
$$y = x$$



Sin solución cuando las gráficas son paralelas y, por lo tanto, nunca se intersecan.

$$y = x + 2$$

$$2y = 2x + 4$$



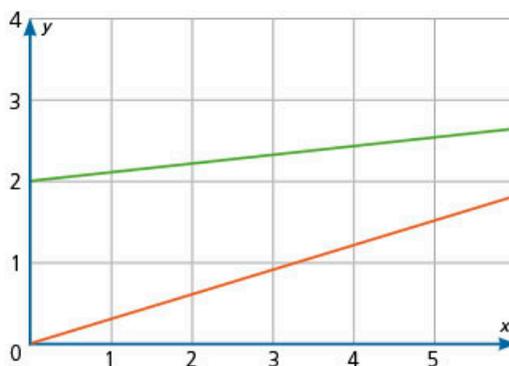
Una infinidad de soluciones cuando las gráficas son coincidentes y comparten los mismos puntos.

➔ MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

5. En parejas, analicen el planeamiento y argumenten su respuesta.

Ana María resuelve un sistema de ecuaciones a través del método gráfico, para esto, utiliza un programa de computadora que le permite obtener las gráficas rápidamente. En la vista que le da el programa, observa que las rectas no se intersecan, por lo que concluye que el sistema no tiene solución.

a) Justifiquen si el razonamiento de Ana María es correcto o no.



- b) Luisa afirma que la solución del sistema es $x = 0$ y $y = 2$ debido a que son los puntos donde las gráficas se intersecan. Expliquen si Luisa tiene razón en su afirmación.
- c) El sistema de ecuaciones del problema anterior se muestra a continuación. Resuélvanlo para verificar la hipótesis de que no tiene solución.

$$0.1x + 2 = y$$

$$0.3x = y$$

#PROTAGONISTA



En una discusión matemática, es importante trabajar con argumentos, no con creencias. Además, se requiere escuchar a tus compañeros con respeto y expresar tu opinión de igual forma para lograr un común acuerdo.



6. En tu cuaderno, resuelve los sistemas de ecuaciones.

a) $2x + y = 3$
 $x - y = -1$

b) $2x + 2y = 8$
 $y - x = 2$

c) $2x - y = 1$
 $-x - y = -2$

d) $3x - 2y = -1$
 $x + y = 5$

e) $x - y = 1$
 $3x + y = 7$



7. Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Observen qué método emplearon y expliquen por qué lo eligieron.



8. Trabaja en pareja. Resuelvan los sistemas de ecuaciones en su cuaderno, primero por el método gráfico y después por un método algebraico.

• $x + y = 1$
 $x + y = 5$

• $x + 2y = 1$
 $2x + 4y = 2$

• $3x + y = 5$
 $x + 3y = 7$

- Analicen las gráficas resultantes y escriban las características que observen de cada una.
- ¿Qué pueden expresar en relación con las gráficas obtenidas y la solución de cada sistema de ecuaciones?
- Compartan sus observaciones en grupo y, con ayuda del profesor, debatan sobre las características de los sistemas de ecuaciones planteados y las gráficas resultantes.



9. Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno.

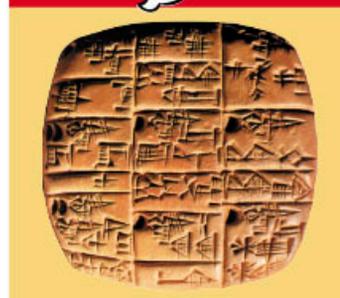
- a) La mamá de Eugenia trabaja en una empresa como mensajera. Lleva documentos a diferentes sitios de la ciudad, por lo que utiliza los siguientes medios de transporte: un autobús que cobra \$12.00 o el tren metropolitano, donde paga \$5.50. Si a la semana hace 14 viajes y gasta \$129.00, ¿cuántas veces utiliza el autobús y cuántas, el tren?

- b) Liliana recibió en sus redes sociales el siguiente dibujo y tiene que averiguar el peso de cada animal.



- » Redacta el problema.
- » Resuelve el problema. Escribe un enunciado con tu respuesta.
- » Describe qué método empleaste y por qué motivo.

10. De forma grupal, propongan un problema semejante al anterior; resúélvanlo, elaboren un cartel y difúndanlo como reto en toda la escuela.



Los sistemas de ecuaciones están presentes en las matemáticas de la antigua Mesopotamia, hace al menos 2000 años antes de nuestra era. En una tablilla de arcilla de esa época, se muestra el siguiente problema:
 $\frac{1}{4}$ anchura + longitud = 7 manos,
 y longitud + anchura = 0 manos.
 Considerando mano = 5, ¿cuánto vale la anchura y la longitud?

Aprendizaje esperado:

analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.

GLOSARIO

trasplante: significa replantación; por ejemplo, llevar una planta de una maceta a tierra firme.

#DATO

La ingeniería agronómica tiene por objetivo mejorar la calidad de los procesos de la producción para la transformación de productos agrícolas y alimentarios.

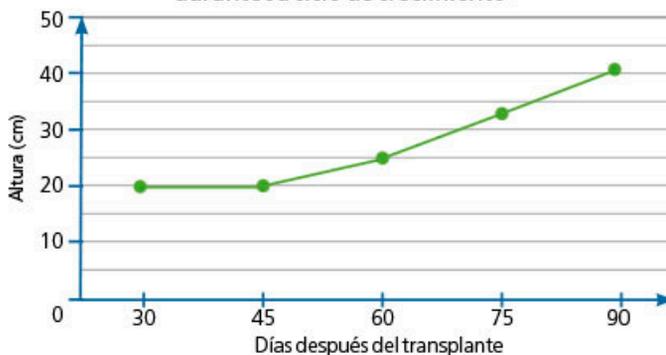
#REFLEXIONA

Observa cómo se relaciona la pendiente con el valor obtenido en la columna “Diferencia de altura”.

MIS PRIMERAS IDEAS

Susana estudia ingeniería agronómica. En su disciplina es importante conocer el crecimiento de las diferentes plantas. Un día, cuando estaba haciendo una investigación para una tarea, encontró un artículo científico sobre el cultivo del pimiento morrón. En el artículo se muestra la siguiente gráfica.

Gráfica 1. Altura promedio de las plantas de pimiento morrón durante su ciclo de crecimiento



1. En parejas, usen la información de la gráfica para responder las preguntas.

a) La gráfica indica el promedio de la altura de la planta en función de los días después del **trasplante**. ¿A los cuántos días se inició el registro de datos?

b) La gráfica está dividida en cuatro intervalos de días. El primero está comprendido entre 30 y 45. ¿Cuáles son los otros intervalos? _____

c) ¿Qué altura promedio tenían las plantas cuando fueron trasplantadas? _____

d) Expliquen qué sucede con la altura promedio de las plantas del día 30 al 45.

e) Completen la tabla 1 donde se relaciona la altura de la planta respecto de los días. Únicamente del día 30 al 45.

Tabla 1

Días (x)	Altura (y)	Diferencia de altura
30	20 cm	
33		20 – 20 = 0
36		20 – 20 =
39		
42		
45		

f) La expresión algebraica para este segmento de recta es $y = 20$. Escribe el valor de la pendiente y de la ordenada al origen de acuerdo con la expresión $y = mx + b$.

- g) ¿Cuál es la altura promedio de las plantas al iniciar y al terminar el segundo intervalo de la gráfica? _____
- h) ¿Cuántos centímetros crecieron, en promedio, durante el segundo intervalo? _____
- i) Completen la tabla 2, únicamente para el segundo intervalo.

Tabla 2

Días (x)	Altura en cm (y)	Diferencia de alturas
45	20	
48		$21 - 20 = 1$
51		
54		
57		
60	25	

- j) ¿Cuánto crecen, en promedio, las plantas cada tres días? _____
- k) ¿Cuánto crecen, en promedio, las plantas cada día? _____
- l) En su cuaderno, elaboren una tabla, del día 45 al día 60, pero avanzando de día en día.

Tabla 3

Días (x)	Altura en cm (y)	Diferencia de alturas
45	20	
46		
47		
...		

2. Con base en la gráfica de la situación inicial, analicen la siguiente información y respondan las preguntas.

- a) Susana afirma que en el tercer y cuarto intervalo el promedio de crecimiento se mantiene constante. ¿Están de acuerdo con ella? Proporcionen sus argumentos. _____
- b) Averigüen cuánto crecen en promedio las plantas cada día en estos intervalos. _____
- c) Completen la tabla en la que se muestra cuánto crecen en promedio las plantas cada día de acuerdo con los intervalos de la gráfica.

Intervalo	30-45 días	45-60 días	60-75 días	75-90 días
Crecimiento por día		$\frac{1}{3}$ cm		

- d) En grupo, comparen la rapidez del promedio de crecimiento de las plantas en todos los intervalos; luego, expliquen qué relación hay entre la rapidez de crecimiento y la inclinación de la recta.

#EXPERIMENTA



Resuelve la actividad "Sube y baja", en la página 142.

#BITÁCORA



En la página 231, resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.



#REFLEXIONA

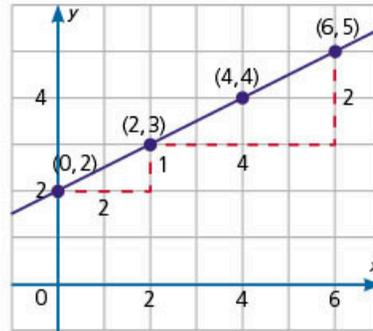
Al leer una expresión algebraica, recuerda el significado de las literales. Por ejemplo, en $y = mx + b$,
 m = pendiente
 b = ordenada al origen

MI PROCESO DE APRENDIZAJE

La pendiente de una recta mide la inclinación de la recta, pero también expresa la razón en la que cambian los valores verticales respecto a los horizontales.

Observa que, si tomas dos puntos cualesquiera con coordenadas (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , se cumple que $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Ejemplo:



$$m = \frac{5 - 3}{6 - 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$m = \frac{3 - 2}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$

El punto de intersección es $(0, b) = (0, 2)$.

Por lo tanto, la ordenada al origen es $b = 2$.

La expresión algebraica que relaciona los valores de x y y es $y = 2x + 2$.

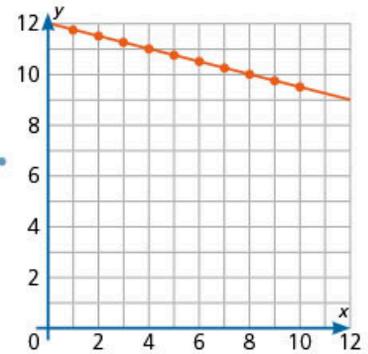
3. Relaciona, con una línea, la situación planteada con la tabla; después, une la tabla con la gráfica que le corresponde.



Un grupo de amigos prepara un garrafón de agua de jamaica.

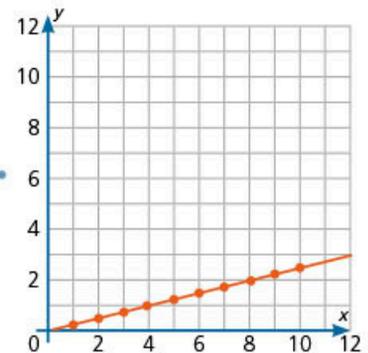
Cada persona dispone de un vaso de 250 mL. La relación que se establece es la de agua consumida en función del número de vasos.

Días (x)	Litros (y)
1	12
2	6
3	4
4	3
5	2.4



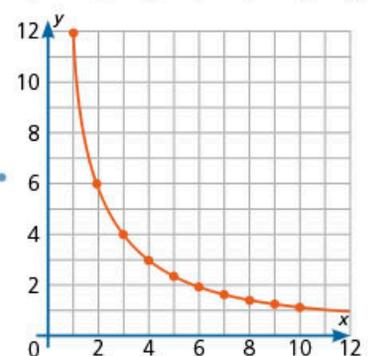
El garrafón es de 12 L. La relación que se establece es la de cantidad de agua para cada uno en función del número de personas.

Días (x)	Litros (y)
1	11.75
2	11.5
3	11.25
4	11
5	10.75



El agua se va consumiendo durante el día. La relación que se establece es la de agua restante en función del número de vasos bebidos.

Días (x)	Litros (y)
1	0.25
2	0.5
3	0.75
4	1
5	1.25



MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

4. En tu cuaderno, traza las siguientes gráficas.

• $y = -3x + 5$ • $y = 3x - 5$ • $y = \frac{50}{x}$ • $y = \frac{-50}{x}$

- a) Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Si son diferentes, discutan entre ustedes para identificar la representación correcta.
b) Utiliza una calculadora graficadora para verificar tus respuestas.

5. Organícense en equipos. Resuelvan el siguiente problema.

Una secundaria desarrolla un proyecto de agricultura sustentable en espacios reducidos. Este proyecto se imparte como taller vespertino y cualquier estudiante se puede inscribir. El espacio con el que cuenta la escuela para los cultivos es de 24 m^2 .

- a) En su cuaderno, elaboren una tabla que relacione el tamaño de la superficie asignada en función del número de estudiantes. Agreguen tantas filas como consideren necesario.

Número de estudiantes (x)	Superficie en m^2 (y)
1	
2	
3	

- b) ¿Cuál sería el cupo máximo de estudiantes inscritos para que cada uno tuviese al menos 1 m^2 de espacio? _____
- c) Tracen la gráfica en su cuaderno.
- d) ¿Cuál es la expresión algebraica que relaciona la superficie con el número de estudiantes? _____
- e) El director de la escuela optó por asignar directamente 2 m^2 a cada estudiante inscrito en el taller. ¿Cuántos metros cuadrados se ocuparían al inscribirse 3 estudiantes? _____
- f) En su cuaderno, elaboren una tabla y tracen una gráfica para este segundo caso.
- g) ¿Cuál es la expresión algebraica que relaciona la superficie con el número de estudiantes? _____
- h) Analicen si las expresiones de los incisos d) y g) corresponden a una variación lineal, una variación inversamente proporcional o de otro tipo.
- i) En grupo, y con ayuda del profesor, verifiquen sus respuestas. Establezcan una relación entre las gráficas y sus expresiones algebraicas. Observen si coincide con el tipo de variación que identificaron en el inciso h).

6. De forma grupal, comparen las estrategias que usaron para resolver el problema; por ejemplo: resolver una ecuación, elaborar una tabla, trazar la gráfica. Observen cuál es la secuencia y la relación entre las distintas estrategias. Analicen también el tipo de variación que observaron.

#TIC T@C

Explora tu calculadora graficadora (puede ser en línea) para modificar la escala de los ejes. Para comparar gráficas, es importante que las escalas coincidan.

#CONTEXTO



¿Conoces las ruedas de la fortuna? Supón que te subes a una y que te interesa graficar tu posición, conforme pasa el tiempo, desde que subes hasta que bajas. Esboza en tu cuaderno cómo sería la gráfica. Explica si tu posición es un ejemplo de variación lineal, de variación inversamente proporcional o de otro tipo.

Sube y baja

1. Resuelve el siguiente problema.

Alejandro necesita guardar 60 g de canela en bolsas; ¿cuántas opciones tendrá?

a) Completa la tabla.

Bolsas	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60
Gramos												

- b) Escribe una expresión algebraica que relacione el número de bolsas (x) con la cantidad de gramos de canela que tiene cada una (y).
- c) En tu cuaderno, traza la gráfica correspondiente.

2. Explora la gráfica en GeoGebra.

a) Ingresa en la página de GeoGebra en redir.mx/SSPM2-142a.

b) En la barra de entrada, escribe $y = \frac{60}{x}$.

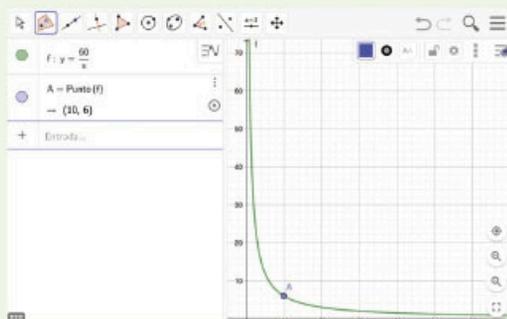


c) Da clic en el icono ; después, en la barra que se despliega, selecciona el icono del engrane . En la ventana emergente que se muestra (ver imagen de la izquierda), escribe los valores: x Mín = -5, x Máx = 70, EjeX : EjeY = 1:1.



d) Con la función acomoda la gráfica de tal manera que se vea el cuadrante I (xy positivos).

e) Elige la función y haz clic sobre la gráfica. Desliza el punto a lo largo de la gráfica.



f) En la barra de la izquierda, se muestran el punto y sus coordenadas.



- g) Explora diferentes valores de puntos que pertenezcan a la gráfica. Haz clic en el icono y deténlo con . Obtén cinco diferentes pares ordenados y multiplica (x)(y). ¿Qué resultado obtienes?
- h) Describe qué sucede conforme crece o decrece el valor de x. ¿Qué valores toma y?
- i) Explora con otra escala de la gráfica. Observa qué sucede con el valor de y conforme el valor de x se acerca a 0 o crece mucho.

1. Resuelve el problema.

Érika compró una papilla para su bebé. La presentación del producto es una papilla de cereal en polvo. Como es la primera vez que la prepara, siguió las instrucciones para una porción que se encuentran en la etiqueta (figura 1).

a) Érika solamente tiene una taza medidora dividida en onzas (figura 2).

Completa la siguiente tabla para encontrar la equivalencia en mililitros.

Tazas	Onzas de leche	Mililitros de leche
1	8	240
	6	
	4	
	2	

b) ¿Cuántas onzas de leche necesita para preparar una porción?

c) Si tres cucharaditas equivalen a 15 g y el envase contiene 270 g, ¿para cuántas porciones alcanza?

d) Completa la siguiente tabla.

Porciones	Polvo para papilla en el bote	Libras de polvo en el bote
0	270	0.60
2		0.53
4		
6		

e) Traza las gráficas de las tazas de la leche y las porciones respecto al polvo que queda en el bote. Expón tus gráficas ante el grupo y describe qué tipo de variación presentan.

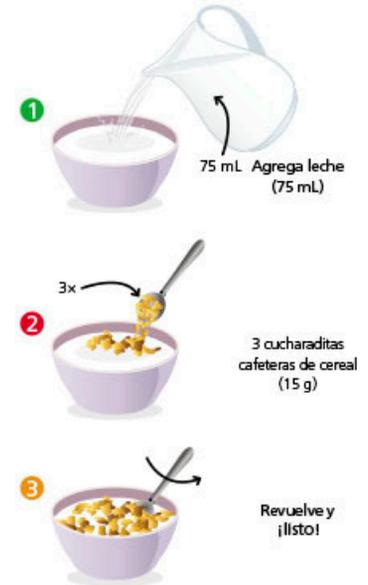


Figura 1



Figura 2

2. Evalúa la información y presentación de las gráficas obtenidas.

a) Anota el puntaje correspondiente a cada criterio.

Datos de la gráfica	Etiquetas	Precisión y trazo	Claridad
La gráfica tiene un título que indica claramente lo que señalan los datos. 3 puntos	La gráfica tiene etiquetas claras sobre las unidades de medida. 3 puntos	La gráfica se presenta con precisión y las coordenadas están bien ubicadas. 3 puntos	La gráfica es clara y fácil de leer. 3 puntos
La gráfica tiene un título que se relaciona poco con los datos. 2 puntos	Algunas partes de la gráfica no están correctamente etiquetadas. 2 puntos	La gráfica tiene errores de escala o de ubicación de coordenadas. 2 puntos	La gráfica no se puede leer con facilidad. Por ejemplo, la escala no es adecuada. 2 puntos
La gráfica no tiene título o el título no refleja la información presentada. 1 punto	La gráfica no tiene etiquetas o tiene etiquetas que son incorrectas. 1 punto	La gráfica no está correctamente presentada o contiene errores importantes. 1 punto	La gráfica es complicada de leer. La escala no ayuda a su lectura. 1 punto

b) Suma el puntaje obtenido en cada criterio y obtén la calificación correspondiente en escala de 0 a 10.

c) ¿Qué necesitas mejorar en la presentación de tus gráficas?

Aprendizaje esperado:

deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.

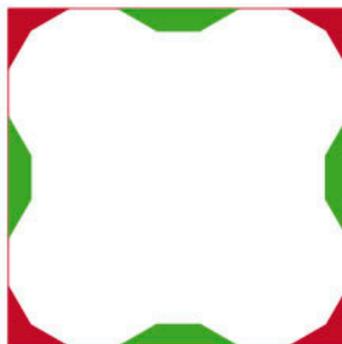
➔ **MIS PRIMERAS IDEAS**

Renata tiene un rompecabezas, pero perdió algunas piezas. El contorno del rompecabezas es el que se muestra en la figura 1.

1. Ayuda a Renata a reconstruir su rompecabezas.

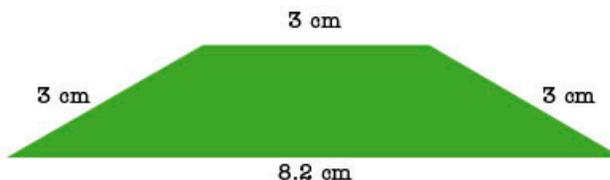
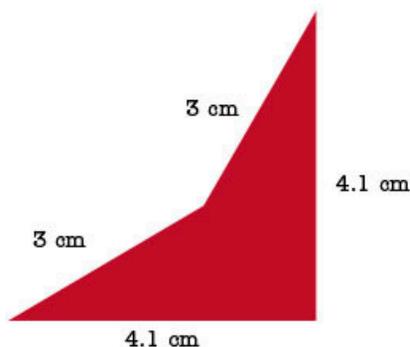
Consigue los materiales siguientes: cartón, hojas de colores, juego de geometría, transportador, tijeras, tachuelas y pegamento.

a) En el cartón, traza y recorta un cuadrado de 22.4 cm de lado.



Rompecabezas 1

b) En las hojas de colores, traza y recorta cuatro cuadriláteros y cuatro trapecios como los siguientes.



c) Pega las figuras sobre el cartón para formar un marco como el que se muestra en el rompecabezas 1.

d) En una hoja de otro color, traza y recorta ocho triángulos equiláteros de 3 cm de lado y un cuadrado de 3 cm.

e) Sin encimar y sin dejar espacio entre las figuras, pega un triángulo sobre cada una de las bases menores de los trapecios.

f) Acomoda el cuadrado en el centro del cartón; pon atención en que los lados del cuadrado de papel sean paralelos a los lados del cuadrado de cartón.

g) Sin utilizar pegamento, acomoda los triángulos en cada lado del cuadrado sin encimar ni dejar espacio entre las figuras.

h) Une los vértices más cercanos de los triángulos que están sobre los trapecios y de los que están sobre el cuadrado.

i) Las piezas que perdió Renata son los polígonos regulares que se forman entre las piezas que colocaste. ¿Cómo se llaman?

#PROTAGONISTA



Es importante que desarrolles tu autonomía en el estudio para lograr afrontar los nuevos retos. Por ejemplo, cuando no recuerdes un concepto que ya aprendiste (como el de polígono regular), consulta el glosario, las secuencias previas o investiga la información que necesites. Como ves, no es necesario que esperes a que tu profesor o alguien más te indique qué hacer.

- j) ¿Cuántos polígonos regulares de los que perdió Renata hacen falta para llenar los espacios del rompecabezas? _____
- k) ¿Cuánto mide cada lado del polígono regular faltante? _____
- l) Traza y recorta los polígonos regulares faltantes (y uno extra).
- m) sin encimar figuras ni dejar espacios entre ellas, pega todas las figuras en el cartón para formar el rompecabezas.
- n) Compara el polígono extra con el de tus compañeros; luego, escribe en tu cuaderno una breve conclusión sobre la actividad; para hacerlo, considera la forma de los polígonos y los lados donde se unen.



2. Reúnete con tres compañeros y lleven a cabo las actividades.

a) Usen el rompecabezas de la actividad 1 para responder las preguntas.

- » ¿Cuánto miden los ángulos internos de los triángulos? _____
- » ¿Cuánto miden los ángulos internos del cuadrado? _____
- » ¿Y los ángulos internos del dodecágono? _____
- » En cualquiera de los vértices del cuadrado, ¿qué otros polígonos coinciden?

- » Calculen la suma de los ángulos de los polígonos que coinciden en el vértice del cuadrado.

b) Dupliquen las medidas de los lados de todas las figuras de la actividad 1.

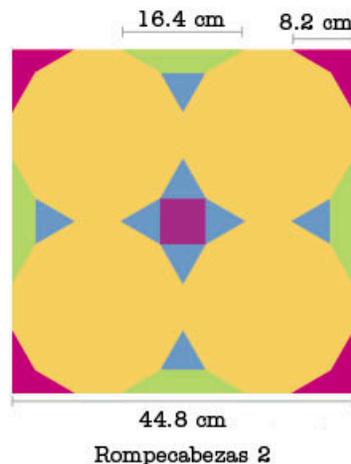
- » Tracen y recorten cada una de las piezas del rompecabezas 2.
- » ¿Se puede formar el rompecabezas? _____
- » ¿Por qué es posible?

c) Tracen y recorten las piezas del rompecabezas 3. En esta ocasión, las piezas deben medir la mitad que las de la figura original (rompecabezas 1).

- » ¿Se puede formar el rompecabezas? _____
- » Expliquen por qué es posible.



#TIC T@C
Investiga qué es un pentomínó y explora el rompecabezas hecho con pentomínos en redir.mx/SSPM2-145a.



d) Completen la siguiente tabla.

Rompecabezas	Medida del lado del triángulo del rompecabezas 1	Medida del lado del triángulo del rompecabezas final	$\frac{\text{medida final}}{\text{medida inicial}}$
2	3 cm		
3			

e) ¿El rompecabezas 2 aumentó o disminuyó con respecto al rompecabezas original(1)? _____

f) ¿El rompecabezas 3 aumentó o disminuyó con respecto al rompecabezas original(1)? _____

#REFLEXIONA



En geografía, la escala es la relación numérica que existe entre las dimensiones reales y su representación sobre un plano o un mapa. ¿En qué otros contextos has usado una escala? ¿Cómo se relaciona con la definición dada en geometría?

Quando se tiene una figura y su reproducción, la **escala** es la relación numérica que existe entre las dimensiones de sus lados.

- Si la escala es 1, ocurre que mantiene su medida original.
- Si la escala es mayor a 1, ocurre que la figura aumentó.
- Si la escala es menor a 1, se dice que la figura disminuyó (o se redujo).
- La escala entre la figura y su reproducción se obtiene con la relación $\frac{\text{medida inicial}}{\text{medida final}}$.

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

3. Observa las siguientes figuras y completa la tabla.

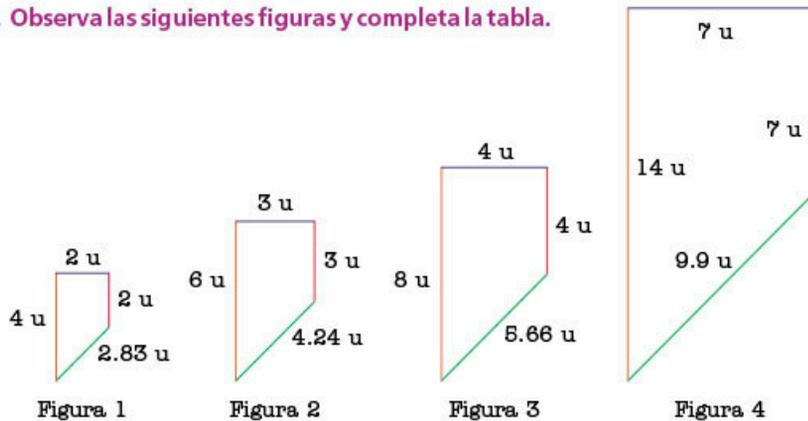


Figura inicial	Figura final	Escala	Aumenta o disminuye
1 u	2 u		
2 u	4 u		
3 u	1 u		
4 u	3 u		
		$\frac{7}{2}$	

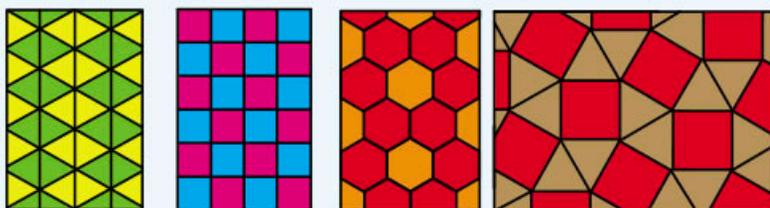


4. En parejas, completen la tabla y desarrollen lo que se pide.

Polígono regular	Número de lados	Medida del ángulo central	Medida del ángulo interno
Triángulo			
Cuadrado			
	5		
Hexágono			
	8		
		40°	
		36°	
			150°
			156°

- Formen cinco grupos de medidas de ángulos internos que sumen 360° . Escriban los ejemplos en su cuaderno.
- ¿Qué polígono o polígonos no se usaron en los conjuntos anteriores?
- Observen que una hoja cuadrículada es un plano cubierto por cuadrados que están unidos por sus lados. ¿Es posible reproducir ese patrón con triángulos equiláteros?, ¿podrían usar un pentágono?, ¿y un nonágono? Experimenten haciendo los trazos necesarios en su cuaderno.
- A su alrededor, busquen ejemplos de planos que estén cubiertos con la misma figura.
- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Después, lean la información del recuadro.

Un **teselado** o recubrimiento de un plano es un arreglo de figuras planas (iguales o combinadas) que cubren completamente una superficie sin que estas se enclmen ni haya huecos entre ellas.



#PROTAGONISTA

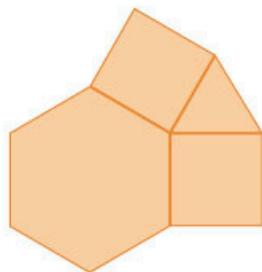


Para crear una teselación, se requieren matemáticas, pero también nuestra imaginación y arte. En los murales de la Alhambra, España, se ven unos magníficos ejemplos. Si no los conoces, busca fotografías en internet. Identifica otros ejemplos en tu comunidad; podrías comenzar con los diseños de los caminos con adoquines.

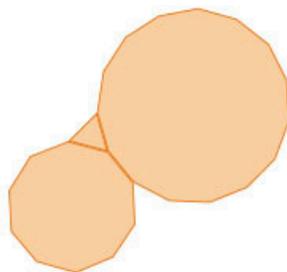
#TIC T@C



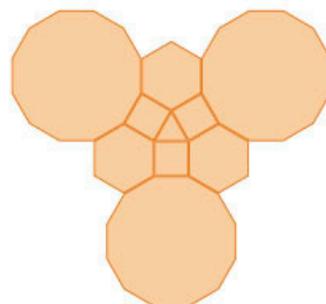
Vista la página redir.mx/SSPM2.148a y observa la construcción de diversos teselados.



Teselado 1



Teselado 2



Teselado 3

5. Traza y recorta las figuras que se indican para formar cada teselado en tu cuaderno.

- Forma un teselado con triángulos equiláteros de 5 cm de lado.
- Forma un teselado con cuadrados de 3 cm de lado.
- Forma un teselado con hexágonos de 2 cm de lado.

6. Trabajen en equipos. En su cuaderno, tracen los teselados y respondan las preguntas.

- Con base en las siguientes figuras, completen los teselados en su cuaderno. Consideren que el lado de cada polígono mide 3 centímetros.

- Elijan un vértice de cada polígono y midan los ángulos internos de las figuras que coinciden en él. ¿A cuánto equivale su suma? _____
- Comenten qué características tienen estos teselados.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

7. En parejas, lleven a cabo la siguiente actividad.

- Tracen un cuadrado de 5 cm de lado. Después, tracen un triángulo de 2 cm de lado dentro del cuadrado y observen que tengan un vértice en común.

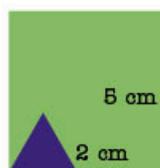


Figura 1

- Recorten el triángulo y péguenlo en el lado opuesto.



Figura 2

- En el centro del lado indicado, tracen un hexágono de 1 cm de lado. Recórtelo y péguenlo en el lado opuesto.



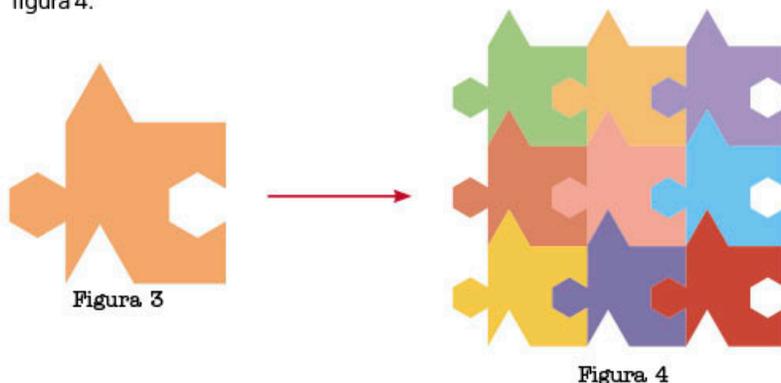
Figura 3

#BITÁCORA



Resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia, en la página 231.

- d) Tomen como molde la figura que se formó. Cópíenla en un pedazo de cartón y recórtenla; será su molde para armar el siguiente teselado (figura 3).
- e) Formen un teselado que cubra una hoja tamaño carta como se muestra en la figura 4.



8. De manera grupal, construyan lo que se pide.

- a) Elaboren una pieza como la de la imagen del inciso d) del ejercicio anterior, pero a una escala de $\frac{10}{1}$.
- b) Construyan un teselado en el piso de su salón; para hacerlo, cada integrante del grupo deberá reproducir la imagen tantas veces como se requiera, esto con el objetivo de que entre todos cubran el piso de un teselado.

9. Contesta los siguientes planteamientos en tu cuaderno.

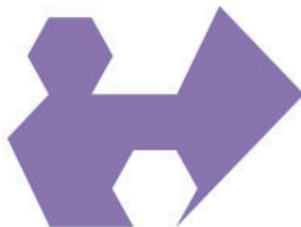


Figura 5

- a) ¿Es posible crear un teselado con la figura 5? Justifica tu respuesta en el cuaderno. _____
- » Calcula el área de la figura considerando que cada cuadro mide 1 cm de lado. _____
- b) Observa la figura 6.
- » ¿Cuál es la escala aplicada del cuadrado grande al cuadrado pequeño con respecto a la medida de un lado?
- » ¿Cuál es la escala aplicada del hexágono pequeño al hexágono grande con respecto a su área? _____
- » Si el lado del cuadrado más grande mide a unidades, ¿cuál es el perímetro del teselado? _____

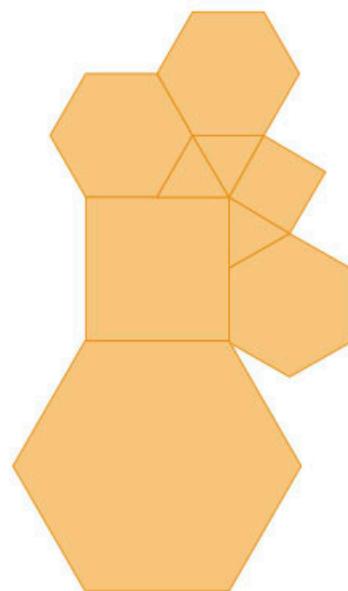


Figura 6



Investiga por qué las colmenas construyen panales en forma hexagonal. Ahora, ¡construye tu propio teselado con hexágonos! ¿Con qué otros polígonos se podrá unir el hexágono para formar un teselado?

Aprendizaje esperado:

resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

MIS PRIMERAS IDEAS

Los estudiantes de primer grado de secundaria montaron una obra de teatro con el fin de recaudar fondos para visitar un museo. La entrada costó \$20.00 para los adultos y \$10.00 para menores. Se recaudó un total de \$1 220.00 y asistieron 72 personas. ¿Cuántos adultos y cuántos menores asistieron a la obra de teatro?



1. Reúnete con un compañero y respondan las preguntas para resolver el problema anterior.

a) Escriban una ecuación que represente la recaudación total obtenida a partir de las cuotas que pagaron: \$20.00 por adulto y \$10.00 por menor. Utilicen x para adulto y y para menores.

b) La segunda parte del planteamiento permitirá escribir la segunda ecuación del sistema. Anoten una ecuación que represente el total de asistentes a partir de la suma de la cantidad de adultos y menores.

c) Escriban el sistema de ecuaciones resultante.

$20x + 10y = 1\,220$ Ecuación 1

_____ Ecuación 2

d) Despejen x en la segunda ecuación del sistema para obtener una expresión algebraica equivalente; escribanla: _____

e) Despejen también la misma incógnita en la primera ecuación y escriban la ecuación que obtienen. _____

f) Una vez despejada la misma incógnita en ambas ecuaciones, igualen las expresiones resultantes que se obtuvieron; en este caso, al despejar x .

g) Argumenten, en grupo y con ayuda del profesor, por qué es posible igualar las expresiones resultantes. Discutan cuál es el propósito de esto.

h) Al igualar las expresiones, se obtuvo una ecuación de primer grado con una incógnita. Resuélvanla y encuentren el valor de la incógnita.

i) Como ya conocen el valor numérico de y , ahora sustituyan ese valor en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales, incisos a) o b), y de esta forma resuelvan la ecuación de primer grado para la otra incógnita.

j) ¿Cuántos adultos y menores asistieron? _____

k) Comprueben si los valores obtenidos son correctos y sustituyan los valores de x y de y en el sistema de ecuaciones planteado inicialmente.

#REFLEXIONA



Observa que puedes usar diferentes literales para representar las incógnitas. Por ejemplo, a para adulto y m para menor, sin embargo, habitualmente suelen emplearse x y y de forma general.

MI PROCESO DE APRENDIZAJE



2. Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas.

María quiere hacer un mantel cuyo largo sea el doble de su ancho y que tenga el perímetro de 90 cm, pues eso tiene de encaje para decorarlo. Determina las dimensiones del mantel.

- a) Escribe una expresión algebraica para representar que el perímetro mide 90 cm; además, usa x para asignar el largo y y para el ancho.

- b) Anota una expresión algebraica que indique que la medida del largo es igual al doble de la medida del ancho.

- c) Escribe el sistema de ecuaciones que se obtiene.

_____ Ecuación 1

_____ Ecuación 2

- d) Observa que en una de las ecuaciones ya está despejada la incógnita x . Sustituye este valor en la otra ecuación. _____

- e) Resuelve la ecuación que obtuviste en el paso anterior. Esto te permitirá obtener el valor de la segunda incógnita, en este caso, el valor de y .

- f) Determina el valor de x , para ello, sustituye el valor que encontraste para y en cualquiera de las ecuaciones iniciales. _____

- g) Comprueba si los valores obtenidos son correctos; sustituye los valores de x y de y en el sistema de ecuaciones planteado inicialmente.

- h) Escribe, en tu cuaderno, una conclusión sobre el procedimiento para resolver este sistema de ecuaciones.

3. Lee la información del recuadro y, después, responde las preguntas.

Método de sustitución

Este método se basa en despejar el valor de una de las incógnitas en una de las ecuaciones. Después, se sustituye el valor obtenido en la otra ecuación, tras lo que se formará una ecuación de primer grado con una incógnita. Se hacen las operaciones necesarias y se obtiene el valor de la segunda incógnita.

Ahora, se sustituye el valor encontrado de la segunda incógnita en cualquiera de las ecuaciones iniciales para obtener el valor de la incógnita faltante.

Por ejemplo, en el sistema de ecuaciones...

$$2x + 2y = 6 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$x - y = 1 \quad \text{Ecuación 2}$$

1. Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones. En este ejemplo, es más sencillo hacerlo en la ecuación 2.

$$x = 1 + y$$



#REFLEXIONA

Un sistema de ecuaciones se puede resolver por medio del método gráfico o el algebraico: suma y resta, sustitución, igualación e incluso calculando los números por ensayo y error. Lo importante es resolver el sistema hallando los valores para las incógnitas. Tú decides el camino.

#BITÁCORA



Resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia, en la página 232.

2. Se sustituye el valor encontrado en la otra ecuación. En este caso, en la ecuación 1.

$$2x + 2y = 6$$
$$2(1 + y) + 2y = 6$$

3. Se resuelve la ecuación que se obtiene en el paso anterior.

$$2(1 + y) + 2y = 6$$
$$2 + 2y + 2y = 6$$
$$2 + 4y = 6$$
$$4y = 6 - 2$$
$$4y = 4$$
$$y = \frac{4}{4}$$
$$y = 1$$

4. Para determinar el valor de x , se sustituye el valor obtenido de y en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales; en este caso, se elige la segunda (por ser la más sencilla).

$x - y = 1$	Ecuación 2
$x - (1) = 1$	Sustitución de y por su valor numérico
$x = 1 + 1$	Despeje
$x = 2$	Solución

5. La solución del sistema es $x = 2, y = 1$.

- a) Resuelve el sistema de ecuaciones del ejemplo, pero ahora en el paso 1 despeja el valor de y . ¿Qué valores obtienes?
- b) Sustituye la solución del sistema en las ecuaciones 1 y 2. Verifica que se cumplan las igualdades.
- c) Compara el método de sustitución con el método de igualación. ¿En qué casos usarías cada uno de ellos?

4. En tu cuaderno, resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones con el método que prefieras. Escribe debajo de cada inciso el método que empleaste.

a) $x + 3y = 1$
 $2x - 4y = 10$

b) $3x + 2y = 14$
 $2x + 5y = 13$

c) $2x - 2y = 7$
 $x + 7y = 59$

d) $x + 7y = 16$
 $3x - 2y = 25$

e) $3x + 6y = 69$
 $7x - y = 26$

f) $4x - 3y = 36$
 $7x + 12y = 125$

g) $6x + 2y = 50$
 $9x - 7y = 35$

h) $3x - 2y = 0$
 $-19x - 9y = -65$

#TIC T@C



Consulta la siguiente página; en ella encontrarás una actividad para resolver sistemas de ecuaciones.
redir.mx/SSPM2-152a

5. **Compara las respuestas de la actividad anterior con las de tus compañeros.**

- a) ¿Obtuvieron los mismos valores? Si son diferentes, identifiquen en sus procedimientos dónde hubo equivocaciones.
- b) Comparen qué método de solución emplearon en cada inciso. Expliquen por qué eligieron ese método en particular.

6. **Reúnete con un compañero. Resuelvan el siguiente sistema de ecuaciones por igualación y respondan las preguntas en su cuaderno.**

$$x + y = 2$$

$$2x + 2y = 4$$

- a) Hagan estimaciones numéricas. Obtengan tres pares de valores diferentes que satisfagan las ecuaciones; pueden ser negativos o positivos.
- b) Resuelvan el sistema de ecuaciones por el método gráfico. Observen el comportamiento de las gráficas.
- c) Comenten con su grupo las soluciones a este sistema de ecuaciones.

Un sistema de ecuaciones formado por dos ecuaciones que son equivalentes tiene una infinidad de soluciones, es decir, hay infinitos valores para las incógnitas que satisfacen las igualdades.

➔ **MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS**

7. **Resuelve los siguientes problemas. Plantea el sistema de ecuaciones correspondiente y determina su solución.**

- a) Israel pagó \$370.00 por 6 paquetes de hojas y 5 cuadernos. Isaías fue a la misma papelería y pagó \$120.00 por 1 paquete de hojas y 2 cuadernos. ¿Cuánto cuestan el paquete de hojas y cada cuaderno, respectivamente?

- b) Un niño tiene en un bote de paletas y chocolates que suman 30 en total. Si duplica el número de chocolates, entonces tendrá 42 dulces. ¿Cuántas paletas y cuántos chocolates hay? _____
- c) Una casa de huéspedes tiene 17 habitaciones; esto incluye habitaciones con una y con dos camas. Si en total hay 27 camas, ¿cuántas habitaciones de cada tipo hay en la casa de huéspedes? _____
- d) Una persona recorre 100 m; en la primera parte camina, y en la segunda, corre. Si la distancia que caminó fue la cuarta parte de la que corrió, ¿qué distancia recorrió caminando? _____
- e) El perímetro de un rectángulo es 20 y su base es el cuádruple de su altura. Determina sus dimensiones. _____

8. **En grupo, analicen el siguiente sistema de ecuaciones. Luego, escriban una conclusión respecto a la solución del sistema.**

$$x + y = 1$$

$$x + y = 2$$

9. **En grupo, hagan un cuadro sinóptico o mapa mental sobre los sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas y sus métodos para resolverlos. Expliquen en qué casos conviene usar cada uno y propongan un ejemplo.**

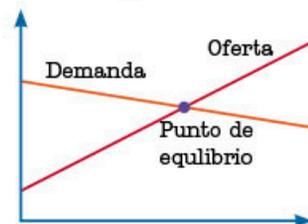


#PROTAGONISTA

Asumir responsabilidad por tu propio aprendizaje implica ser capaz de valorar si obtuviste la respuesta correcta, pero, más importante aún, se trata de identificar en qué momento te equivocaste y tener estrategias para corregir tus errores. En los sistemas de ecuaciones, una estrategia es verificar los valores obtenidos sustituyendo en las ecuaciones iniciales.



#CONTEXTO



En economía existe un modelo que indica que la oferta (O) y la demanda (D) de un producto tiene un punto de equilibrio (E). Analiza las gráficas e indica cuál sería. Describe cómo lo obtendrías y qué significa.

Aprendizaje esperado:

resuelve problemas mediante la formulación algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

MIS PRIMERAS IDEAS

Una caja contiene dos tipos de galletas; las de nuez pesan 6 g y las de vainilla, 3 g. Si en total la caja tiene 450 g y 90 piezas, ¿cuántas galletas hay de cada tipo?

1. En parejas, respondan las preguntas para resolver el problema.

a) Escriban una expresión que represente que n galletas de nuez de 6 g más v galletas de vainilla de 3 g pesan 450 g.

b) La segunda parte del enunciado les permitirá escribir la segunda ecuación del sistema. ¿Cuál es?

c) Escriban el sistema de ecuaciones resultante. _____

d) ¿Cuántas galletas hay de cada tipo? _____

MI PROCESO DE APRENDIZAJE

2. Analicen el siguiente procedimiento para resolver el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

$6n + 3v = 450$ Ecuación 1

$n + v = 90$ Ecuación 2

a) Despejen una de las incógnitas de la ecuación 2.

$v = 90 - \underline{\hspace{1cm}}$ Ecuación 3

b) En la ecuación 1 sustituyan el valor encontrado en la ecuación 3.

$6n + 3v = 450$

$6n + 3(90 - \underline{\hspace{1cm}}) = 450$

c) Desarrollen las operaciones y simplifiquen la ecuación que obtuvieron para resolver la ecuación para n .

$6n + 3(\underline{\hspace{1cm}}) = 450$

$6n + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = 450$

$3n + 270 = 450$

$3n = \underline{\hspace{2cm}}$

$n = \underline{\hspace{2cm}}$

d) Sustituyan el valor obtenido de n en una de las ecuaciones iniciales (por ejemplo, en la ecuación 2) y encuentren el valor de v .

$n + v = 90$ Ecuación 2

$\underline{\hspace{1cm}} + v = 90$

$v = \underline{\hspace{2cm}}$

e) ¿Cuáles son las soluciones del sistema de ecuaciones? _____

f) Repitan el procedimiento, pero ahora despejen primero la variable v .

3. El método que emplearon para resolver el sistema de ecuaciones de la actividad 2 se llama *método de sustitución*. Describan en su cuaderno en qué consiste.



4. Lee con tu grupo la siguiente información. Expresen sus dudas respecto al método que se presenta y resuélvanlas con ayuda del profesor.

Método de reducción (o método de suma y resta)

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales de primer grado con dos variables mediante este método, hay que transformar los coeficientes de una misma incógnita en ambas ecuaciones hasta que sean **simétricos**, y posteriormente sumar o restar miembro a miembro en las ecuaciones para eliminar una de las incógnitas.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 6 & \text{Ecuación 1} \\ x - y = 1 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

1. Se multiplica por -2 la segunda ecuación para que el término x en la ecuación 2 se convierta en $-2x$, y este sea el simétrico de $2x$ de la primera ecuación.

$$\begin{array}{ll} -2(x - y) = 1(-2) & \text{multiplicar por } -2 \\ -2x + 2y = -2 & \text{resultado} \end{array}$$

2. El sistema se reescribe de la siguiente forma.

$$\begin{array}{l} 2x + 2y = 6 \\ -2x + 2y = -2 \end{array}$$

3. Al sumar y restar como corresponde (términos semejantes), se obtiene una ecuación de primer grado con una incógnita.

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 6 \\ + \quad -2x + 2y = -2 \\ \hline 4y = 4 \end{array}$$

4. Se resuelve la ecuación para la incógnita y .

$$\begin{array}{l} \frac{4y}{4} = \frac{4}{4} \\ y = 1 \end{array}$$

5. Para determinar el valor de x , se sustituye el valor encontrado para y en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales; en este caso, se efectúa en la ecuación 2 y se resuelve.

$$\begin{array}{ll} x - y = 1 & \text{Ecuación 2} \\ x - 1 = 1 & \\ x = 1 + 1 & \\ x = 2 & \end{array}$$

6. La solución del sistema es $x = 2$ y $y = 1$.

7. Comprueba tus soluciones sustituyendo los valores en el sistema.

GLOSARIO



números simétricos: tienen el mismo valor absoluto pero con signo contrario. Por ejemplo: 6 y -6 son simétricos.

#BITÁCORA



Ve a la página 232 y resuelve la actividad que corresponde a esta secuencia.



5. Resuelve los problemas con alguno de los métodos anteriores.

a) La suma de dos números es 25 y su diferencia es 9. ¿Cuáles son?

b) Luis va a la tienda y compra 3 latas de jugo y 7 bolillos por \$50.00. Eduardo compró 2 latas y 6 bolillos por \$36.00. ¿Cuál es el precio de cada producto?

c) La quinta parte de la suma de dos números es 8 y la mitad de la diferencia de ambos es 2. Determina cuáles son esos dos números.

d) Durante un mes, Rubén guardó las monedas de \$5.00 y \$10.00 que le quedaban al final del día, así ahorró \$235.00. Si en total tiene 30 monedas, ¿cuántas hay de cada una?

e) La edad de José es tres veces la edad de su hijo Julián. Hace quince años la edad de José era seis veces la de Julián. ¿Qué edades tienen actualmente padre e hijo?

f) El perímetro de un rectángulo es de 46 m y el doble del largo más el cuádruple del ancho es 48 m. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

g) Compara tus respuestas con las de un compañero. En caso de que sean diferentes, revisen sus procedimientos, soluciones y comprobaciones para validar el resultado correcto.

h) Expliquen qué método usaron y por qué lo eligieron. Lleguen a un consenso de en qué casos conviene emplear cada uno.

6. En parejas, resuelvan los siguientes sistemas de ecuaciones y respondan las preguntas.



Sistema A	Sistema B
$2x - 2y = 6$	$x - y = 3$
$6x + 3y = 45$	$2x + y = 15$

a) ¿Cuál es la solución del primer sistema de ecuaciones?

b) ¿Cuál es la solución del segundo sistema de ecuaciones?

c) Observen la relación entre los coeficientes y las variables de ambos sistemas de ecuaciones, y argumenten cómo influyen en el resultado.

d) Analicen si es posible obtener uno de los sistemas de ecuaciones a partir del otro. En su cuaderno, describan cómo lo harían.

#EXPERIMENTA



Resuelve la actividad "Un punto en común", en la página 166.

#FUENTE



Vicente Meavilla Seguí, *¿Cuánto vale la x?: un viaje trepidante por el universo del álgebra*, s/c, Almuzara, 2013.

El autor da un recorrido por el universo del álgebra y, en particular, por el de las ecuaciones, esto con interesantes anécdotas de la historia de las matemáticas.

Dos **ecuaciones** son **equivalentes** si tienen la misma solución. A partir de una ecuación, se puede obtener otra equivalente...

- sumando o restando un mismo número a ambos miembros de la ecuación original;
- multiplicando o dividiendo ambos miembros de la ecuación por un mismo número diferente de 0.



7. En tu cuaderno, resuelve los sistemas de ecuaciones por el método de reducción. Comprueba tus respuestas.

a) $x + 6y = 30$
 $3x - 2y = 10$

b) $7x - 4y = 13$
 $5x + 3y = 11$

c) $3x + y = 25$
 $2x - 5y = -6$

d) $9x - 2y = 52$
 $x + 7y = 13$

e) $6x + 5y = 74$
 $-7x + 2y = -8$

f) $-2x + 5y = 28$
 $-4x + 6y = -48$

g) $6x - 12y = -219$
 $5x + 3y = 11$

h) $8x - 3y = 50$
 $12x + 4y = 92$

i) $3x - 7y = 1$
 $7x + 2y = 39$

j) $7x - 10y = -72$
 $-3x + 2y = 14$

k) Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Analicen diferencias y revisen, entre todos, los posibles errores.

8. Resuelve los problemas usando el método de suma y resta. Desarrolla los procedimientos en tu cuaderno.

a) Romina y Jimena participaron en la jornada de reforestación organizada por el municipio. El jefe de la brigada observó que Jimena sembró 5 árboles más que Romina y entre las dos sembraron 21.

- » Escribe una expresión algebraica que indique que Romina y Jimena sembraron 21 árboles.

- » Escribe una expresión que indique que Jimena sembró 5 árboles más que Romina.

- » Establece el sistema de ecuaciones correspondiente. Reescribe los términos para que queden alineados verticalmente.

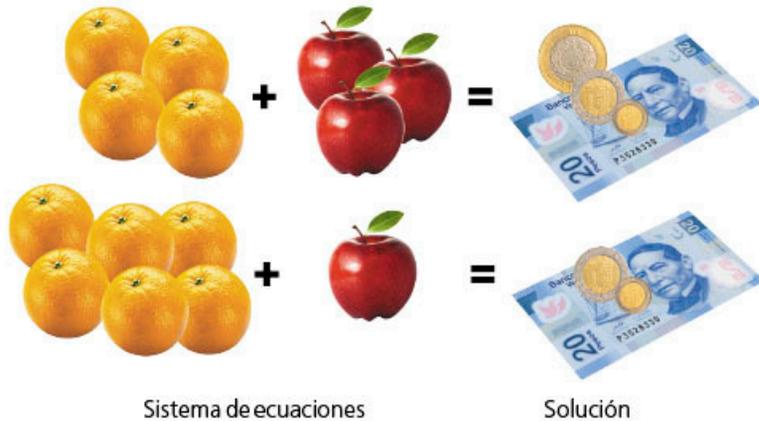
- » ¿Cuántos árboles sembró cada una?

#PROTAGONISTA



Adquirir habilidades para validar tus soluciones generará confianza en lo que eres capaz de hacer, y cada vez buscarás menos aprobación de otras personas, como tu profesor. Es importante que identifiques estrategias en cada situación; por ejemplo, en los sistemas de ecuaciones, se sustituyen los valores obtenidos en las ecuaciones y se efectúan las operaciones para comprobar que las igualdades se cumplan.

- b) Plantea un sistema de ecuaciones y determina el valor de cada fruta; comprueba tu solución.



➔ MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

9. En parejas, analicen los problemas y respondan las preguntas en su cuaderno. Comprueben sus respuestas.



- c) La solución del siguiente sistema de ecuaciones es $x = 5$ y $y = 2$. Determinen el valor de a y b .

$$\begin{aligned} ax + y &= 12 \\ 5x + by &= 17 \end{aligned}$$

- d) Hagan las operaciones necesarias para que el coeficiente de y en la primera ecuación se transforme de 16 a -4 ; después resuelvan el sistema.

$$\begin{aligned} 5x + 16y &= 95 \\ -x + 4y &= 17 \end{aligned}$$

- e) Planteen un sistema de ecuaciones donde no existe solución. El sistema debe tener como primera ecuación $x + y = 2$.

- f) Tracen un triángulo con un par de ángulos que sumen 80° y cuyo segundo ángulo mida el triple que el primero.

- » Planteen y resuelvan un sistema de ecuaciones.
- » ¿Cuánto debe medir el tercer ángulo?

- g) Una botella de plástico con tapa pesa 32 g, la botella pesa 15 veces más que la tapa.

- h) En un triángulo isósceles, la suma de sus lados es 15 unidades (u) y la diferencia entre el lado más largo y el más corto es de 3 u . Planteen un sistema de ecuaciones y determinen las dimensiones del triángulo.

- i) Juanita entregará dos tipos de aguinaldos en la posada. Uno para niños que contiene 2 mandarinas y 3 chocolates además de los dulces; y otro para adultos que está conformado por 3 mandarinas y 1 chocolate. En total, tiene 90 mandarinas y 65 chocolates. Escriban el sistema de ecuaciones resultante y determinen el número de bolsas que podrá elaborar de cada tipo.

#TIC T@C



En redir.mx/SSPM2-136a, explora los pasos para resolver un sistema de ecuaciones por el método de reducción. Compáralo con la forma que aprendiste en esta secuencia.

- j) Alicia es veterinaria y encontró que un perro y un gato pesan juntos 15 kg, además, el perro pesa 4 veces lo que el gato. Planteen el sistema de ecuaciones y determinen el peso de cada mascota.

10. Analiza cada planeamiento y resuelve los problemas.

- k) Doña Lupe pesa la fruta en una báscula tipo balanza. Supón que las frutas del mismo tipo pesan lo mismo y determina el sistema de ecuaciones que se forma con los siguientes dos casos. ¿Cuánto pesa cada fruta?



- l) En una librería, festejarán el día del estudiante con una promoción: todos los libros de la saga más vendida tendrán descuento y costarán lo mismo. Esto también se aplicará a los discos compactos (CD) del grupo número 1 en ventas.

- » Lucero pagó \$280.00 por el primer volumen de la saga y 2 CD. Escribe una ecuación para representar esta situación.
- » Aidé, en cambio, pagó \$320.00 por dos libros y 1 CD. Escribe otra ecuación para representar la situación.
- » Elabora un diagrama para representar las ecuaciones anteriores.
- » Resuelve el sistema de ecuaciones y determina el costo de cada libro y de cada CD.

11. En grupo, analicen el siguiente sistema de ecuaciones y el resultado que se obtiene con el método de reducción.

Encuentren dos números cuya suma sea 23 y la suma del doble de cada uno sea igual a 30.

$$\begin{array}{rcl}
 x + y = 23 & -2x + (-2y) = -46 & -2x + (-2y) = -46 \\
 \underline{2x + 2y = 30} & \rightarrow \underline{2x + 2y = 30} & \underline{2x + 2y = 30} \\
 & 0x + 0y = -16 & 0 = -16
 \end{array}$$

- m) Determinen cuál es la solución del sistema.

12. Analicen de forma grupal las características de un sistema de ecuaciones con una solución y sin solución. Comenten qué significa la solución de un sistema de ecuaciones.

#CONTEXTO



En varias fábulas se plantean problemas matemáticos; el siguiente ejemplo se resuelve con sistemas de ecuaciones. Un caballo y un mulo llevan un cargamento de sacos. El mulo le dice al caballo: "Si tú me dieras un saco, mi carga sería el doble de la tuya, y si yo te diera un saco, nuestras cargas serían iguales". ¿Cuántos sacos lleva cada animal?

Aprendizaje esperado:

usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana), el rango y la desviación media de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.

MIS PRIMERAS IDEAS

Como parte de las actividades de fin de año, la directora de una secundaria dará boletos para el cine al grupo de segundo grado que tenga las mejores calificaciones en matemáticas. La escuela solo puede dar este reconocimiento a un grupo, por lo que, en caso de que empaten, se requiere utilizar otro criterio para determinar cuál obtendrá las entradas para el cine.

La maestra Ruth recabó los resultados finales de los dos grupos de segundo; cada uno con 25 estudiantes.

- » Calificaciones del grupo A
5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10 y 10
- » Calificaciones del grupo B
6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8

1. Reúnete con un compañero, analicen el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.



a) Determinen la media de cada grupo.

Grupo A: _____ Grupo B: _____

- b) Si los promedios de ambos grupos son iguales, ¿cómo decidirías a cuál otorgar las entradas para el cine? Comenta tu propuesta con tu compañero.
- c) La profesora Edith se dio cuenta de que, aunque ambos grupos tienen el mismo promedio, hay diferencias en sus calificaciones. Analicen las calificaciones de cada grupo, así como el promedio que obtuvieron, y escriban las diferencias.

d) La profesora Edith observó que los alumnos del grupo A tienen mayor variación respecto al promedio comparados con los estudiantes del grupo B. ¿A qué se refiere la profesora Edith con esta observación? Expliquen con sus palabras esta idea.

e) Determinen cuál es la diferencia entre la mayor y la menor calificación de cada grupo. A esta diferencia, se le llama *rango*.

Grupo A: _____ Grupo B: _____

f) Para el grupo A, obtengan la diferencia de cada calificación y el promedio.



#REFLEXIONA

Observa que en el inciso e) la diferencia se refiere a la distancia que existe entre una calificación y el promedio, por lo que siempre se expresa con números positivos.

Calificación	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Diferencia con el promedio													

Calificación	6	6	6	6	9	9	9	9	9	10	10	10
Diferencia con el promedio												

g) Con base en los datos del grupo A, determinen el promedio de las diferencias.

h) Para el grupo B, obtengan la diferencia de cada calificación y el promedio.

Calificación	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7
Diferencia con el promedio														

Calificación	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Diferencia con el promedio														

i) Con base en los datos del grupo B, determinen el promedio de las diferencias.

j) En este contexto, ¿cómo interpretan el promedio de las diferencias?

k) ¿Qué significa que el promedio de las diferencias esté muy cercano al 0?

l) Si el criterio para desempatar es que el grupo haya tenido un desempeño más uniforme, ¿cuál debería recibir los boletos para el cine?

#DATO

El 15 de mayo se conmemora el día del trabajador agrícola.

En 2015, el Inegi reportó que la población de 15 o más años de edad ocupada en actividades agrícolas era de 5.5 millones de personas.

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE



2. Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas.

La familia de Alicia se dedica a la producción de manzanas y recientemente lograron un contrato para venderlas en una cadena de supermercados. El requisito es que cada fruta pese entre 200 g y 220 g.

Para cumplir con los pedidos, las manzanas son pesadas y solo se empaquetan las que cumplen con el peso indicado; además, cada semana se hace una inspección al azar para verificar que las piezas tengan el peso correcto.

Luisa fue la encargada de revisar dos cajas que proceden de huertas diferentes.

» Huerta 1. Peso de las manzanas en gramos:

200, 203, 204, 200, 206, 207, 205, 207, 207, 204, 205, 204, 204, 214 y 220

» Huerta 2. Peso de las manzanas en gramos:

200, 218, 220, 218, 216, 218, 216, 218, 217, 217, 215, 217, 217, 218 y 200

a) ¿Cuál de las huertas produce, en promedio, manzanas más grandes? _____

b) ¿Cuál es el peso promedio de las manzanas en cada huerta?

Huerta 1: _____

Huerta 2: _____

c) Determina la diferencia entre el valor máximo y el mínimo de los pesos de las manzanas en cada huerta.

Huerta 1: _____

Huerta 2: _____

- d) El supermercado reportó que algunas cajas contenían manzanas con peso muy disperso en el intervalo acordado y que esta situación dificultaba su comercialización, ya que a la vista del público había manzanas de diversos tamaños. Obtén el peso promedio de las manzanas.

Caja A:

200, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 210, 215, 216, 217, 218, 219, 220

Caja B:

200, 208, 209, 209, 209, 210, 210, 210, 210, 210, 211, 211, 211, 212, 220

Caja A: _____

Caja B: _____

- e) Determina la diferencia entre el mayor y el menor de los datos para cada caso.

Caja A: _____

Caja B: _____

- f) Para cada caso, determina la diferencia del peso de cada manzana con respecto al peso promedio.

Caja A

Peso (g)	200	202	203	204	205	206	207	208
Diferencia con el promedio								
Peso (g)	210	215	216	217	218	219	220	
Diferencia con el promedio								

Caja B

Peso (g)	200	208	209	209	209	210	210	210
Diferencia con el promedio								
Peso (g)	210	210	211	211	211	212	220	
Diferencia con el promedio								

- g) Determina el promedio de las diferencias para cada caja.

Caja A: _____

Caja B: _____

- h) En el contexto de la situación, explica qué significa que el promedio de las diferencias sea pequeño.

- i) ¿Sería posible que el promedio de las diferencias fuera cero? ¿Qué significado tendría en el contexto anterior?

- j) ¿Qué aspecto necesita cuidar la empresa productora de manzanas para mantener uniforme el peso de estas?

#PROTAGONISTA



El Inegi reportó que la tercera parte de los trabajadores agrícolas no percibe remuneración económica, que es de \$18.50 por hora laborada para quienes sí la obtienen. ¿Qué acciones podrías llevar a cabo para contribuir al reconocimiento de la labor agrícola? ¿Cuál consideras es la importancia tanto económica como social de este sector productivo para nuestro país?

3. Lee la información de los siguientes recuadros y responde las preguntas.

Rango de variación

Es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de los datos.

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Por ejemplo, las estaturas (en cm) de un grupo de estudiantes son las siguientes:

$$155, 158, 159, 160, 160, 162$$

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

$$R = 162 - 155$$

$$R = 7$$

a) ¿En cuáles de los incisos de la actividad 2 se obtuvo el rango?

Desviación respecto a la media

Es el resultante del valor absoluto de la diferencia entre el valor de cada dato y la media aritmética del conjunto de datos.

$$D_i = |x - \bar{x}|$$

Si se considera el ejemplo anterior del conjunto de estaturas de un grupo de estudiantes, la media aritmética o promedio de esos datos es

$$\bar{x} = \frac{155 + 158 + 159 + 160 + 160 + 162}{6}$$

$$\bar{x} = 159 \text{ cm}$$

La desviación respecto de la media de cada uno de los datos anteriores es

$$4, 1, 0, 1, 1 \text{ y } 3.$$

Desviación media (DM)

Es una medida resultante de la media aritmética de las diferencias de cada dato con respecto a la media aritmética. Esta medida proporciona información de cuán alejado o qué tan cerca está un dato (dispersión) del promedio de los datos.

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_{11} - \bar{x}|}{N}$$

Donde x_1, x_2, \dots, x_n son los datos y n es el número total de datos.

En el ejemplo, la desviación media es

$$DM = \frac{|155 - 159| + |158 - 159| + |159 - 159| + |160 - 159| + |160 - 159| + |162 - 159|}{6}$$

$$DM = \frac{4 + 1 + 0 + 1 + 1 + 3}{6}$$

$$DM = 1.6666\dots$$

La dispersión se refiere a la variabilidad que existe entre los valores e indica la mayor o menor concentración de los datos en torno a la media aritmética.

b) ¿En cuáles de los incisos de la actividad 2 se obtuvo la desviación media?



#REFLEXIONA

El rango es una medida que solo tiene en cuenta los valores extremos sin considerar los demás valores intermedios ni cómo están distribuidos en un conjunto de datos.



#DATO

El subíndice i en D_i indica el número de dato; $i = 1, 2, 3, \dots$ Es decir, indica el dato 1, dato 2, dato 3 y así, sucesivamente, hasta el total de datos.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS



#TIC T@C



Visita la página redir.mx/SSPM2-164a; en ella encontrarás actividades sobre desviación media.

4. Trabajen en equipo y resuelvan lo que se pide.

Maricela entrena para una competencia atlética. Todos los días sale a correr en diferentes pistas y circuitos como parte de su preparación. Su entrenador observó lo siguiente.

- » En promedio, recorre 5 km en 25 min.
- » El tiempo que le toma recorrer 5 km siempre es variable (a veces por arriba y otras por debajo de los 25 min).

El entrenador espera que Maricela mantenga el promedio en sus entrenamientos, pues esto le permitirá fortalecer su resistencia. A continuación, se muestran los tiempos que obtuvo en una semana (minutos:segundos).

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
20:29	21:40	22:15	25:12	27:18	28:09	28:54

- a) A simple vista, ¿consideran que Maricela tuvo un desempeño uniforme en esta semana de entrenamiento? _____
- b) Determinen el rango de variación. _____
- c) Completen la siguiente tabla.

Día	Dato	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $
Lunes	20:29	20:29 = _____ = _____	
Martes	21:40	21:40 = _____ = _____	
Miércoles	22:15	22:15 = _____ = _____	
Jueves	25:12	25:12 = _____ = _____	
Viernes	27:18	27:18 = _____ = _____	
Sábado	28:09	28:09 = _____ = _____	
Domingo	28:54	28:54 = _____ = _____	
Promedio \bar{x}		Desviación media (<i>DM</i>)	

- d) El entrenador le señaló a Maricela que debería obtener resultados más estables, es decir, siempre cercanos al promedio indicado para mejorar su esfuerzo cardiovascular. La semana que siguió, Maricela obtuvo los siguientes resultados.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
24:50	25:05	24:42	25:14	24:58	24:47	24:21

- e) ¿Consideran que tuvo un desempeño uniforme en esa semana? _____
- f) Calculen el rango de variación _____
- g) En su cuaderno, elaboren una tabla como la del inciso c). A continuación, anoten los resultados del tiempo promedio de entrenamiento y la desviación media.

Tiempo promedio de entrenamiento: _____ $DM =$ _____

- h) ¿Consideran que Maricela cumplió con las indicaciones del entrenador? Argumenten su respuesta.

- i) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Analicen qué estrategias emplearon para calcular los promedios, especialmente cómo enfrentaron la conversión de las unidades.



5. En grupo, lean la información de los recuadros y contrástenla con los resultados que obtuvieron en las actividades anteriores.

Al comparar dos grupos de datos, el promedio puede ser de utilidad, sin embargo, es necesario estudiar su dispersión para conocer cómo se distribuyen los datos del conjunto.

- Cuando la medida de dispersión es mayor, el grupo de datos es más heterogéneo, es decir, que presenta diversidad.
- Cuando la medida de dispersión es menor, el grupo de datos es más homogéneo, es decir, que presenta uniformidad.



6. Resuelve el problema en tu cuaderno.

Una empresa tiene una plantilla de 20 trabajadores: 10 de ellos están en una planta de producción y los 10 restantes hacen labores administrativas. Los salarios semanales (en pesos) fueron los siguientes.

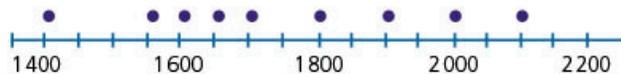
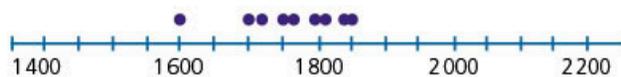
Grupo 1:

1 800, 1 600, 1 700, 1 850, 1 770, 1 720, 1 810, 1 760, 1 750, 1 840

Grupo 2:

1 400, 1 550, 1 650, 1 600, 1 900, 1 700, 1 800, 1 900, 2 000, 2 100

- a) Determina el rango de ambos grupos de datos.
- b) En promedio, ¿cuál es el salario de cada grupo de trabajadores?
- c) Observa las siguientes rectas numéricas en las que se han ubicado los salarios de cada grupo; determina cuál corresponde a cada uno.



- d) Sin efectuar ningún cálculo, ¿cuál de los dos grupos presenta mayor dispersión?
- e) Describe qué aspectos consideraste para responder la pregunta anterior.
- f) Con base en las medidas que calculaste, explica qué grupo consideras que tiene salarios más equitativos.



7. En grupo, y con la guía del profesor, analicen las actividades de esta secuencia y expliquen cuál es la diferencia entre el rango y la desviación media como medidas de dispersión.



#BITÁCORA

Ve a la página 232 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.



#CONTEXTO



La astronomía es, quizá, la primera ciencia que recolecta datos para su análisis. Problemas astronómicos dieron origen a algunos métodos estadísticos. Actualmente, con la gran cantidad de datos que se obtienen —por ejemplo, de los satélites—, ha surgido una rama denominada *astro-estadística*. Investiga qué es, lo que estudia y cómo lo hace.

¡Un punto en común!

1. Resuelve los problemas en tu cuaderno; usa alguno de los métodos algebraicos que has aprendido.

a) Un móvil lleva una trayectoria definida por la recta $4x + 3y = 23$ y la trayectoria de otro móvil se define por la recta $9x - 2y = 8$, ¿por qué punto pasan ambos móviles?

b) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.

$$y = \frac{23 - 4x}{3} \qquad y = \frac{8 - 9x}{-2}$$

2. Traza las gráficas en tu cuaderno.

3. Traza las gráficas en GeoGebra.

a) Ingresa en la página redir.mx/SSPM2-166a.

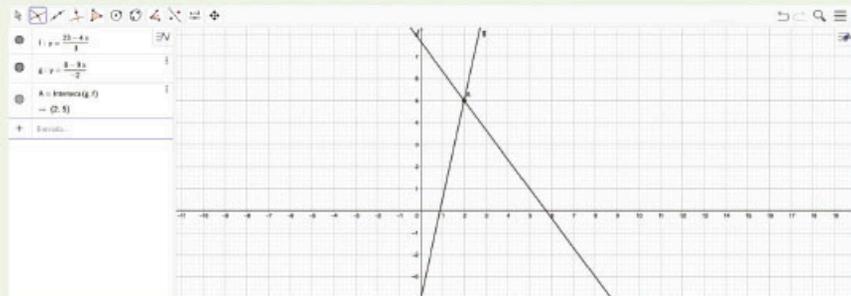
b) En la barra de entrada, escribe $y = \frac{23 - 4x}{3}$ y $y = \frac{8 - 9x}{-2}$. Observa que el uso de los paréntesis es para agrupar, pero, en la barra de entrada, se visualizan como fracción.

c) Observa las gráficas que se muestran y elige una ventana adecuada con el icono .

d) Para mostrar el punto de intersección de las gráficas, elige el comando . Haz clic sobre una gráfica y luego sobre la otra. ¿Cuál es la coordenada del punto?

e) Cambia la escala de las gráficas para ver los puntos de intersección de las rectas con el eje y .

Recuerda que puedes hacerlo desde el icono.



f) Repite el procedimiento para comprobar la solución del problema de la trayectoria de los móviles.

g) Compara las gráficas y su solución con las que trazaste y obtuviste anteriormente.

4. ¿Los siguientes pares de rectas tienen un punto en común?

a) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones con los métodos analíticos y con el método gráfico usando las herramientas de GeoGebra.

$12x + 3y = 7$	$5x - 2y = 0.5$	$6x - 9y = 21$
$6x - y = -3$	$10x - 4y = 1$	$4x + 3y = 17$

b) ¿Todos los pares de rectas tuvieron un punto en común? Explica la respuesta en tu cuaderno.

c) De los que tuvieron un punto en común, ¿en cuáles obtuviste respuestas exactas? Subráyalos.

MIS LOGROS

1. En equipos, resuelvan el problema.

El ángulo interno de un polígono regular es igual al quíntuple del ángulo central.
¿De qué polígono se trata?

- Como equipo, describan en su cuaderno un plan de trabajo para encontrar la solución.
- ¿Cuánto suman un ángulo central y un ángulo interno de un polígono regular?

- Planteen el sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas para encontrar la medida de los ángulos. Escribe qué representa cada variable.

- Cada integrante del equipo deberá resolver el sistema con un método distinto. Comparen sus respuestas y, en caso de no coincidir, propongan una estrategia para identificar cuál es la solución correcta.
- ¿Cuánto miden el ángulo central y el interno? _____
- ¿De qué polígono se trata? _____
- Tracen el polígono. ¿Pudieron hacerlo con los valores que encontraron? Si no fue así, revisen las respuestas de los incisos anteriores.
- Preparen una exposición para presentar su solución ante su grupo. Mencionen primero cómo habían propuesto resolver el problema; después, describan cómo obtuvieron la solución (no expongan únicamente las operaciones).

2. Valora tu participación para cuando trabajas en equipo.

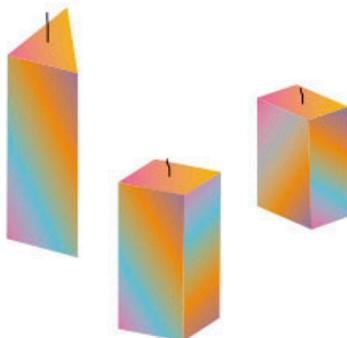
- Identifica el valor que mejor describe tu participación.

	Siempre	Casi siempre	Nunca
Contribuyo con ideas para efectuar el trabajo.			
Escucho y analizo las ideas de mis compañeros para lograr un consenso al resolver un problema.			
Cuando existe un desacuerdo o conflicto, escucho otras opiniones y acepto sugerencias.			
Motivo que todos participen con su opinión en la toma de decisiones.			
Llevo a cabo las tareas individuales para contribuir con el equipo y no espero a que me las asigne alguien más.			
Ayudo a administrar el tiempo y a organizar el trabajo en el equipo. Por ejemplo, considero el tiempo no solo para resolver el problema, sino también para verificar la solución.			

- Describe qué es lo que te gusta de trabajar en equipo.
- Identifica tus debilidades y crea una estrategia para mejorar; solicita ayuda de tus compañeros o del profesor.

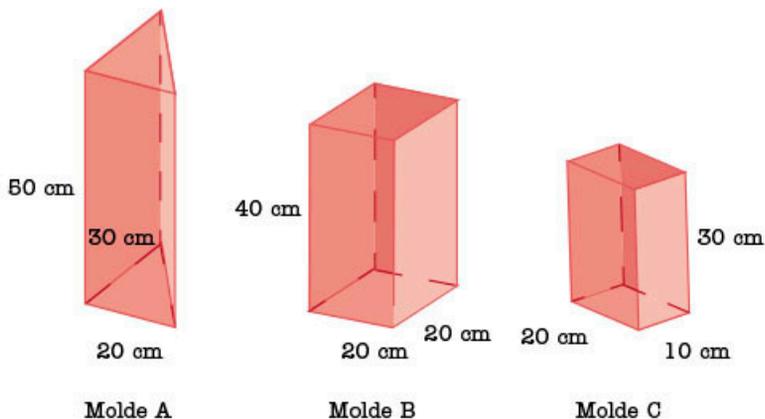
Aprendizaje esperado:

calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.



➔ **MIS PRIMERAS IDEAS**

La empresa La Luz Feliz fabrica velas para decoración como las que se muestran a la izquierda. En este mes, fabricarán velas para las que se utiliza 1 L de cera líquida. Los moldes que se usarán se muestran a continuación.



1. Reúnete con un compañero y respondan las preguntas.

a) ¿Cuál es el volumen de cada uno de los moldes?

Molde A = _____

Molde B = _____

Molde C = _____

b) ¿A cuántos cm^3 equivale un litro? _____

c) ¿A qué altura de cada molde quedará el litro de cera líquida?

Molde A = _____

Molde B = _____

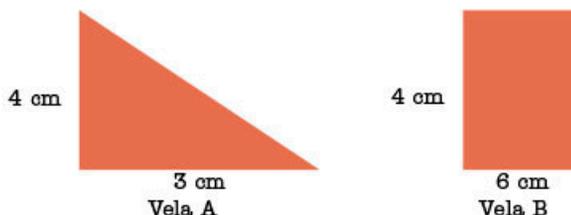
Molde C = _____

d) ¿Qué vela queda más alta? _____

e) Describan el procedimiento que siguieron para encontrar la altura de cada vela.

2. Analiza el siguiente planteamiento y responde.

Se requieren dos velas con forma de **prisma recto** y con el mismo volumen; para hacerlas, se usarán las siguientes bases.



a) ¿Cómo debe ser la altura de la vela A respecto a la altura de la vela B?

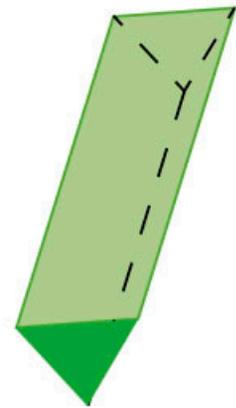
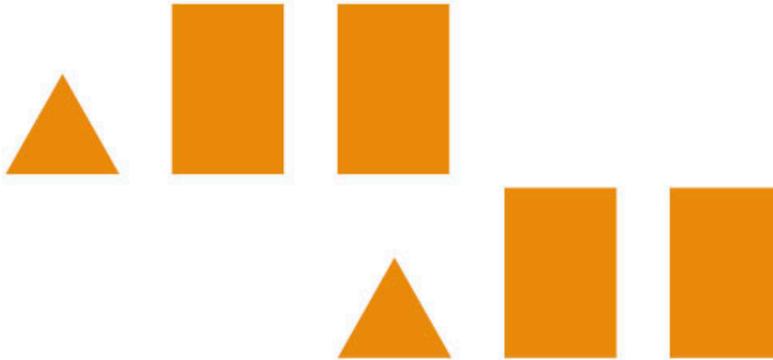
b) Compara tus respuestas con tus compañeros. Justifiquen su respuesta.

GLOSARIO

prisma recto: cuerpo geométrico con dos bases paralelas del mismo tamaño y forma (puede ser cualquier polígono). Otra característica es que sus caras laterales son rectangulares.

3. Resuelve las siguientes situaciones.

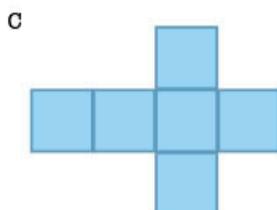
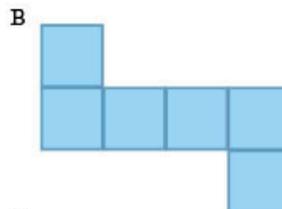
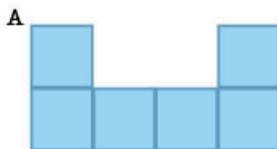
- a) En la fábrica de velas harán nuevos moldes para cubrir las necesidades de sus clientes. Un empleado propuso fabricar velas en forma de prismas rectos con base de polígonos regulares. Para el primer molde, cortó los siguientes pedazos de lámina y los mandó soldar, obteniendo el molde que se muestra a la derecha.



» ¿Cuáles el error en el molde?

» ¿Por qué sobró un rectángulo?

- b) El encargado de soldar los moldes mencionó que mucha soldadura en la base ocasiona que la vela tenga pequeñas imperfecciones, por lo que recomendó cortar la lámina en una sola pieza para disminuir la cantidad de soldadura.
- Diseña un molde que tenga como base un triángulo equilátero de 2 cm de lado y cuyas caras laterales sean tres rectángulos de 2 cm por 4 cm.
 - Recórtalos y arma el molde. Recuerda que solo puedes poner pegamento en las caras laterales (como si fuera la soldadura) y no en la base. ¿Cumple tu trazo con esta característica?
 - Presenta tu molde al grupo. ¿Coincide con el que los demás hicieron?
- c) Redacta, en tu cuaderno, las características que se deben cumplir para el trazado del desarrollo plano de un prisma recto.
- d) ¿Con cuál o cuáles de los siguientes desarrollos planos se puede formar un cubo?



- e) Copia en una cartulina los desarrollos planos y comprueba tu respuesta.

#DATO



El desarrollo plano de un prisma es plasmar en dos dimensiones las paredes de un cuerpo geométrico.

#TIC T@C

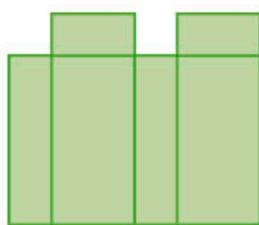
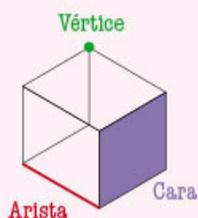


Explora los desarrollos planos de prismas rectos con base de polígonos regulares en redir.mx/SSPM2-169.

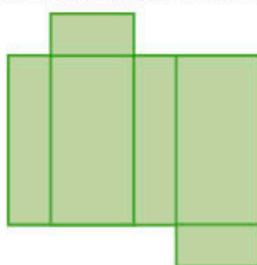
#REFLEXIONA



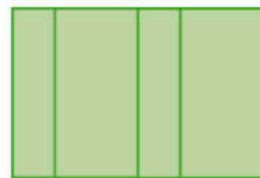
En un cubo, cualquiera de las caras puede ser la base del prisma. ¿Sucedre lo mismo con otros prismas?



A



B



C

MI PROCESO DE APRENDIZAJE

4. Escribe dentro del paréntesis la letra que corresponde con la fórmula para calcular el área de los siguientes polígonos.

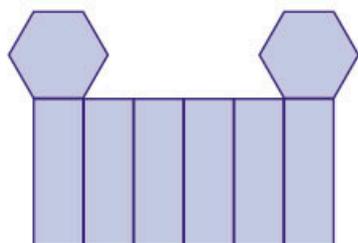
- a) Triángulo $(\quad) \frac{(B+b)h}{2}$
- b) Romboide $(\quad) \frac{Dd}{2}$
- c) Trapecio $(\quad) \frac{pa}{2}$
- d) Hexágono $(\quad) bh$
- e) Rombo $(\quad) \frac{bh}{2}$

5. En parejas, hagan lo que se pide y contesten las preguntas.

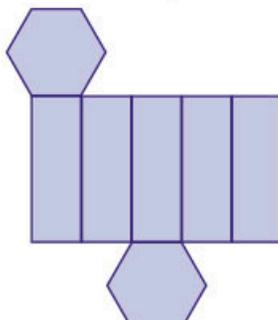
a) ¿Cuál es el desarrollo plano de un prisma recto rectangular?



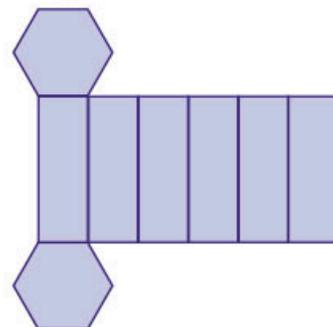
b) ¿Cuál es el desarrollo plano de un prisma recto hexagonal?



A



B



C

6. Analicen el planteamiento y contesten las preguntas en su cuaderno.

A continuación, se presenta la vista superior de un prisma rectangular (figura 1); posteriormente, se muestra cómo aumenta la altura del prisma (figuras 2, 3 y 4).

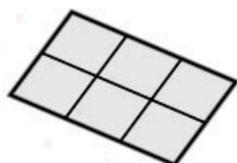


Figura 1

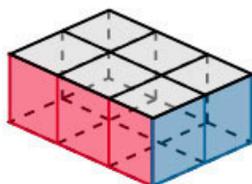


Figura 2

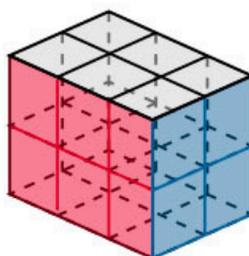


Figura 3

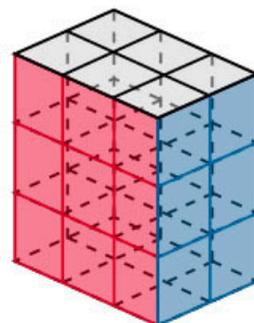
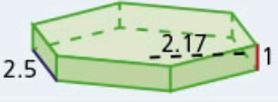
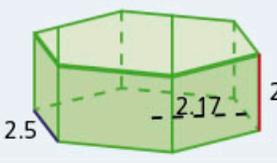
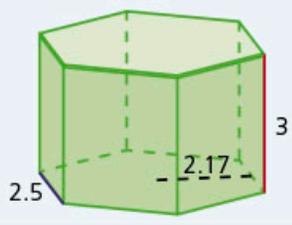


Figura 4

- a) ¿Cuál es el área de la figura 1?
- b) Observen la figura 2. ¿Cuántos cubos tiene de altura y cuántos hay en total?
- c) ¿Cuál es el volumen del prisma de la figura 3?, ¿y el de la figura 4?
- d) Si el prisma tuviera 8 cubos de alto, ¿cuál sería su volumen?
- e) Redacten el procedimiento para calcular el volumen de un prisma rectangular.

7. Usen la información de la tabla para responder lo que se pide.

- a) Completen la tabla. Consideren que las medidas de los prismas rectos hexagonales están expresadas en centímetros.

	Prisma 1	Prisma 2	Prisma 3
Prisma			
Área de la base			
Altura			
Volumen	16.275 cm ³	32.55 cm ³	48.825 cm ³

- b) ¿Cuál es la expresión para calcular el área de la base del prisma? _____
- c) Analicen la tabla. ¿Qué medida permanece constante? _____
- d) ¿Qué medidas varían? _____
- e) Si el prisma 1 tuviera una altura de 10 cm, ¿cuál sería su volumen? _____
- f) Si el prisma 1 tuviera una altura de h cm, ¿cuál sería su volumen? _____
- g) ¿Cómo se calcula el volumen del prisma? _____
- h) Si la base del prisma fuera otro polígono regular, ¿podrían calcular su volumen tal como lo describieron en el inciso g)? En su cuaderno, expliquen su respuesta.
- i) En grupo, verifiquen sus respuestas. Después, guiados por su profesor, concluyan cómo calcularían el volumen de un prisma recto cuya base es un polígono regular.



#REFLEXIONA

Los prismas reciben su nombre de acuerdo con la forma de su base. ¿Cómo se llaman los prismas cuyas bases son polígonos regulares con 6, 7, 8, 9 o 10 lados?

El volumen de todo prisma recto se calcula multiplicando el área de su base (A) por la altura del prisma (h).

$$V = A_{\text{base}}h$$

Si la base de un prisma recto es un polígono regular, su volumen se calcula con la siguiente fórmula

$$V = \frac{ph}{2}$$

donde p es el perímetro del polígono y p es el apotema.

#BITÁCORA

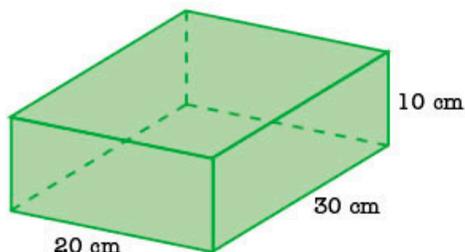


Ve a la página 233 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

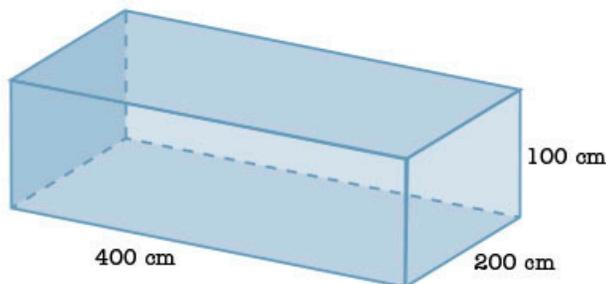
MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

8. Resuelvan los siguientes problemas y expliquen los pasos que siguieron, no solo escriban las operaciones.

- a) En cajas como la que se muestra a continuación, se transportan materiales frágiles; por ello, no se pueden girar y su base será siempre la misma.



- » ¿Cuál es el mayor número de cajas que se pueden acomodar dentro de un contenedor de 4 m de largo, por 2 m de ancho y 1 m de alto? _____
- » Dibujen la manera en que colocarían las cajas dentro del contenedor. Si requieren más espacio, reproduzcan la figura en su cuaderno.



- » Si fuera posible girar las cajas, ¿habría manera de que cupieran más en el contenedor? Si consideran que es posible, escriban cuántas cabrían en el contenedor y dibujen un nuevo esquema para ilustrar el acomodo.

- b) En el deportivo "Miguel Hidalgo", la alberca mide 30 m de largo y 15 m de ancho, y tiene una capacidad de 900 000 L de agua.

- » ¿Cuál es el volumen de la alberca? _____
- » ¿Cuál es la profundidad de la alberca? _____
- » Si la alberca tuviera 3 m de profundidad y se deseara que fuera de la misma capacidad y del mismo largo, ¿cuánto debería medir de ancho? _____

- c) Un tarro de mermelada con forma de prisma pentagonal mide 12 cm de altura y tiene un volumen de 345.6 cm^3 . ¿Cuál es el área de su base? _____

- d) Un prisma cuadrangular tiene un volumen de 375 cm^3 y su altura es el triple de la medida del lado de la base. ¿Cuánto mide cada lado de la base? _____

- e) En grupo, comprueben sus soluciones y comenten las estrategias que usaron para resolver los problemas cuando no podían aplicar directamente la fórmula.

#DATO

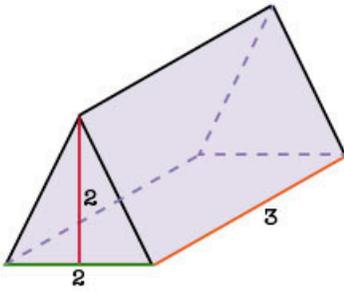


1 L = 1 dm^3



9. Resuelve los siguientes problemas en tu cuaderno.

a) Observa el siguiente cuerpo geométrico.



» Si es un prisma, ¿qué polígono es su base?

» ¿Qué nombre recibe el prisma?

» ¿Cuál es su volumen? _____

b) El radio de la base de un prisma hexagonal mide 5 cm y su volumen es $1\,299\text{ cm}^3$.

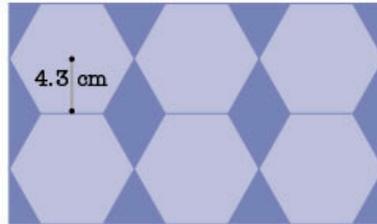
» Traza la base del prisma en tu cuaderno. ¿Cuál es la medida de la apotema?

» ¿Cuál es el área de la base? _____

» ¿Cuánto mide su altura? _____

c) Berenice compró una caja con 6 jugos con una capacidad de 1 290 mL cada uno. La forma y medida de los jugos son como lo muestra la siguiente imagen.

30 cm



» ¿Cuál es la altura de los jugos? _____

» ¿Cuál es el volumen de la caja que contiene los seis jugos? _____

» ¿Qué volumen de la caja queda vacío? _____

10. Lee los siguientes planteamientos. Haz los trazos necesarios en tu cuaderno y responde las preguntas.

a) Si se duplica la medida de la arista de un cubo, ¿en cuánto se incrementa el área de una cara? ¿y en cuánto se incrementa el volumen?

b) Si se triplica la medida de la arista de un cubo, ¿en cuánto se incrementa el área de una cara? ¿en cuánto se incrementa el volumen?

c) De forma grupal y guiados por el profesor, deduzcan la relación entre el aumento de la medida lineal con la medida del área y la medida del volumen.

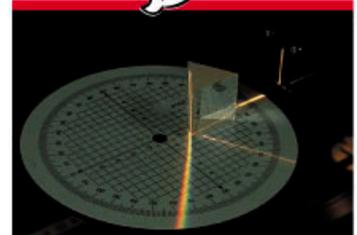
11. De manera grupal, analicen la relación que existe entre el inciso c) de la actividad 10 y los teselados. Escriban una conclusión en su cuaderno.

#EXPERIMENTA



Resuelve la actividad "Un cubo de pirámides (caleidociclo tridimensional)", en la página 190.

#CONTEXTO



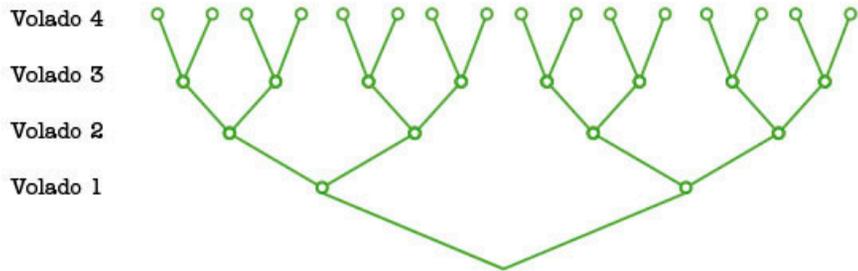
Newton hizo pasar luz blanca por un prisma triangular y logró ver su descomposición en colores básicos: rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul y violeta. Investiga el porqué de este fenómeno y comparte con el grupo tus hallazgos.

Aprendizaje esperado:

resuelve problemas de potencias con exponente entero y aproxima raíces cuadradas.

➔ **MIS PRIMERAS IDEAS**

Emilio juega a los volados con Joaquín, por lo que usan un diagrama de árbol para determinar el número de resultados posibles después de cuatro volados.



1. Resuelve lo que se pide con base en el diagrama.

- a) ¿Cuántos resultados posibles hay en el volado 1? _____
- b) ¿Cuántos resultados posibles hay en el volado 2? _____
- c) Completa la tabla.

Número de volados	Número de resultados posibles	
	Multiplicación	Resultado
1	2	
2	2×2	
3	$2 \times 2 \times 2$	8
4		
5		

- d) ¿Qué relación encuentras entre el número de volados y las veces que se debe multiplicar 2 para obtener la cantidad de resultados posibles?

- e) Compara tu respuesta con la de tus compañeros de grupo. Escriban una conclusión relacionada al comportamiento de la tabla.

2. Observa la secuencia de figuras y completa la tabla.



Figura 1



Figura 2

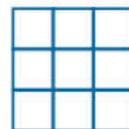


Figura 3

Para calcular cuánto mide la superficie de un cuadrado, se utiliza la siguiente fórmula.

$$A = l \times l \quad \text{o} \quad A = l^2$$

El número 2 indica las veces que se multiplica el lado por sí mismo.

Número de figura	Número de resultados posibles		
	Fórmula $A = l \times l$	Fórmula $A = l^2$	Resultado
1	1×1	1^2	1
2			
3			
4			
5			



3. Reúnete con un compañero y hagan lo que se pide.

- a) ¿Cuál es el resultado de $4^2 + 4$? _____
- b) Anoten, en su cuaderno, el procedimiento para resolver la operación.
- c) Resuelvan las operaciones. Primero se calcula el exponente y luego la suma o la resta.
- » $5^2 - 1 =$ _____ » $4^2 + 8 =$ _____ » $5^2 - 4^2 =$ _____

MI PROCESO DE APRENDIZAJE

Una suma se simplifica con la multiplicación, por ejemplo: $5 + 5 = 5 \times 2$. A su vez, una multiplicación se simplifica con la **potenciación**, por ejemplo: $5 \times 5 = 5^2$.

En la potenciación de números enteros, el exponente indica la cantidad de veces que se multiplica la base por sí misma. Por ejemplo: 2^3 se lee como "2 al cubo", la base es 2 y el exponente es 3, lo que indica que el 2 se multiplica por sí mismo tres veces.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 \rightarrow 2^3 = 8$$

#DATO

a^2 : a al cuadrado
 a^3 : a al cubo
 a^4 : a elevado a la cuarta potencia, o simplemente, a a la cuarta, y así sucesivamente.



4. Completa las tablas con base en el ejemplo que se muestra.

Suma	Multiplicación	Potenciación	Resultado
$4 + 4 + 4 + 4$	4×4	4^2	16
	3×3		
		6^2	
$5 + 5 + 5 + 5 + 5$			
		7^2	

Potencia	Base	Exponente	Resultado
4^2	4	2	16
5^6			
	8	3	512

- a) Comparte tus respuestas con tus compañeros. Usen la calculadora para verificar sus resultados. Registren sus dudas y comenten de manera grupal cómo resolverlas.

#TIC T@C

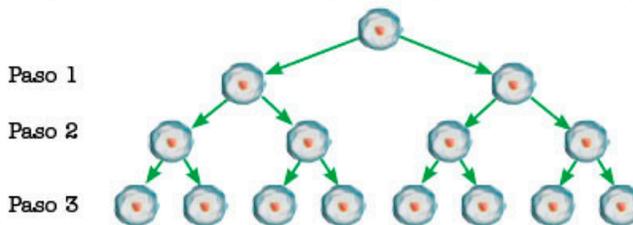
Entra en un buscador de internet y escribe "calculadora científica en línea" para encontrar esta herramienta.

Identifica cuál es la tecla para calcular potencias, suelen ser x^2 y x^y . Explora en qué orden debes teclear la base y el exponente.

5. En parejas, resuelvan el siguiente problema.



Mariana trabaja en un laboratorio de biología y estudia la reproducción de algunas bacterias. De acuerdo con su investigación, algunas se reproducen dividiéndose en dos. A este proceso se le conoce como *bipartición* y se muestra en el diagrama.



a) Si el proceso de bipartición se repite con las nuevas bacterias, ¿cuántas bacterias habrá después de cinco procesos? _____

b) La siguiente tabla representa el número de células a partir de las biparticiones (pasos). Analícenla y complétenla.

Pasos (biparticiones)	Número de bacterias (multiplicación de factores)	Número de bacterias (potencia)	Número de bacterias (resultado)
1	2	2^1	2
2	2×2	2^2	4
3	$2 \times 2 \times 2$	2^3	
4			
5			

c) Usen los resultados de la tabla para calcular el resultado de las operaciones.

» $2^4 =$ _____ » $2^3 \times 2^1 =$ _____ » $2^2 \times 2^2 =$ _____

» $2^2 \times 2^1 \times 2^1 =$ _____ » $2^1 \times 2^2 \times 2^1 =$ _____

d) ¿Es correcta la expresión $2^5 = 2^2 \cdot 2^3$? Argumenten en su cuaderno por qué.

6. La tabla muestra el desarrollo de productos de potencias de la misma base. Complétenla.

Productos (misma base)	Multiplicación de factores (desarrollo)	Número de factores	Base y exponente	Resultado
$2^2 \cdot 2^2$	$(2 \cdot 2)(2 \cdot 2)$	4	2^4	16
	$(3 \cdot 3 \cdot 3)(3 \cdot 3)$			
$(\frac{1}{3})^2 \cdot (\frac{1}{3})^3$				

7. En grupo, escriban un procedimiento para calcular productos de potencias enteras positivas con la misma base. Usen la tabla anterior.



Quando se multiplican dos o más potencias con la misma base, el resultado es una potencia con la misma base y el exponente es la suma de los exponentes de los factores.

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

Donde a es un número entero, y n y m son enteros positivos.

Ejemplo: $7^5 \times 7 = 7^{5+1} = 7^6 = 117649$

#REFLEXIONA



El exponente de un número fraccionario afecta tanto al numerador como al denominador cuando la fracción está entre paréntesis.

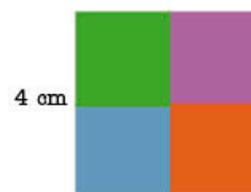
$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \neq \frac{2^2}{3}$$



8. Lee el planteamiento y responde las preguntas en tu cuaderno.

Para hacer un diseño de tarjetería, Bernardo debe cortar un cuadrado de papel de 4 cm de lado en cuatro cuadrados del mismo tamaño, como se muestra en el esquema de la derecha.



a) ¿Cuál es el área del cuadrado grande? ¿Cuál es el área de uno de los cuadrados pequeños? ¿Cuántas veces cabe el área de uno de los cuadrados pequeños en el cuadrado grande? Escribe los resultados como potencias.

b) Analiza que lo anterior se puede expresar como

$$\frac{4^2}{2^2} = \frac{4^2}{4^1} = \frac{4 \times 4}{4} = \frac{4 \times 1}{1} = 4.$$

c) Reúnete con un compañero. Describan el procedimiento o los pasos para calcular un cociente de potencias con la misma base.



9. En parejas, completen las siguientes tablas y respondan las preguntas.

a) Completen la tabla como en el ejemplo.

División (misma base)	Factores desarrollados (dividendo sobre divisor)	Número de factores en		Resultado	Exponente del resultado
		numerador (dividendo)	denominador (divisor)		
$\frac{4^5}{4^2}$	$\frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{4 \times 4}$		2	$4^3 = 64$	3
	$\frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5}$				3
$\frac{10^5}{10^2}$					

b) Analicen los resultados de la tabla y úsenlos para verificar el procedimiento que describieron en el inciso c) de la actividad anterior.

Cuando se dividen dos potencias con la misma base, el resultado es una potencia con la misma base y el exponente resultante es la resta del exponente del dividendo menos el exponente del divisor.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Donde $a \neq 0$ y es un número entero, y n y m son enteros positivos.

Ejemplo: $\frac{11^9}{11^7} = 11^{9-7} = 11^2$

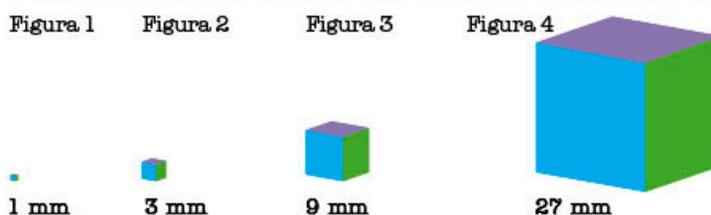
c) Completen la tabla como en el ejemplo.

División (misma base)	Factores desarrollados	Exponente del		$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	Resultado
		numerador (n)	denominador (m)		
$\frac{3^2}{3^1}$	$\frac{3 \times 3}{3} = 3$		1	$3^{2-1} = 3^1$	3
	$\frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5} = 1$				1
$\frac{10^4}{10^4}$					

d) Analicen los resultados de la tabla y concluyan a qué es igual a^1 y a^0 .

10. Lean la siguiente situación y respondan lo que se pide.

Carlos construyó un móvil para colgarlo en el techo, para ello, utilizó cubos de metal con diferentes medidas para cada arista, tal como se indica en las figuras.



- a) Escriban la sucesión de potencias que representa el valor de una arista de cada cubo.
- b) Completen la siguiente tabla que muestra la relación entre el número de figura y su volumen (V). Empleen la potencia que representa el valor de cada arista (L) para demostrar la equivalencia entre potencias.

Figura	Volumen del cubo				
	$V=L^3$	$V=L \times L \times L$	Desarrollo por productos	Resultado (mm^3)	Resultado (expresado en potencia de base 3)
1	$V=(3^0)^3$	$V=(3^0)(3^0)(3^0)$	$(1)(1)(1)$	1	3^0
2	$V=(3^1)^3$		$(3)(3)(3)$		3^3
3	$V=(3^2)^3$		$(3)(3)(3)(3)(3)(3)$		3^6
4					

- c) De acuerdo con la tabla anterior, ¿por qué $(3^2)^3 = 3^6$? Escriban, en su cuaderno, una explicación y propongan algunos ejemplos.

La potencia de una potencia de un número a es igual a la misma base cuyo exponente es el resultado del producto de ambos exponentes. $(a^n)^m = a^{n \times m}$
 Donde a es un número entero, y n y m son enteros positivos.
 Por ejemplo: $(5^2)^3 = 5^2 \times 3 = 5^6$

11. Completen la siguiente tabla, donde se indica un cociente de potencias, su desarrollo y el resultado obtenido.

Productos (misma base)	Multiplicación de factores (desarrollo)	Número de factores	Base y exponente	Resultado
$\frac{3^3}{3^3}$	3^{3-3}	$\frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{27}{27}$	$3^0 = 1$	1
$\frac{5^2}{5^3}$		$\frac{5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}$	$5^{-1} = \frac{1}{5}$	
$\frac{2^4}{2^5}$				$\frac{1}{2}$
$\frac{3^1}{3^2}$				$\frac{1}{9}$

#DATO

El inverso o recíproco de un número se expresa al escribir una fracción con numerador 1 y con el numerador inicial como denominador.
 Por ejemplo, el inverso de 3 es $\frac{1}{3}$.

Una potencia con exponente entero negativo es igual a la fracción inversa de la base pero con exponente positivo. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
 Donde $a \neq 0$ y es un número entero, y n es un entero positivo.
 Ejemplos: $7^{-3} = \frac{1}{7^3}$. $(\frac{2}{3})^{-2} = (\frac{3}{2})^2$

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS



12. Coloca el número o los números que faltan para que la igualdad sea verdadera. Considera que algunos ejercicios pueden tener más de una solución.

a) $(3^3)^2 = 3^{\text{---}}$

b) $(\text{---})^{\text{---}} = 2^{12}$

c) $((0.5)^2)^3 = \text{---}$

d) $(\text{---})^2 = \text{---}^6$



13. En equipo, resuelvan el problema en su cuaderno.

Juan, el herrero, está elaborando un árbol de metal como el que se muestra en el esquema de la derecha; para ello, cortó varillas como se indica en la tabla.

	Fracción de varilla									
	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{8}{9}$	1	
Paso 1	—————									
Paso 2	—————			—————			—————			
Paso 3	—————		—————		—————		—————		—————	
Paso 4	—	—	—		—	—	—	—	—	—
Paso 5	■	■	■		■	■	■	■	■	■
Paso 6										

- a) Elaboren una tabla como la siguiente para completar los seis pasos. Observen que la varilla que se utiliza en el paso 1 tiene 1 m de longitud, la varilla del paso 2 mide $\frac{1}{3}$ m, y así sucesivamente.

Pasos	Medida de cada pieza	Desarrollo	Resultado
2	$(\frac{1}{3})^1$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
3	$(\frac{1}{3})^2$	$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$	

- b) Comprueben que $(\frac{1}{3})^2 \times (\frac{1}{3})^3$ m es igual a la medida de cada pieza del paso 6.

- c) Escriban la medida que tendría cada varilla en el paso 10.

- d) ¿Cuál es el valor del exponente desconocido en la siguiente expresión?

$$(\frac{1}{3})^2 (\frac{1}{3})^3 (\frac{1}{3})^? = (\frac{1}{3})^8$$

- e) Comparen sus respuestas con las de otros compañeros. Analicen las justificaciones y comenten qué regla de los exponentes emplearon en cada uno de los incisos.

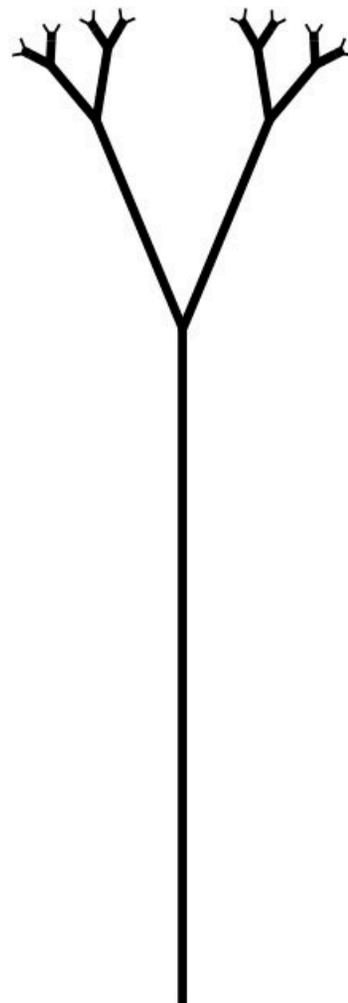


14. En grupo, analicen el significado de la siguiente afirmación: "Una fracción unitaria elevada a un número entero negativo es igual al número del denominador elevado a la misma potencia que la fracción, pero con signo positivo". Propongan ejemplos y escriban una conclusión.

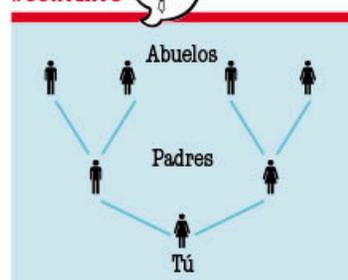


#BITÁCORA

Ve a la página 234 y resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.



#CONTEXTO



Averigua cuántos bisabuelos y tatarabuelos has tenido. Dibuja tu árbol genealógico para encontrarlos.

Aprendizaje esperado:

verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones.

➔ **MIS PRIMERAS IDEAS**

Agustín es un atleta paralímpico que compete en las pruebas de larga distancia de 5 000 m y 10 000 m. Su plan de entrenamiento para participar en las **paralimpiadas** contempla iniciar con 500 m y aumentar otros 500 m por cada día de entrenamiento.

1. **Analiza el siguiente planteamiento y responde las preguntas.**

- a) ¿Cuántos km deberá recorrer el día 8? _____
- b) Completa la tabla que sintetiza el plan de entrenamiento de Agustín.

Día (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Distancia (km)										

- c) ¿Cuántos kilómetros deberá recorrer Agustín en el día 15? _____
- d) ¿En cuántos días logrará recorrer 10 000 m? _____
- e) Subraya la expresión que determina el número de kilómetros que deberá recorrer Agustín para un determinado día n .

$$n + \frac{1}{2} \quad n - \frac{1}{2} \quad 2n \quad \frac{n}{2}$$

- f) Explica, en tu cuaderno, por qué la expresión que elegiste es la correcta. Úsala para verificar tus respuestas de los incisos c) y d).
- g) En tu cuaderno, escribe los primeros 20 términos que genera la expresión que elegiste en el inciso e) y explica qué relación tiene con los datos de la tabla del inciso b).
- h) Comenta tus explicaciones con tus compañeros de grupo.

2. **En parejas, consideren la situación anterior y respondan las preguntas.**

- a) Otro competidor inicia su plan de entrenamiento con 2 km el primer día; luego, cada día subsecuente, aumentará $\frac{1}{2}$ km a su recorrido. ¿Qué modificaciones necesitan hacer en la expresión anterior para que puedan obtener el número de kilómetros que deberá recorrer este deportista? Anoten la nueva expresión.

- b) Eugenio se prepara para la misma competencia. Su plan de entrenamiento está determinado por la expresión $2.6 + \frac{2}{5}n$. Expliquen en qué consiste su plan.

- c) Completen la tabla a partir de la expresión del inciso anterior. En su cuaderno, expliquen si los primeros términos de la sucesión generada por esta expresión coinciden o no con el plan de entrenamiento de Agustín y por qué.

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Distancia (km)										

GLOSARIO

paralimpiadas: competición universal, como las olimpiadas, que se celebra cada cuatro años, y en la cual los atletas son personas con discapacidad.



#DATO

Las reglas algebraicas son fórmulas que permiten obtener valores para todos los casos.

- d) ¿En cuántos días recorre 10 km? _____
- e) ¿Recorrer un total de 10 km en un día forma parte del plan de entrenamiento de Eugenio? Expliquen su respuesta.

- f) Supongan que un cuarto deportista propone el siguiente plan de entrenamiento: 1, 3, 5, 7, 9, ... ¿Qué expresión determina los kilómetros que deberá recorrer el deportista para un determinado día n ? _____

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

3. Reúnete con un compañero, analicen el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.

En un laboratorio se lleva a cabo un estudio sobre el comportamiento de cierta sustancia a diferentes temperaturas. Se coloca una muestra de la sustancia y se introduce en un enfriador que es controlado automáticamente. El sistema disminuye la temperatura $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ por minuto.

- a) El experimento inicia con una temperatura ambiente de $8\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Qué temperatura habrá después de 4 minutos? _____

- b) Completen la tabla.

Tiempo (min)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)										

- c) Denominen n a los minutos transcurridos y escriban una expresión algebraica en términos de n que les permita determinar la temperatura después de n minutos. _____
- d) Si el experimento inicia con una temperatura de $4\text{ }^{\circ}\text{C}$, ¿qué modificaciones deberán hacer en la expresión algebraica anterior para que se determine la temperatura en cualquier minuto? Escriban la nueva expresión.
- e) Completen la tabla usando la nueva expresión algebraica.

Tiempo (min)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)										

- f) Compartan con sus compañeros de grupo las dos expresiones algebraicas que encontraron. ¿Qué regularidad o característica observan en cada sucesión? Comenten sus ideas y anoten una conclusión.

- g) Propongan otra sucesión que tenga el mismo comportamiento que las anteriores. Escriban la regla y luego los primeros diez términos de ejemplo.

#ALGUIEN COMO YO

Edgar Navarro es medallista de los Juegos Paralímpicos de Río de Janeiro, Brasil, 2016. Obtuvo la medalla de bronce en la prueba de 100 m masculinos en la categoría T51 y la medalla de plata en los 100 m planos en la misma categoría. ¿Sabías que nuestro país ha obtenido más de 289 medallas en los juegos paralímpicos de verano?



#REFLEXIONA

¿Los valores de la temperatura podrían ser términos de una sucesión?
Si el tiempo siguiera transcurriendo y la temperatura pudiera seguir disminuyendo, ¿la sucesión tendría fin?

#REFLEXIONA



Algunas sucesiones numéricas no tienen fin, es decir, son sucesiones que se pueden extender indefinidamente; sin embargo, siempre tendrán el mismo comportamiento.

4. Lee la información del recuadro. Después, analiza si las sucesiones numéricas de las actividades podrían ser una progresión aritmética.



Las sucesiones numéricas con **progresión aritmética** son aquellas donde la diferencia entre cada término es constante y, por lo tanto, cada nuevo término de la sucesión se obtiene sumando o restando un mismo número.

La expresión algebraica de una sucesión describe su comportamiento, lo que permite determinar el valor de cualquier término de la sucesión e indica la relación entre dos términos consecutivos. Por ejemplo, en la sucesión de números 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...

la expresión algebraica es $2n + 1$. En este caso, $2n$ indica que la diferencia entre dos términos consecutivos es siempre 2.

5. Reúnete con un compañero. Completen los términos de la sucesión en la siguiente tabla; después, respondan las preguntas en su cuaderno.



Posición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Término de la sucesión	-8	-12	-16	-20	-24					

- Escriban la regla de la sucesión.
- Escriban, con sus palabras, el comportamiento que tiene la sucesión.
- ¿Cómo pueden obtener el término de la sucesión que ocupa la posición 20 a partir de la regla general?
- Laura y Francisco afirman que la regla de la sucesión es $-4(n + 1)$; en cambio, Tere y José dicen que la regla de la sucesión es $-2(2n + 2)$. ¿Qué equipo consideran que está en lo correcto?
- Desarrollen cada una de las reglas planteadas en el inciso d). ¿Qué observan? Escriban sus conclusiones.
- Abigail señaló que ambas expresiones son equivalentes. Expliquen si están de acuerdo con ella.
- La profesora Emilia indicó hacerle un cambio a la sucesión: mantener el mismo comportamiento, pero iniciar la sucesión con 4. ¿Qué cambios habría que hacerle a la regla general? Escriban la nueva regla de la sucesión.
- Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. ¿Cómo verificarían que sus resultados sean correctos? Mencionen por lo menos dos estrategias y compártanlas con el grupo.

6. Resuelvan los ejercicios.

- Indiquen el término 10 de la sucesión $-4, -9, -14, -19, \dots$ _____
- Escriban la regla de la sucesión $7, 12, 17, 22, 27, \dots$ _____
- Anoten la regla de la sucesión $-3, -10, -17, -24, -31, \dots$ _____
- La diferencia entre cada término es -5 y la sucesión inicia en 15. Escriban la regla de la sucesión en su cuaderno.

#BITÁCORA



Resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia en la página 234.

La expresión general para determinar cualquier término de una progresión aritmética es

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

donde:

a_n = término de la sucesión,

a_1 = primer término de la sucesión,

d = diferencia entre dos términos de la sucesión,

n = número del término de la sucesión que se busca.

7. En su cuaderno, determinen los valores para a_1 y d de las sucesiones de la actividad 6. Reescriban las reglas con la forma $a_n = a_1 + d(n - 1)$.

➔ MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

8. Reúnete con un compañero, lean el siguiente planteamiento y respondan las preguntas en su cuaderno.

Julieta desea practicar natación, por ello, se inscribió en la alberca del deportivo de su comunidad, cuyo costo de inscripción es de \$350.00 con un pago mensual de \$200.00.

- a) Completen la siguiente tabla en la que se indica la cantidad total que ha pagado para cada mes.

Mes	1	2	3	4	5	6
Total acumulado (\$)						

- b) Establezcan una expresión algebraica que permita determinar el total que pagará transcurridos n meses.
- c) ¿Cuánto pagará Julieta después de un año?
- d) Luisa, por su parte, se inscribió a un club de natación en el que no se paga inscripción, y las mensualidades son de \$250.00. Con esta información, completen la siguiente tabla.

Mes	1	2	3	4	5	6
Total acumulado (\$)						

- e) Escriban una expresión algebraica que les permita determinar el total que pagará Luisa para cualquier mes.
- f) Después de un año, ¿quién pagará más: Luisa o Julieta?
- g) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Describan las estrategias empleadas para resolver los incisos a) y e), y c) y f).
9. Analicen si la expresión $4 + 3(n - 1)$ es una progresión aritmética. Calculen los diez primeros términos de la sucesión, determinen las diferencias entre cada dos términos de la sucesión inicial y elaboren una sucesión de figuras geométricas que refleje el comportamiento de la sucesión numérica.



10. De forma grupal, describan cómo pueden identificar si una sucesión es una progresión aritmética. Propongan un ejemplo de una sucesión que sí lo sea y otra que no.

#CONTEXTO



En los videojuegos dedicados a la construcción de ambientes virtuales, aparecen frecuentemente sucesiones de figuras. La sucesión 1, 5, 9, ... corresponde a la sucesión del número de bloques que compone cada figura de la imagen. Determina la expresión algebraica para calcular la cantidad de bloques para cualquier figura.

Aprendizaje esperado: usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana), el rango y la desviación media de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.

GLOSARIO



enfermedad cerebrovascular: conjunto de trastornos del flujo sanguíneo en el cerebro.
colesterol: tipo de grasa que está presente en la sangre y que tiene funciones muy importantes en la formación de células.

MIS PRIMERAS IDEAS

En un centro comunitario se lleva a cabo una campaña semanal para hacer conciencia sobre los riesgos de la mala alimentación. Por ejemplo, unos de los temas fue el colesterol elevado en la sangre; por ello, en la campaña se explicó que este es resultado de malos hábitos de alimentación, sobrepeso y falta de ejercicio, así como también que esta condición aumenta las posibilidades de padecer enfermedades cardíacas y **cerebrovasculares**. Dado que no presenta síntomas, es importante hacer una prueba de **colesterol** antes de los 35 años en hombres y 45 en mujeres. Un examen clínico de colesterol consiste en obtener una muestra de sangre del paciente con el objetivo de determinar los miligramos por decilitro (mg/dL); para valorar los resultados del colesterol total, usa la siguiente tabla.

Deseable	$a \leq 200$
Intermedio alto	$200 < a \leq 239$
Alto riesgo	$240 \geq a$

Una brigada de salud hizo exámenes de colesterol en la comunidad y obtuvo los siguientes resultados.

179, 150, 157, 172, 328, 165, 195, 150, 178, 150,
 149, 173, 182, 170, 180, 402, 159, 172, 149, 160

1. **Reúnete con un compañero, analicen el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.**



a) Ordenen los datos de menor a mayor.

b) La brigada de salud debe reportar los niveles de colesterol de la población con el propósito de establecer sus futuras campañas; para ello, calculan el valor de la media aritmética. ¿Cuál es la media aritmética en este caso?

c) Con base en los datos anteriores, determinen la condición en que se encuentra la población. _____

d) Alma, otra de las brigadistas, observó que había muchos datos en el nivel deseable. Escriban los datos a continuación.

e) Observen que hay muchos datos cuyo valor es menor que el promedio. ¿Sería confiable señalar como representativo este valor? _____

f) ¿Existe otro valor que podría ser más representativo de las condiciones de la población? Coméntenlo con sus compañeros.

g) Calculen la mediana y la moda.

Mediana: _____ Moda: _____

h) ¿Cuál es el dato representativo que la brigada debe escribir en el reporte?

Argumenten su respuesta. _____

i) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Lleguen a un acuerdo acerca de cuál es el valor que mejor representa el nivel del colesterol de esta comunidad.

2. Lean el siguiente planteamiento y respondan las preguntas.

De acuerdo con la Encuesta Nacional de Salud y Nutrición (Ensanut MC, 2016), uno de cada tres adolescentes de entre 12 y 19 años de edad en México presenta sobrepeso u obesidad. La principal causa de este problema son los malos hábitos en la alimentación que conducen a la aparición de enfermedades tales como diabetes, infartos, altos niveles de colesterol, insuficiencia renal, entre otros.

A continuación, se muestra un extracto de la tabla de índice de masa corporal (IMC) para adolescentes.

Edad (años)	Hombres			
	Bajo peso	Normal	Sobrepeso	Obesidad
12	≤ 14.4	18.0	≥ 20.8	≥ 25.0
13	≤ 14.9	18.8	≥ 21.8	≥ 26.2
14	≤ 15.4	19.6	≥ 22.7	≥ 27.3
15	≤ 15.9	20.2	≥ 23.5	≥ 28.2

Edad (años)	Mujeres			
	Bajo peso	Normal	Sobrepeso	Obesidad
12	≤ 14.5	17.5	≥ 19.9	≥ 23.6
13	≤ 14.9	18.2	≥ 20.8	≥ 24.8
14	≤ 15.5	19.0	≥ 21.8	≥ 25.9
15	≤ 16.0	19.8	≥ 22.7	≥ 27.0

"Tabla de Índice de Masa Corporal para adolescentes de ambos sexos",
en Organización Mundial de la Salud, 2007.

Como parte del seguimiento a la salud de los estudiantes, una brigada de enfermeras obtuvo el IMC de los estudiantes de una clase de segundo de secundaria organizados en grupos de edades.

Grupo: 13 años mujeres
21, 18, 20, 19, 32

Grupo: 13 años hombres
19, 15, 18, 17, 16

a) Determinen la condición física del grupo de mujeres de acuerdo con las categorías indicadas en la tabla.

b) ¿Cuál de las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) es representativa para este grupo de datos? Argumenten su respuesta en el cuaderno.

#DATO



El índice de masa corporal (IMC) es un número que se obtiene de la razón $\frac{\text{peso}}{\text{talla}^2}$ que determina si el peso (en kg) de una persona es el apropiado de acuerdo con su estatura (en cm). Se calcula con la expresión

$$\text{IMC} = \frac{\text{masa}}{\text{estatura}^2}$$

#TIC T@C



Conoce más acerca del IMC en redir.mx/SSPM2-186a.

- c) Determinen la condición física del grupo de hombres de acuerdo con las categorías que se indican en la tabla del IMC. _____
- d) ¿Cuál de las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) es representativa para este grupo de datos? Argumenten su respuesta.

- e) Expliquen si la moda sería representativa para este grupo de datos.

- f) ¿Qué criterio emplearon para decidir si utilizar la media o la mediana como dato representativo de un grupo de datos? _____

- g) Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Lleguen a un acuerdo sobre la medida de tendencia central que es representativa de los datos.

GLOSARIO



ejercicios aeróbicos: actividades de media o baja intensidad y de larga duración que se producen con la utilización de oxígeno libre. Por ejemplo: nadar, andar en bicicleta o caminar.

ejercicios anaeróbicos: actividades de alta intensidad y de duración breve que se producen sin la utilización de oxígeno. Por ejemplo: carreras de velocidad y ejercicios que requieren gran esfuerzo en poco tiempo, como el levantamiento de pesas.

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

3. Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas.



René estudia su licenciatura en acondicionamiento físico y nutrición, y colabora en un estudio sobre los efectos en la reducción de peso con dos tipos de ejercicios. El primer grupo es sometido a un programa con énfasis en **ejercicios aeróbicos** y el segundo grupo con énfasis en **ejercicios anaeróbicos**.

- a) Después de un mes de actividad física, los participantes del primer grupo redujeron en promedio 4.1 kg y los participantes del segundo grupo, 3.7 kg en promedio. Con base en esta información, explica qué programa de acondicionamiento físico es más efectivo.

- b) Los participantes del primer grupo tuvieron los siguientes resultados (en kg).

-2, -3, -3, -4, -3, -3, -3, -3, -2, -15

Por su parte, los participantes del segundo grupo tuvieron los siguientes resultados (en kg).

-4, -3, -4, -3, -4, -4, -4, -3, -4, -4

¿Qué medida de tendencia central permite hacer una comparación más confiable? _____

- c) Calcula las medidas de tendencia central de ambos grupos. _____

- d) Con base en los datos anteriores, ¿qué programa de acondicionamiento fue más efectivo? Escribe tus argumentos.
- e) Compara tus respuestas con las de tus compañeros y lleguen a una conclusión.

#ALGUIEN COMO YO

Los maratonistas hacen ejercicio anaeróbico. Lorena Ramírez es una corredora rarámuri que ha ganado cinco veces el ultramaratón de 100 km. También ganó el primer lugar en la carrera Ultra Trail Cerro Rojo (más de 50 km).

4. Lee la siguiente información.

Las medidas de tendencia central son la media aritmética, la mediana y la moda.

- Presentan un valor que es representativo de un grupo de datos.
- Son usadas para comparar o interpretar un conjunto de datos con relación al valor representativo.
- Se emplea para comparar dos o más grupos de datos.

Características de la media aritmética

- La media es un valor comprendido entre los extremos de los datos.
- La media no es necesariamente igual a uno de los datos.
- Si a todos los datos se les suma un mismo número, la media aritmética queda aumentada en dicho número.
- Intervienen todos los datos en el cálculo de la media: al alterar un dato, se altera la media.
- Se interpreta como el punto de equilibrio del grupo de datos.
- La dispersión de los datos afecta o altera el significado de la media, ya que grupos muy distintos pueden tener la misma media.
- En el cálculo de la media, los valores cercanos al cero tienen menor peso que los valores alejados de este, es decir, el promedio es afectado por los valores extremos de un grupo.

Características de la mediana

- Es más estable que la media; si se altera un dato del grupo (siempre que no sean los intermedios), la mediana queda inalterada.
- Está ubicada entre el valor mínimo y el valor máximo de un conjunto de datos.
- Es el valor que divide al conjunto de datos en dos partes iguales; es decir, es la mitad.
- No se ve afectada por la dispersión de los datos, por lo que es muy útil para datos muy diversos.

Características de la moda

- Su valor es independiente de la mayoría de los datos; las variaciones de los datos fuera de la moda no afectan su valor.
- Puede presentarse más de una moda.
- Si todos los valores son diferentes, no existe una moda.

- a) Comenta con tus compañeros cuáles son las características de las medidas de tendencia central que se relacionan con las medidas de variación.
- b) Propón ejemplos de grupos de datos que ilustren algunas propiedades descritas en el cuadro.



5. Organícense en equipos y lleven a cabo la siguiente práctica.

- a) Con una cinta métrica, midan la longitud entre las puntas de sus dedos cuando tienen los brazos extendidos.
- b) Repitan esta medición con 20 estudiantes, por lo menos.
- c) Organicen la información y hagan una tabla.
- d) Calculen las medidas de tendencia central y las de dispersión.
- e) Describan el conjunto de datos con base en sus medidas y encuentren un valor que sea representativo de este grupo.
- f) Elaboren una presentación y expónganla a sus compañeros.

#TIC T@C



Practica sobre las medidas de tendencia central en redir.mx/SSPM2-187a.

#TIC T@C

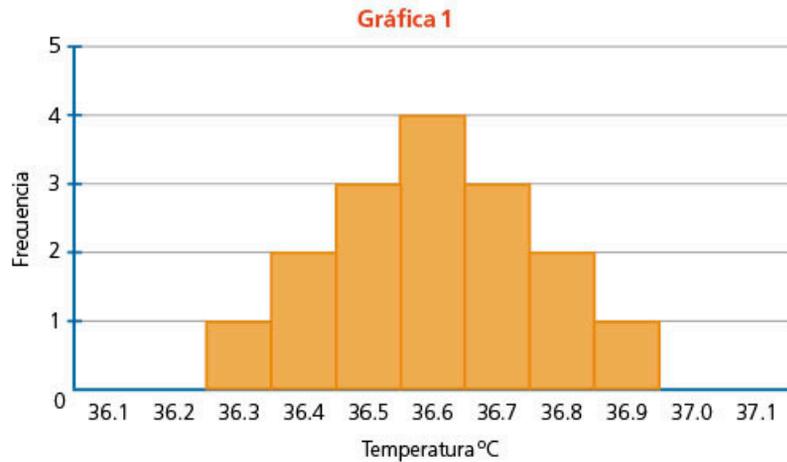


Entra en redir.mx/SSPM2-188a y resuelve la actividad sobre media aritmética.

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS

6. En equipo, lean el siguiente planteamiento y respondan las preguntas. Hagan las operaciones necesarias en su cuaderno.

- a) Una brigada de salud tomó la temperatura corporal a un grupo de estudiantes de segundo grado, y estos fueron los resultados.



» ¿Acuántos estudiantes se les hizo la prueba? _____

» Completen la lista de temperaturas de la gráfica 1 (en °C).

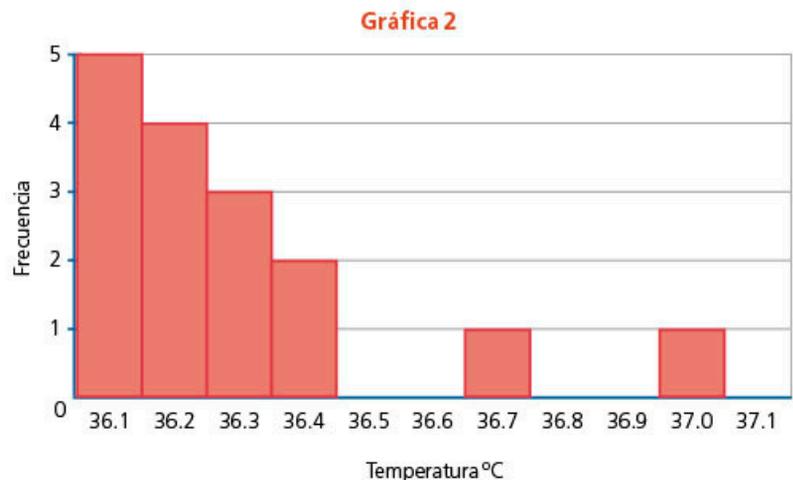
36.3, 36.4, _____

» Calculen las medidas de tendencia central y las de dispersión.

» En la gráfica 1, tracen una línea recta en el valor de cada medida de tendencia central.

» ¿Qué medida de tendencia central es la más representativa para el grupo de valores? _____

- b) Se midió la temperatura corporal a otro grupo de estudiantes y se representaron los resultados en la gráfica 2.



- » Completen la lista con las temperaturas de la gráfica 2 (en °C).

36.1, 36.1, _____

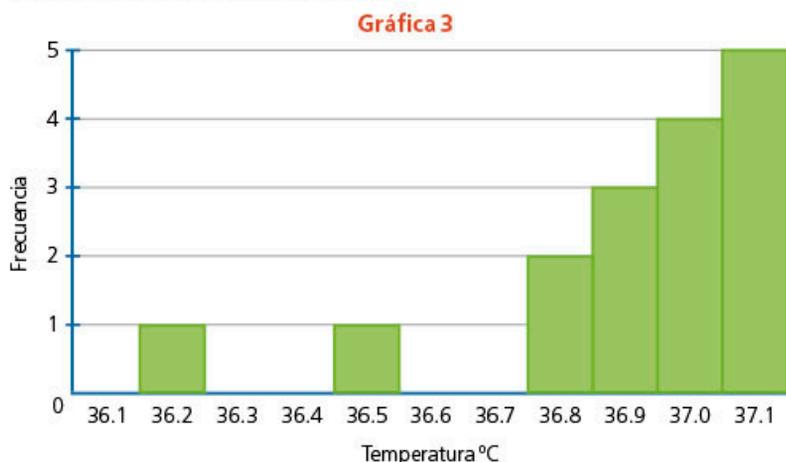
- » Calculen las medidas de tendencia central y las de dispersión.

- » En la gráfica 2, representen las medidas de tendencia central.
- » Analicen los datos que están aislados. ¿A qué medidas de tendencia central afectan estos valores? ¿Cómo se relaciona con las medidas de dispersión?

- » ¿Qué temperatura consideran que es representativa de este grupo

de valores? _____

- c) Se tomó la temperatura corporal a un tercer grupo de estudiantes. Los resultados se muestran en la gráfica 3.



- » Completen la lista de temperaturas (en °C) del tercer grupo.

36.2, 36.4 _____

- » Calculen las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión.

- » Tracen las medidas de tendencia central en la gráfica 3.

- » ¿Cuál es el valor representativo de este tercer grupo? _____

- d) Comparen los tres grupos. Analicen las medidas de tendencia central que son representativas en cada uno y las medidas de dispersión. Observen las formas de las gráficas. ¿Qué relación hay entre las medidas de dispersión y la gráfica?

7. De forma grupal, analicen y concluyan en qué condiciones o circunstancias se elige la media, mediana o moda como medida más representativa de los datos. Comenten qué información se obtiene de las medidas de dispersión (el rango y la DM) y cómo se relaciona con la gráfica.

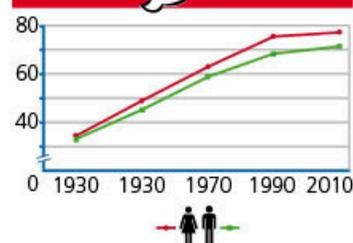


#BITÁCORA

Resuelve los problemas correspondientes a esta secuencia en la página 234.



#CONTEXTO

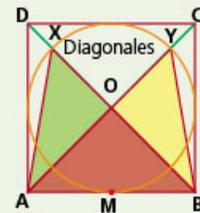
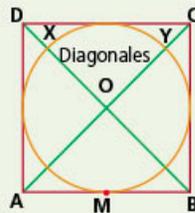
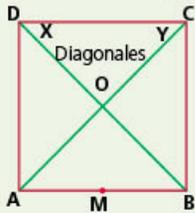


Las mujeres viven en promedio más años que los hombres. En 1930, la esperanza de vida para las personas de sexo femenino era de 35 años y para el masculino, de 33. Investiguen cuál es el valor actual en nuestro país y qué representa este valor.

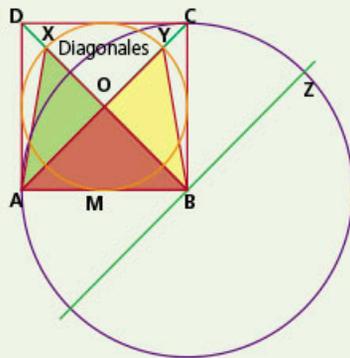
Un cubo de pirámides (caleidociclo tridimensional)

1. Este es un cubo formado por 24 pirámides, que puedes trazar a partir de las siguientes instrucciones.

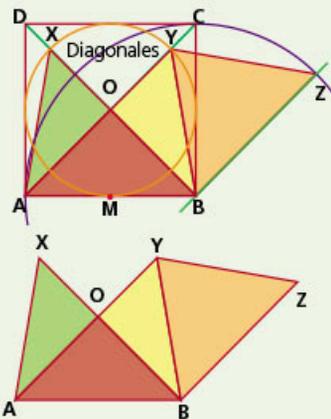
- a) Construye un cuadrado de medida x . Traza sus diagonales, nombra O al punto donde se cortan las diagonales y ubica el punto medio de su base (M).
- b) Marca una circunferencia de centro O y radio OM . Localiza X y Y , las intersecciones superiores de las diagonales y la circunferencia.
- c) Traza los triángulos ABO , YOB y XAO .



- d) Marca una paralela al segmento YO pasando por B . Luego traza una circunferencia de centro en B y radio BA . Localiza Z en la intersección de la circunferencia y la paralela.



- e) Traza el triángulo YBZ ; este es la plantilla de las 24 pirámides.



2. Sigue las instrucciones para armar el cubo.



Junta cuatro pirámides.

Pega sus bases con cinta.

Une dos pirámides con cinta.

Une el resto como se indica.

3. Arma las siguientes formas: cubo y pirámide truncada.



4. Explica, en tu cuaderno, cómo usaste tu juego de geometría para trazar lo que se pide en las instrucciones y compara la información con la de tus compañeros. Comenta con ellos si tuviste dificultades en la actividad y cómo las resolviste.

1. Haz lo que se pide.

Pedro es dueño de una tienda de deportes y desea hacer un pedido de tenis para fútbol, por lo cual decidió analizar las tallas que se vendieron los últimos meses. Las tallas fueron las siguientes.

19.5, 25.5, 24, 16.5, 24, 21, 18, 25.5, 18, 24,
21, 19.5, 16.5, 24, 18, 25.5, 19.5, 21, 24, 22.5

- a) ¿Cuál fue la talla más vendida?, ¿y la menos vendida?
- b) Calcula las siguientes medidas y explica qué indica cada una de ellas respecto al conjunto de datos.
- Moda: _____ Explicación: _____
 - Media aritmética: _____ Explicación: _____
 - Mediana: _____ Explicación: _____
 - Rango: _____ Explicación: _____
 - Desviación media: _____ Explicación: _____
- c) En tu cuaderno, traza una gráfica para representar el resultado. Explica por qué elegiste esa gráfica.
- d) Si esta muestra fuera representativa de sus clientes, ¿de qué número le conviene pedir más pares?

2. Resuelve el siguiente reto.

Ordena las tallas de zapatos de menor a mayor; después, elimina de la lista los datos repetidos. Supón que esa es una sucesión y determina dos expresiones algebraicas diferentes que te permitan calcular el término n .

3. Reflexiona sobre el trabajo que hiciste en la actividad 1. Para ello, identifica los conceptos clave que aplicaste.

Una estrategia de resolución de problemas consta de las siguientes etapas: 1. identificar datos y variables; 2. desarrollar el planteamiento; 3. obtener el resultado y comprobar la solución.

Nivel	Datos y variable	Planteamiento	Resultado
4	Interpreto las variables u otra información señalada en la situación.	Utilizo el planteamiento matemático para explicar la situación.	Hago una interpretación de la situación y explico el resultado. Compruebo las soluciones.
3	Interpreto algunas variables con dificultad, pero logro identificar la mayoría de los datos.	Tengo dificultades para explicar la situación a partir de los planteamientos matemáticos.	Tengo alguna dificultad para interpretar la situación y el resultado. A veces compruebo las soluciones.
2	Tengo problemas y confusión para identificar algunas variables de la situación. Logro deducir algunos datos.	No establezco un planteamiento matemático y no tengo una comprensión clara de la situación.	A veces obtengo el resultado correcto y logro interpretarlo. Casi nunca compruebo las soluciones.
1	No puedo identificar las variables de la situación. Supongo que los enunciados deben dar todos los datos.	No tengo ninguna respuesta y no entiendo la situación.	Si obtengo el resultado, no logro interpretarlo en la situación. No suelo comprobar las soluciones.

Aprendizaje esperado: calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.

MIS PRIMERAS IDEAS

Los cuerpos geométricos tienen tres dimensiones: largo, ancho y alto. Pero ¿cómo los podremos formar a partir de un polígono de dos dimensiones, es decir, largo y ancho?

1. En parejas, lleven a cabo la actividad.

- Consigan los siguientes materiales: cartulina, lápiz, regla, tijeras, pegamento y un palito de cuerpo redondo de 30 cm de largo.
- a) En la cartulina, tracen un rectángulo como el de la figura 1 y recórtelo.
- b) Peguen la pestaña de 2 cm alrededor del palito de madera, procurando que quede en la parte superior del palito.
- c) Giren la pieza lo más rápido posible. ¿Qué cuerpo geométrico se forma?

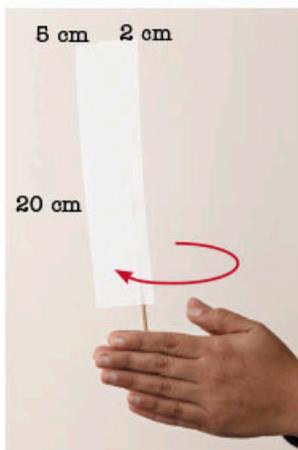


Figura 1

- d) ¿Cuál es el área del polígono trazado en la cartulina (sin considerar la pestaña)? _____
- e) Con las medidas de este polígono, ¿se puede calcular el volumen del cuerpo geométrico que se forma al hacerlo girar? Argumenten su respuesta.

- f) Comenten grupalmente la experiencia de la actividad.

2. Hagan lo que se pide.

- a) En una hoja, tracen y recorten un rectángulo de 25 cm por 10 cm.
- b) Unan con cinta adhesiva sus dos extremos de 25 cm de largo, como se muestra a continuación.

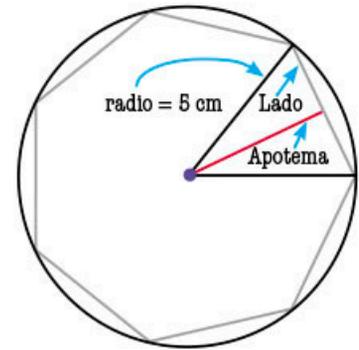


- c) ¿Qué cuerpo geométrico se forma? _____
- d) ¿Cuál es el área del rectángulo que utilizaron? _____
- e) Si tuvieran que crear las bases de este cuerpo geométrico, ¿qué forma y medidas tendrían? Discútanlo con sus compañeros.

- f) ¿Cómo obtendrían su volumen?

➔ MI PROCESO DE APRENDIZAJE

3. En parejas, completen la siguiente tabla. Consideren que las bases de los prismas, con forma de polígonos regulares, están inscritos en una circunferencia de 5 cm de diámetro.

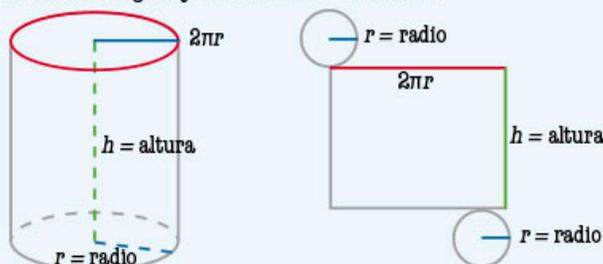


Volumen del prisma

Forma de la base	Lado del polígono	Apotema	Área de la base	Altura	Volumen del prisma
Pentágono regular	5.88 cm	4.05 cm		1 cm	
Hexágono regular	5 cm	4.33 cm		1 cm	
Heptágono regular	4.34 cm	4.5 cm		1 cm	
Octágono regular	3.83 cm	4.62 cm		1 cm	
Eneágono regular	3.42 cm	4.7 cm		1 cm	
Decágono regular	3.09 cm	4.76 cm		1 cm	

- a) Tracen, en su cuaderno, los polígonos de la tabla anterior. Describan cómo se relaciona el área de cada uno con la de una circunferencia de 5 cm de radio.
-
- b) Con base en esta observación, ¿cómo consideran que se relaciona el volumen de los prismas de la tabla con el de un cilindro de 5 cm de radio y 1 cm de alto?
-
- c) A partir de sus respuestas anteriores, describan cómo calcularían el volumen de un cilindro.
-
- d) Lean la información del recuadro. Comparen la fórmula para calcular el volumen de un cilindro con el procedimiento del inciso anterior.

Un **cilindro** es un cuerpo geométrico formado por dos bases circulares paralelas y una cara lateral rectangular, por lo cual su desarrollo plano está formado por un rectángulo y un círculo de cada lado.



Su volumen se calcula con la fórmula $V = A \times h$, o también $V = \pi r^2 h$, donde...
 A = área de la circunferencia, r = radio de la circunferencia, h = altura

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS



4. Lee la siguiente situación y resuelve el problema.

Israel es entrenador de un equipo de fútbol; el día de hoy, el equipo tendrá partido y decidió sorprender a sus jugadores regalándoles un vaso personalizado como el que se muestra en la imagen de la izquierda, el cual tiene el logo de su equipo y el nombre de cada jugador. Cada vaso tiene una capacidad de 1 L y mide 20 cm de alto hasta donde coinciden el inicio de la tapa y el límite para colocar el líquido.

- ¿Qué forma tiene la base del vaso? _____
- ¿Cuántas caras laterales tiene el vaso? _____
- ¿Qué forma tienen las caras laterales? _____
- ¿Cuál es el volumen del vaso sin tener en cuenta la parte de la tapa? _____
- ¿Cuál es el área de la base del vaso? _____
- Aproximadamente, ¿cuál es la medida del radio de la base? _____
- El entrenador desea guardar 24 vasos en una caja. ¿Cuáles podrían ser sus dimensiones y qué volumen ocuparían? _____
- Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Cuando sus respuestas sean diferentes, revisen sus procedimientos y validen los resultados correctos.

5. Completa las siguientes tablas de equivalencias.

Volumen		Capacidad	Lado	
_____ cm ³		1 L	1 m ³	_____ cm ³
_____ dm ³		1 L	1 m ³	_____ dm ³
_____ m ³		1 L	1 cm ³	_____ m ³

6. Trabajen en equipo. Usen el valor de $\pi = 3.14$ para resolver los problemas.

- Calculen el volumen de un tinaco cuyo diámetro es 1.2 m y su altura, 165 cm. Expresen su respuesta en metros cúbicos y centímetros cúbicos.

- Calculen la altura de un cilindro cuya área de la base es 200.96 m² y su volumen es igual a 4421.12 m³. _____
- Calculen el diámetro de un tanque de gas que tiene un volumen de 0.942 m³ y una altura de 120 cm. _____
- Consigan objetos cilíndricos en los que puedan almacenar comida o líquidos. Por ejemplo, latas de diferentes tamaños o envases de plástico. Tomen sus medidas y calculen su volumen en su cuaderno. ¿Coincide con la información mostrada en la etiqueta?
- Comparen sus respuestas con las de tus compañeros. Analicen los procedimientos y comenten cuáles valores conocían. ¿En todos los casos fue sustitución directa? Si faltaba algún dato, ¿cómo lo averiguaron?

#REFLEXIONA



Para resolver un problema, necesitas integrar diferentes estrategias: analizar la información con la que cuentas, por ejemplo, las unidades; elaborar un diagrama; deducir los datos necesarios; hacer conjeturas. Recuerda que existe más de un camino para resolver un problema.



7. En parejas, resuelvan los problemas tomando $\pi = 3.14$.

- a) Para elaborar una maqueta, se requiere construir un cilindro de 11 cm de altura con una capacidad de 77.715 mL.
- » ¿Cuál es la medida del radio? _____
 - » ¿Qué cantidad de papel se necesita para su construcción? _____
- b) ¿Cuántos decímetros cúbicos hay en tres botellas de agua de 2 L y 10 botellas de agua de 500 mL? _____
- c) El volumen de un cilindro es de 75.36 cm^3 . Si su altura es el triple de su radio, ¿cuánto mide su diámetro y cuánto su altura? _____
- d) Si dos latas cilíndricas tienen el mismo volumen y la primera tiene el cuádruple de altura que la segunda, ¿qué relación guarda el radio de la primera lata respecto al radio de la segunda lata? _____
- e) En su cuaderno, redacten de manera detallada el procedimiento que siguieron para responder el planteamiento anterior y compártanla con el grupo. Con ayuda del profesor, lleguen conclusiones sobre la respuesta correcta y propongan tres ejemplos.



8. Resuelve los siguientes problemas. Elabora un diagrama en tu cuaderno para representar cada una de las situaciones.

- a) Un depósito tiene forma cúbica de 3 m de lado, y se desea construir un depósito en forma cilíndrica con la misma área lateral.
- » ¿Cuál debe ser la medida de su radio? _____
 - » ¿Qué depósito tendrá mayor volumen? _____
- b) Un cilindro está inscrito en un prisma cuadrangular de 10 cm de lado y 30 cm de altura.
- » ¿Cuál es el volumen del cilindro? _____
 - » ¿Cuál sería el volumen del cilindro si estuviera circunscrito? _____

9. Inventa un problema que se resuelva con el volumen de un cilindro.

- a) Redacta el enunciado en tu cuaderno con la siguiente condición: los datos no deberán sustituirse directamente en la fórmula; se necesitará deducirlos de un diagrama o de la información del enunciado.
- b) Intercambia el enunciado con un compañero para que lo resuelva; tú haz el que recibiste.
- c) Escribe un reporte con la solución. Primero, identifica que contabas con los datos suficientes para resolver el problema y valida el procedimiento y sus resultados.



10. De manera grupal, analicen sus respuestas del problema anterior y comenten la diferencia entre *inscrito* y *circunscrito*. Construyan una fórmula para calcular los resultados de manera directa.



#TIC T@C

Consulta el desarrollo plano del cilindro, así como su área y su volumen en redir.mx/SSPM2-195a.



#BITÁCORA

Ve a la página 234 para resolver el problema correspondiente a esta secuencia.



#CONTEXTO



El Centro Internacional de Exposiciones y Convenciones World Trade Center de la Ciudad de México tiene en la parte superior el restaurante giratorio más grande del mundo. Investiguen sus medidas y calculen su volumen.

Aprendizaje esperado:

analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.

#DATO

El peso registrado en la báscula corresponde a la cantidad de masa. Esta se mide en gramos, kilogramos, etcétera.

MIS PRIMERAS IDEAS

El hermano pequeño de Carlos le compartió una adivinanza que escuchó en la escuela: "¿Qué pesa más: un kilo de plomo o uno de algodón?". Carlos le respondió y luego le hizo la siguiente pregunta a su hermano: "¿Qué ocupa más espacio: un kilo de plomo o un kilo de algodón?".

1. Responde los acertijos anteriores.

- a) ¿Qué pesa más: un kilo de plomo o uno de algodón? _____
- b) ¿Qué ocupa más espacio? _____

2. Organícense en equipos y lleven a cabo la siguiente actividad.

Consigan un vaso o recipiente pequeño con forma cilíndrica, agua, algodón y arena (pueden usar gravilla o tartán). Necesitarán también una regla y una báscula como la que se usa para pesar ingredientes en la cocina.

- a) Llenen completamente el vaso con algodón y colóquenlo en la báscula. ¿Cuánto pesó?

- b) Llenen completamente el vaso con la arena y pésenlo. ¿Cuánto pesó?

- c) Repitan los pasos anteriores, pero llenen el vaso a la mitad. ¿Cuánto pesó cada material?

- d) Calculen el volumen del vaso (o recipiente). _____

- e) Completen la siguiente tabla.

Algodón			Arena		
Cantidad	Un vaso	Medio vaso	Cantidad	Un vaso	Medio vaso
Masa del algodón			Masa de la arena		
Volumen			Volumen		

- f) Llenen ahora un vaso con agua y pésenlo. Hagan lo mismo con medio vaso y completen la tabla.

Agua		
Cantidad	Un vaso	Medio vaso
Masa del agua		
Volumen		

- g) Relacionen la masa de cada material con el volumen del vaso. Calculen para cada tabla el siguiente cociente: masa/volumen.
- h) ¿Identifican algún patrón o algo en común entre los resultados? Comenten sus observaciones con sus compañeros.

MI PROCESO DE APRENDIZAJE

3. En equipo, lean la información del recuadro y compárenla con sus conclusiones de la actividad anterior.

La densidad (D) es la cantidad de masa (m) de un material que hay en una determinada unidad de volumen (V).

$$D = \frac{m}{V}$$

La densidad suele medirse en kg/m^3 o en g/cm^3 .

Observa que, dependiendo del material, una misma cantidad de masa puede ocupar más o menos espacio (como en el caso del plomo y el algodón); también, que en una misma cantidad de espacio puede haber una cantidad de masa mayor o menor (como en el caso de la arena y el algodón).

- a) La densidad del agua es de $1 \text{ g}/\text{cm}^3$. Escriban con sus propias palabras qué representa. _____
- b) Compáren el valor de la densidad del agua con el resultado que obtuvieron en la actividad anterior. ¿Cómo son?

- c) Comenten sus respuestas con otros compañeros. Si los valores que obtuvieron para la densidad del agua son muy diferentes a $1 \text{ g}/\text{cm}^3$, concluyan a qué se debe la diferencia.

#DATO

La densidad de los líquidos es la relación que existe entre su masa y su volumen. Dos líquidos, como el agua y el aceite, pueden separarse gracias a que tienen distintas densidades y no se disuelven entre sí con facilidad.

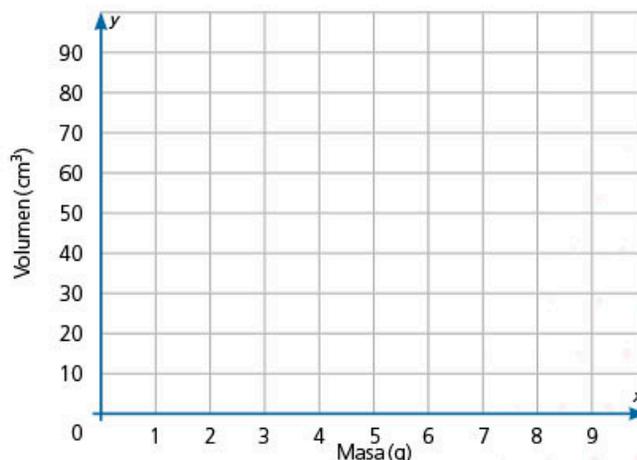


4. Analiza la siguiente situación sobre la densidad del cobre.

- a) Completa la tabla con la relación entre la masa y el volumen de distintas cantidades de cobre.

Cobre					
Masa (g)		2		5	10
Volumen (cm^3)	10		36	45	60

- b) Traza la gráfica que relaciona el volumen con la masa del cobre.



#REFLEXIONA



Las relaciones de correspondencia entre dos conjuntos de datos tienen diferentes formas de expresarse: como una gráfica, como una tabla de números o como una fórmula.

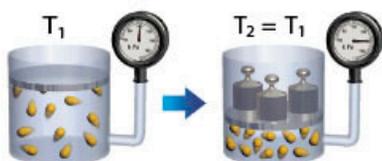


Figura 1

#TIC T@C



Aprende más sobre la ley de Boyle en redir.mx/SSPM2-198a.

#BITÁCORA



Resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia en la página 235.

- c) Selecciona el tipo de relación que hay entre la masa y el volumen del cobre.

Directamente proporcional Inversamente proporcional De otro tipo

Argumento: _____

- d) Escribe la expresión algebraica que relaciona la masa del aluminio con su volumen.

$$V = \underline{\hspace{2cm}}$$

- e) Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Observen si existe alguna relación entre la constante de proporcionalidad de la expresión algebraica anterior y el valor de la densidad del cobre.

5. En parejas, lean la información del recuadro y hagan lo que se pide.



La ley de Boyle establece que, cuando la temperatura es constante y se tiene cierta cantidad de gas en un recipiente cerrado, sucederá lo siguiente: si la presión aumenta, el volumen disminuye; si la presión disminuye, el volumen aumenta (ver figura 1).

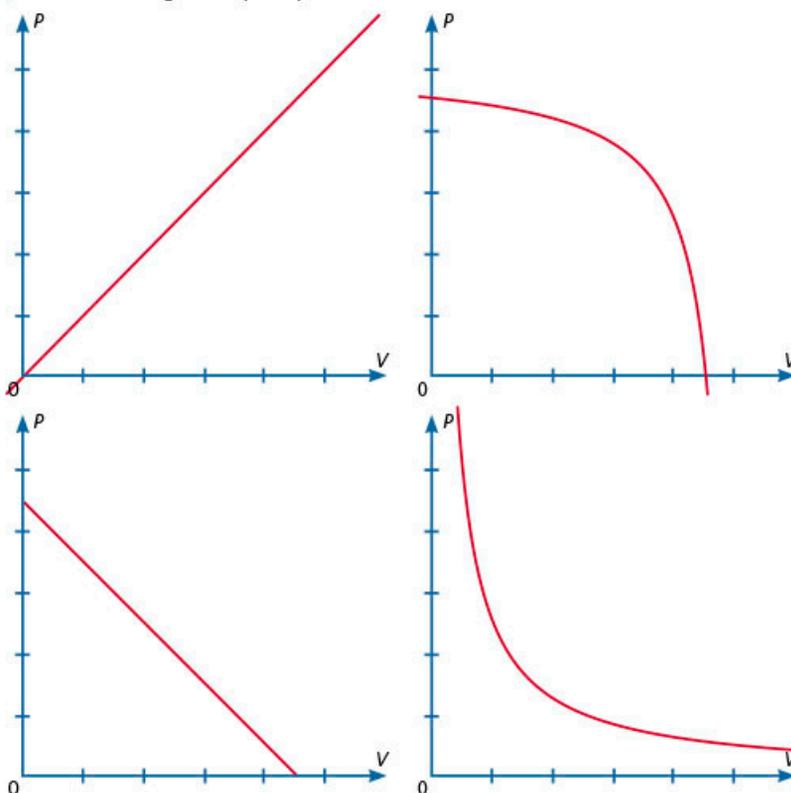
- a) ¿Qué expresión representa esta relación? Consideren que P = presión, V = volumen y k es un valor constante.

$$k = P + V$$

$$k = \frac{P}{V}$$

$$k = PV$$

- b) Seleccionen la gráfica que representa esta relación.



- c) En grupo, y con ayuda del profesor, analicen la equivalencia entre las expresiones $k = PV$ y $P = k \frac{1}{V}$. ¿Cuál usaron para seleccionar la gráfica? Relacionen la gráfica que eligieron con lo expresado en la ley de Boyle.



6. Responde las preguntas con base en la gráfica.

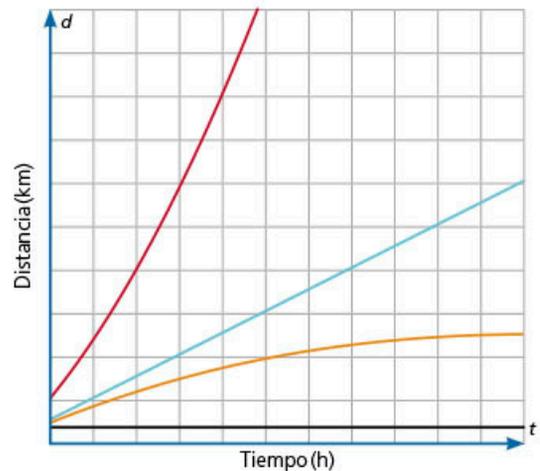
- a) La gráfica presenta la relación entre el tiempo y la distancia que han recorrido cuatro vehículos (A, B, C, D). Lee los siguientes enunciados y anota en la gráfica a qué vehículo se refiere cada caso.

El vehículo B va disminuyendo su velocidad, por lo que avanza menos distancia por cada hora que pasa.

El vehículo C avanza a velocidad constante. En otras palabras, avanza la misma distancia por cada hora de recorrido.

El vehículo D aumenta su velocidad cada vez más. De esta forma, por cada hora que pasa, avanza mayor distancia.

- b) Observa la gráfica del vehículo que se mueve a velocidad constante, lo que origina una línea recta. ¿Cómo son las gráficas de los otros vehículos?



La velocidad (v) es la distancia (d) recorrida en un intervalo de tiempo (t).

$$v = \frac{d}{t}$$

Cuando la velocidad es constante en periodos de tiempos iguales (por ejemplo, una hora o un segundo), el vehículo avanza la misma distancia.

Despejando d de la expresión $v = \frac{d}{t}$, obtenemos $d = vt$. Cuando la velocidad es constante, podemos deducir que la distancia es directamente proporcional al tiempo, por lo que su gráfica es una línea recta.



7. Trabaja con un compañero y resuelvan el problema.

Ignacio es conductor de una grúa de auxilio vial y mecánico en carretera. Todos los días recorre varias vueltas de la autopista Kantunil-Cancún en un tramo de 50 km que es prácticamente recto.

- a) Completen la tabla.

Distancia (km)	50	50	50	50	50
Tiempo (h)	$\frac{1}{4}$ (15 min)	$\frac{1}{2}$ (30 min)	1	2	4
Velocidad (km/h)	200	100	50	25	12.5

- b) Analicen la tabla anterior. Noten que la distancia de recorrido es la misma. ¿Cómo cambia el tiempo y la velocidad? Completen las siguientes frases con sus observaciones.

Cuando la velocidad se duplica, el tiempo de recorrido _____

Cuando el tiempo se duplica, la velocidad _____

Esto muestra que la relación entre _____ y _____ es _____ proporcional.



#REFLEXIONA

Al leer una definición o información nueva, busca maneras de confirmar si la comprendiste. Propón ejemplos que ilustren la relación $d = vt$ y grafícalos. También puedes formularte preguntas: ¿se obtiene una línea recta? ¿Cómo es su inclinación cuando la velocidad aumenta o disminuye?



8. En grupo, revisen sus respuestas del par de actividades anteriores en las que se relacionaron el tiempo, la distancia y la velocidad de un vehículo. ¿Cuáles son relaciones de proporcionalidad directa o inversa? ¿Qué condiciones deben cumplirse en cada caso?

➔ MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS



9. Lleva a cabo la siguiente actividad.

En la Ciudad de México, el reglamento de tránsito estableció los siguientes límites de velocidad.



En carriles centrales de las vías de acceso controlado



En vías primarias



En vías secundarias



En zonas de tránsito calmado



En zonas escolares o de hospitales



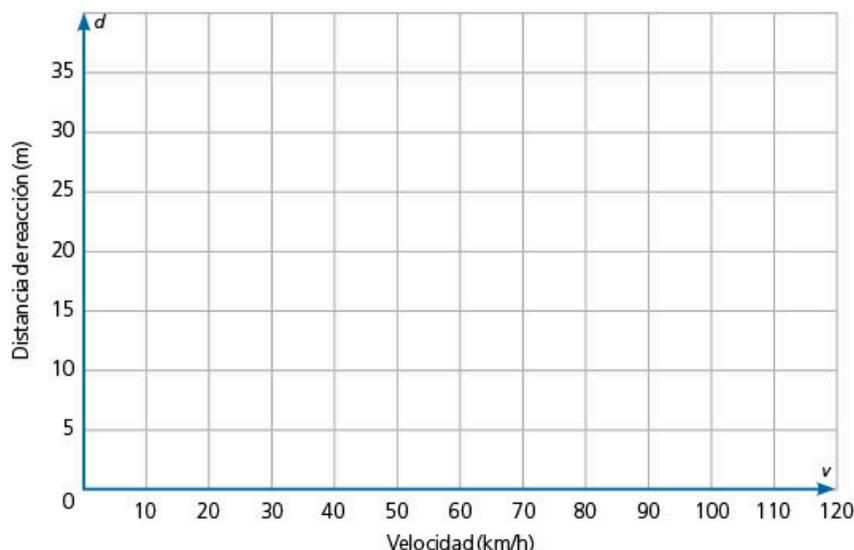
En estacionamientos

- a) Transforma las velocidades de kilómetros por hora a metros por segundo.

Velocidad en km/h	80	50	40	30	20	10
Velocidad en m/s						

- b) La distancia de reacción es la distancia que se recorre en el tiempo que tardamos en percibir el peligro y, como su nombre lo dice, reaccionar. En condiciones normales, un conductor tarda un segundo en pisar el freno.

Traza una gráfica en la que se vea la distancia de reacción (es decir, la distancia recorrida en un segundo) para cada uno de los límites de velocidad anteriores.



#FUENTE



Marc Augé, *Elogio de la bicicleta*, s/c, Gedisa Editorial, 2008.

Con este libro se pueden conocer todos los mundos que rodean la bicicleta, desde la historia de un niño que ve pasar el Tour de France por su pueblo hasta la forma en la que las personas la usan para transportarse diariamente. Es un elogio a un medio de transporte que nos enseña a estar en armonía con el tiempo y el espacio.

- c) Un automobilista va en carretera a 120 km/h. Supón que el vehículo se encuentra a 30 m de un objeto que invade el camino. Si el tiempo de reacción del conductor es de 1 segundo, ¿alcanzaría a esquivar el obstáculo? Explica tu respuesta.

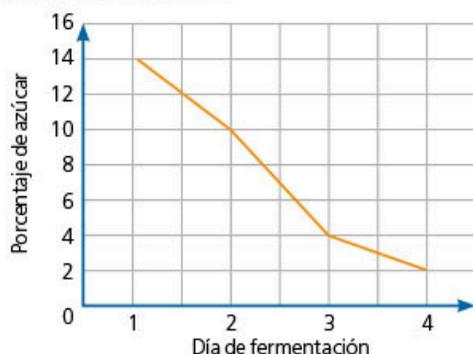
- d) ¿Qué relación observas entre la velocidad y la distancia de reacción: son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o de otro tipo?

- e) Compara tus respuestas con las de tus compañeros. Con base en lo que observaste en la gráfica, justifica por qué es importante respetar los límites de velocidad y explica cuál es su relación con la distancia de reacción.

10. Lleva a cabo la siguiente actividad.

La fermentación es un proceso químico producido por el efecto de microorganismos tales como levaduras y bacterias, los cuales transforman algunas sustancias orgánicas en productos como vino, vinagre, algunos tipos de alcohol y dióxido de carbono. Estas sustancias son muy útiles en la industria alimentaria, en la preparación de medicamentos, cosméticos, alimentos para niños, etcétera.

Otro aspecto importante en el proceso de fermentación es la reducción de azúcar en función de los días de fermentación. La siguiente gráfica muestra esta parte del proceso de fermentación de un fruto.



- a) Determina los intervalos en los que se define cada una de las rectas.

- b) Escribe junto a cada segmento el valor de su pendiente.

- c) En este contexto, ¿qué significa que una recta tenga la menor pendiente?

11. En grupo, analicen las diferentes situaciones exploradas en esta secuencia. Después, elaboren un mapa mental sobre los fenómenos vistos y el tipo de relación entre sus variables: directamente proporcional, inversamente proporcional u otro tipo (describan cómo es).



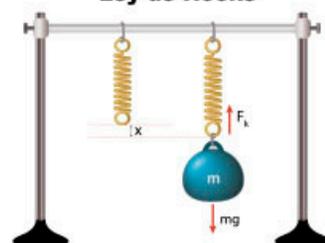
#PROTAGONISTA

Comprender los fundamentos de las normas que se establecen en los reglamentos favorece que se respeten. Por ejemplo, los límites de velocidad se fijan para reducir los riesgos de accidente de tránsito. ¿Conoces el reglamento de tránsito de tu estado? ¿Sabías que en él existe un apartado para los peatones? ¿Cómo podrías favorecer la convivencia entre los diversos usuarios de la vía pública?



#CONTEXTO

Ley de Hooke



No es posible estudiar varios fenómenos físicos con experimentos, por lo que los científicos hacen simulaciones en programas de computadora; de esta forma, pueden controlar y observar las variables. Busca en internet simuladores y explora el comportamiento de diferentes fenómenos, como el del alargamiento de un resorte.

Aprendizaje esperado: resuelve problemas de potencias con exponente entero y aproxima raíces cuadradas.

➔ **MIS PRIMERAS IDEAS**

Elsa elabora chocolates artesanales y los vende en cajas con forma cuadrangular. En la caja más pequeña se pueden acomodar 4 piezas colocando 2 chocolates por lado.



1. Responde las preguntas.

- a) El tamaño siguiente de caja es el que contiene 9 chocolates. ¿Cuántas piezas se pueden colocar por lado? _____
- b) En el siguiente tamaño de caja, ¿cuántas piezas de chocolate caben en total y cuántas piezas hay en cada lado?

- c) Para la época navideña, Elsa empacó cajas con 64 chocolates. ¿Cuántas piezas de chocolate hay en cada lado de la caja? _____
- d) Elsa elaboró una nueva variedad de chocolates con almendra y miel, y obtuvo un total de 94 piezas. ¿Cuál es la caja más grande que podría utilizar y cuántas piezas sobrarían?

2. Trabaja con un compañero y respondan las preguntas sin usar calculadora.

Carlos heredó un terreno de forma cuadrangular que mide $1\ 000\text{ m}^2$. Si el metro lineal de **mallá ciclónica** cuesta \$50.00, ¿cuánto costará cercar el terreno?

Carlos no tiene calculadora, por lo que necesita estimar la longitud del lado para tener un presupuesto del costo de la cerca.

- a) Calculen cuánto mide el lado del terreno. _____
- b) Carlos piensa que el lado del terreno es de por lo menos 30 m, pero de no más de 40 m. ¿Consideran que hizo una buena estimación?

- c) Encuentren cuántos metros mide el lado del terreno de Carlos. Aproximen su resultado a la unidad más cercana.

- d) ¿Cuánto dinero necesitará Carlos para cercar el terreno?

3. Compara tus respuestas con las de tus compañeros y expliquen qué estrategias usaron. Lleguen a un acuerdo de cuál fue la mejor estimación y corrijan sus respuestas si es necesario

GLOSARIO

mallá ciclónica: entramado de alambre que sirve para delimitar un espacio al aire libre.



MI PROCESO DE APRENDIZAJE

La **radicación** consiste en encontrar un número (raíz) tal que, al multiplicarlo las veces que indique el índice (n), se obtenga el radicando. La radicación es inversa a la potenciación.



En particular, la raíz cuadrada es inversa de la potencia de 2. Por ejemplo:

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

Al aplicar raíz cuadrada al resultado, se obtiene $\sqrt{9} = 3$.



4. Resuelve las operaciones; guíate por el ejemplo.

a) $\sqrt{25} = 5$, porque 5^2 es igual a $5 \times 5 = 25$.

b) $\sqrt{81} = \underline{\hspace{2cm}}$, porque $\underline{\hspace{2cm}}^2$ es igual a $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

c) $\sqrt{144} = \underline{\hspace{2cm}}$, porque $\underline{\hspace{2cm}}^2$ es igual a $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. Completa la tabla; sigue el ejemplo de la primera fila.

Polígono	Radicando	Raíz	Potenciación
$\sqrt{64}$	64	8	$8^2 = 64$
$\sqrt{49}$			
$\sqrt{10000}$			
$\sqrt{0.36}$			
$\sqrt{0.01}$			



6. En parejas, resuelvan las operaciones.

a) $4^2 + \sqrt{9} = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $10^3 - \sqrt{81} = \underline{\hspace{2cm}}$ c) $(0.4)^3 + \sqrt{0.25} = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} = \underline{\hspace{2cm}}$ e) $\sqrt{16} \times \sqrt{25} = \underline{\hspace{2cm}}$ f) $8^2 + \sqrt{36} \times 30 = \underline{\hspace{2cm}}$



7. Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas.

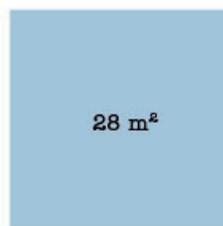
Guadalupe se inscribió a un programa de emprendedores, gracias al cual recibió un paquete para la instalación de una hortaliza que, según las instrucciones, ocupa 28 m^2 . Ella quiere instalar su hortaliza en una superficie cuadrangular.

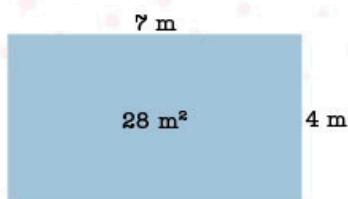
a) Guadalupe piensa que el cuadrado tendrá cerca de 6 m de lado y Sofía supone que su lado es más cercano a 5 m. ¿Con qué estimación estás de acuerdo? Explica por qué.



#REFLEXIONA

Observa que, para representar la raíz cuadrada de un número, se puede escribir el índice 2 o simplemente el signo del radical sin ningún número: $\sqrt[2]{a}$ o \sqrt{a}





Felipe les dice que conoce un método para encontrar la medida del lado. Para ello, se requiere un rectángulo inicial cuya área debe ser igual a 28 m^2 . En este caso, sugiere que sean lados de 7 m y 4 m; después, se lleva a cabo el siguiente procedimiento.

- » Obtener el promedio de las medidas de los lados del rectángulo 1.

- » Encontrar un número que multiplicado por el valor anterior sea igual al área. Para ello, se plantea la ecuación $(5.5)(x) = 28$.

- » Resolver la ecuación para x . _____

- » De esta forma, se obtiene un segundo rectángulo, cuyos lados son 5.5 y 5.0909; sin embargo, esta figura no es un cuadrado, por lo que se repite el procedimiento.

b) Repite el procedimiento anterior y obtén las medidas de un tercer rectángulo.

- » Medidas iniciales de los lados:

5.5 m y 5.0909 m

- » Promedio:

- » Ecuación:

(_____) $(x) = 28$

$x =$ _____

- » Medidas del tercer rectángulo:

c) Como las medidas obtenidas aún no son iguales, se repite el procedimiento para un cuarto rectángulo.

- » Medidas iniciales de los lados:

- » Promedio:

- » Ecuación:

(_____) $(x) = 28$

$x =$ _____

- » Medidas del cuarto rectángulo:

d) Si los lados no son iguales, repite, en tu cuaderno, el procedimiento hasta que obtengas los mismos valores.

e) Si las medidas son iguales, completa la siguiente frase.

La medida de los lados de un cuadrado cuya superficie es 28 m^2 es aproximadamente _____

f) En grupo, verifiquen sus respuestas, comenten sus dudas y resuélvanlas con ayuda del profesor.

#REFLEXIONA



Investiga qué son los procedimientos iterativos y determina si el procedimiento propuesto por Felipe es de este tipo.



8. En parejas, usen el método anterior para obtener la mejor aproximación y resolver el siguiente problema.

Estela recibió también un paquete para la instalación de una hortaliza, pero para una superficie de 54 m^2 . ¿Cuánto deben medir los lados de un cuadrado para cubrir esta superficie?

- a) Efectúen las operaciones en su cuaderno y describan lo que hicieron en cada paso. A continuación, escriban un enunciado con su respuesta.

- b) Comparen sus respuestas con las de otras parejas. ¿Obtuvieron los mismos valores? ¿Usaron los mismos valores iniciales? Guiados por su profesor, discutan sus soluciones.



9. En equipos, investiguen sobre el *Método Babilónico para la extracción de la raíz cuadrada*, que usaron en las actividades 7 y 8. Elaboren un cartel y expónganlo ante sus compañeros.



10. Con base en la definición de *radicación*, subraya las igualdades que son verdaderas.

a) $\sqrt{25} = 5$

b) $\sqrt{0} = 0$

c) $-\sqrt{25} = -5$

d) $\sqrt{25} = -5$

11. Lee la información del siguiente recuadro. Después, verifica tus respuestas de la actividad anterior.

Al efectuar las siguientes multiplicaciones

$$(-3) \times (-3) = (-3)^2 = 9 \text{ y } 3 \times 3 = 3^2 = 9$$

se obtiene el mismo resultado, así que -3 también es raíz cuadrada de 9.

Para evitar confusiones, si se quiere obtener la raíz cuadrada negativa de un número, es necesario colocar el signo menos antes de la raíz: $-\sqrt{n}$

$$\sqrt{9} = 3 \text{ y } -\sqrt{9} = -3$$

Si se desea indicar las dos raíces, se utiliza el signo \pm .

$$\pm\sqrt{9} = \pm 3$$

12. Lee el siguiente planteamiento y responde las preguntas.

El avance en el desarrollo de la **nanotecnología**, así como el uso de nuevos materiales, han permitido la construcción de **procesadores** cada vez más pequeños. Un procesador de 0.04 mm^2 puede contener hasta 4 millones de transistores (pequeños dispositivos procesadores de señales eléctricas) que permiten efectuar miles de operaciones matemáticas por segundo.

- a) ¿Cuánto mide el lado de un procesador con forma cuadrangular cuya superficie es de 0.04 mm^2 ?

GLOSARIO



nanotecnología: área que se dedica al diseño y construcción de dispositivos tecnológicos de tamaños microscópicos.

procesador: componente electrónico que efectúa operaciones matemáticas y procesos lógicos; también se encarga de controlar las principales funciones de los dispositivos electrónicos.



#EXPERIMENTA



Resuelve la actividad "¿Cuál es su raíz?", en la página 208.

#BITÁCORA



En la página 235, resuelve la actividad correspondiente a esta secuencia.

#PROTAGONISTA



Comprender el lenguaje matemático es una habilidad que se desarrolla paulatinamente. Cuando lees una definición, propón ejemplos para verificar si has comprendido los nuevos conceptos. La autonomía en tu aprendizaje también es una cualidad que necesitas desarrollar.

b) Escribe la operación matemática que te permite encontrar la respuesta al planteamiento anterior.

c) ¿De qué forma puedes comprobar que la raíz obtenida es la correcta? Explica tu respuesta. _____

d) Compara la raíz obtenida con el radicando, utiliza $<$, $>$ o $=$ para establecer la relación. _____

e) Analiza el caso cuando el radicando es mayor que 1, por ejemplo, obtén $\sqrt{9}$ y compara la raíz con el radicando. _____

13. Obtén la raíz de los siguientes números y establece la comparación entre la raíz y el radicando. En tu cuaderno, escribe tus conclusiones y compártelas con tus compañeros.

a) $\sqrt{16}$

b) $\sqrt{0.25}$

c) $\sqrt{0.81}$

d) $\sqrt{0.09}$

e) $\sqrt{81}$

f) $\sqrt{36}$

14. Reúnete con un compañero, desarrollen la operación que se indica en cada lado de la igualdad y verifiquen si esta es correcta.



a) $\sqrt{16+9} = \sqrt{16} + \sqrt{9}$

» ¿Es correcta la igualdad? Argumenten su respuesta.

b) $\sqrt{9 \times 4} = \sqrt{9} \sqrt{4}$

» ¿Es correcta la igualdad? Argumenten su respuesta.

c) $\sqrt{\frac{100}{4}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{4}}$

» ¿Es correcta la igualdad? Argumenten su respuesta.

La raíz de un producto es igual al producto de las raíces de los factores.

$$\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

La raíz de un cociente es igual al cociente de las raíces del dividendo y del divisor.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

MIS NUEVOS CONOCIMIENTOS



15. Para cada caso, plantea la raíz de un producto; posteriormente, aplica las propiedades anteriores para obtener el resultado.

a) $\sqrt{64} = \sqrt{16 \times 4}$

b) $\sqrt{400} =$

$\sqrt{64} = \sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad}$

$\sqrt{64} =$

$8 =$

c) $\sqrt{36} =$

d) $\sqrt{576} =$

e) $\sqrt{900} =$

f) $-\sqrt{100} =$



16. Reúnete con un compañero y resuelvan en su cuaderno los siguientes problemas. Empleen alguno de los métodos aprendidos en esta secuencia para aproximar la raíz cuadrada y comprueben sus resultados usando una calculadora.

a) ¿Cuánto mide de lado un cuadrado cuya área es 56.25 m^2 ? _____

b) El área de un círculo es 18.9 m^2 . ¿Cuál es el radio del círculo? Aproxima tu resultado a centésimos. _____

c) ¿Cuál es el diámetro de un círculo que tiene una superficie de $49\pi \text{ cm}^2$? _____



17. El siguiente cuadrado mide 9 cm por lado. Determina el área de la superficie azul. Copia el modelo en tu cuaderno y con las dos piezas forma un cuadrado. Determina la medida de cada lado.



18. De forma grupal, lleven a cabo un debate sobre el siguiente planteamiento. ¿Por qué la potenciación es la operación inversa a la radicación? Escriban sus conclusiones en su cuaderno.

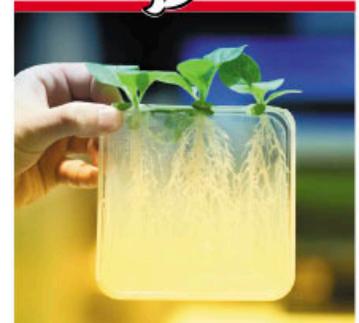
#TIC T@C



En algunas aplicaciones para celular y sitios web dedicados al cálculo matemático, la raíz cuadrada de un número a se indica con el comando `sqrt(a)`. Por ejemplo, `sqrt(25) = 5`.

Si no tienes calculadora científica, usa un buscador de internet para encontrar una que esté en línea.

#CONTEXTO



Lee el siguiente fragmento de un poema y, después, inventa el tuyo.

Raíz cuadrada

Vemos raíces de todas las formas:
puntiagudas, deformes y
redondas.

La del malvavisco es casi
angélica,

y hay una Racine que es clásica.
La de la mandrágora es diabólica
y, por más que cavilemos,
no se puede hacer nada.

Pero la raíz que yo adoro,
y que se extrae sin fatiga,
es la raíz cuadrada, mi preferida.

Boris Vian

¿Cuál es su raíz?

1. Prepara una hoja de cálculo.

a) Abre una hoja de cálculo y escribe los siguientes textos en las celdas A1 a G1.

A1: Número original	
B1: Número 2 (Número cuyo cuadrado se aproxima al número propuesto)	C1: Cociente entre el número original y el número 2
D1: Promedio 1 (Promedio de las columnas B y C)	E1: Cociente entre el número original y el número de la columna D
F1: Promedio 2 (Promedio de las columnas D y E)	G1: Cociente entre el número original y el número de la columna F

b) Después, selecciona las celdas A1 a G1 y el comando  Ajustar texto

c) Escribe las siguientes fórmulas en las celdas.

A2: = ALEATORIO.ENTRE(1,100)	
B2: = (ENTERO(RAIZ(A2)))	C2: = A2/B2
D2: = (B2+C2)/2	E2: = A2/D2
F2: = (D2+E2)/2	G2: = A2/F2

d) Describe en tu cuaderno qué es lo que hace cada fórmula de las celdas A2 a G2.

e) Extiende las fórmulas anteriores hasta la fila 11. La tabla se completará como en el ejemplo. Recuerda que cada que se hace un cambio en la hoja de cálculo, los valores aleatorios se recalcularán.

	A	B	C	D	E	F	G
	Número original	Número 2 (Número cuyo cuadrado se aproxima al número propuesto)	Cociente entre el número original y el número 2	Promedio 1 (Promedio de las columnas B y C)	Cociente entre el número original y el número de la columna D	Promedio 2 (Promedio de las columnas D y E)	Cociente entre el número original y el número de la columna F
1							
2		128	11	11.63636364	11.31818182	11.30923695	11.31370761
3		50	7	7.142857143	7.071428571	7.071067821	7.071067803
4		64	8	8	8	8	8
5		32	5	6.4	6.7	6.614035088	6.65960096
6		23	4	5.75	4.875	4.717948718	4.795188774
7		5	2	2.5	2.25	2.222222222	2.236111111
8		37	6	6.166666667	6.083333333	6.082191781	6.082762504
9		92	9	10.22222222	9.611111111	9.672254335	9.69164337
10		12	3	4	3.5	3.428571429	3.483917526
11		85	9	9.444444444	9.222222222	9.21886747	9.219544069

2. Con base en los resultados de la hoja de cálculo, responde las preguntas.

a) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar B y C, D y E, F y G? _____

b) ¿Qué obtienes en la columna G?

c) ¿Cuántas veces consideras que se debe repetir el proceso para obtener una raíz cuadrada exacta?

d) ¿Qué instrucciones escribirías para las siguientes dos columnas? Escribe los títulos y las instrucciones en las siguientes columnas.

e) Obtén la raíz cuadrada de 128 con el apoyo de tu calculadora, toma su resultado con 6 cifras decimales. ¿Cuántas veces debes repetir el proceso para obtenerlo con la hoja de cálculo?

f) En tu cuaderno, describe detalladamente el procedimiento que se debe seguir para calcular la raíz cuadrada exacta y con 10 cifras decimales en la hoja de cálculo haciendo uso de las funciones predeterminadas.

g) Pon a prueba tu propuesta: escribe las fórmulas en la hoja de cálculo.

1. Resuelve el problema.

Verónica compró dos perfumes: uno de forma rectangular y otro de forma cilíndrica; ambos caben dentro de la misma caja, que queda justa al perfume rectangular. Otra característica es que las tapas son de la misma altura.

- ¿Cuál es el volumen del perfume rectangular? _____
- Si $x = 2$ cm, ¿cuántos mililitros le caben al perfume rectangular? _____
- ¿Cuál es el radio máximo que puede tener la botella del perfume circular? _____
- ¿Cuál es la diferencia, en mililitros, entre las botellas? Considera $\pi = 3.14$. _____
- Comparte tus respuestas con el grupo y comprueben sus resultados.



2. Resuelve la siguiente situación en tu cuaderno.

En un pueblo de 6 000 habitantes, se está organizando una colecta para arreglar la biblioteca. Las reparaciones les costarán \$90 000.00. El consejo del pueblo recibió el siguiente par de propuestas para reunir el dinero.

Propuesta A. Hacer donaciones voluntarias de \$150.00 por persona.

Propuesta B. Durante un mes, registrar a las personas que desean donar. Al finalizar ese periodo, dividir los \$90 000.00 entre el número de personas que se registraron.

- Si se espera que al menos el 10% de los habitantes del pueblo coopere, ¿qué opción elegirías? Justifica tu respuesta.
- Si desean estar seguros de recolectar la cantidad necesaria para arreglar la biblioteca, ¿qué modelo elegirías y por qué?

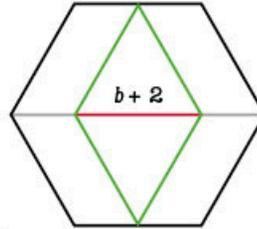
3. Haz una reflexión sobre el trabajo que llevaste a cabo en la actividad anterior.

- Marca el valor que mejor describa tu proceso.

Aspectos	Escala		
	Siempre	Casi siempre	Nunca
Identifico las variables del problema.	3	2	1
Describo las relaciones entre las variables: variación lineal o proporcionalidad inversa.	3	2	1
Identifico la constante de proporcionalidad que corresponde.	3	2	1
Interpreto los resultados a partir del planteamiento del problema.	3	2	1
Evalúo el procedimiento y las operaciones efectuadas.	3	2	1
Identifico las principales dificultades durante el proceso de solución del problema.	3	2	1
Hago un reporte sobre el proceso de solución del problema y no solo escribo el resultado.	3	2	1

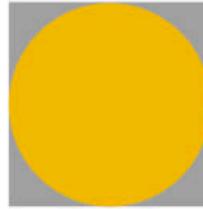
- La siguiente vez que resuelvas un problema, sin importar el tema que sea, consulta la tabla anterior y pon en práctica los aspectos donde tienes menor puntuación.

1. Las siguientes expresiones representan el perímetro del rombo; excepto una. ¿Cuál es?



- a) $2(b+2)$ b) $\frac{b+2}{2} \times 4$ c) $2(2b+2)$ d) $2b+4$

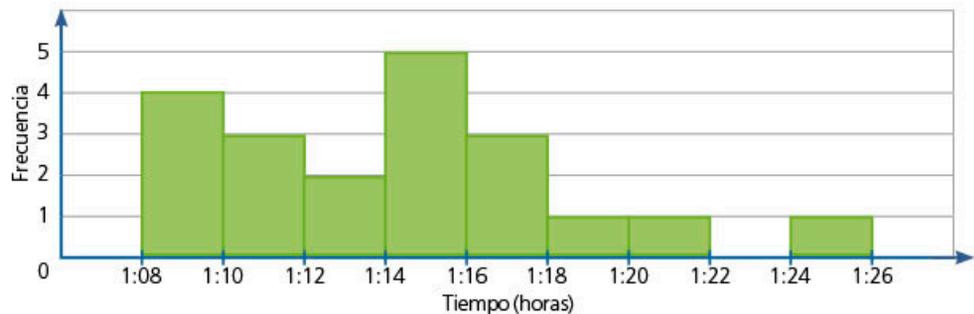
2. El área total del cuadrado mide 36 cm^2 . ¿Cuál es el área del círculo?



- a) $3\pi \text{ cm}^2$ b) $6\pi \text{ cm}^2$ c) $9\pi \text{ cm}^2$ d) $12\pi \text{ cm}^2$

3. El histograma muestra los resultados de cierta disciplina deportiva en la Olimpiada Nacional 2017 de México. Selecciona el enunciado que no corresponda con los datos mostrados en la gráfica.

Deporte: aguas abiertas / Categoría: juvenil A / Rama: varonil / Prueba: 5 km



Elaboración propia con datos de la Olimpiada Nacional 2017, Conade.

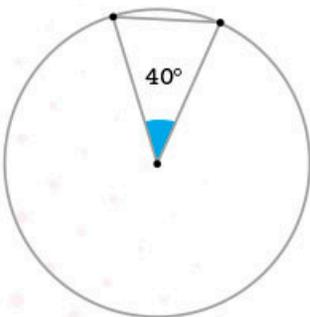
- a) En la prueba compitieron un total de 20 nadadores.
 b) Los nadadores más rápidos registraron un tiempo de entre 1:14 y 1:16 horas.
 c) Solo un nadador registró un tiempo de entre 1:20 y 1:22 horas.
 d) Ningún competidor nadó los 5 km en 1:23 horas.

4. Un triángulo equilátero mide 2.4 cm por lado y es copia de otro que tiene un perímetro de 57.6 cm. ¿Cuál es el factor de escala aplicado al triángulo original para trazar la copia?

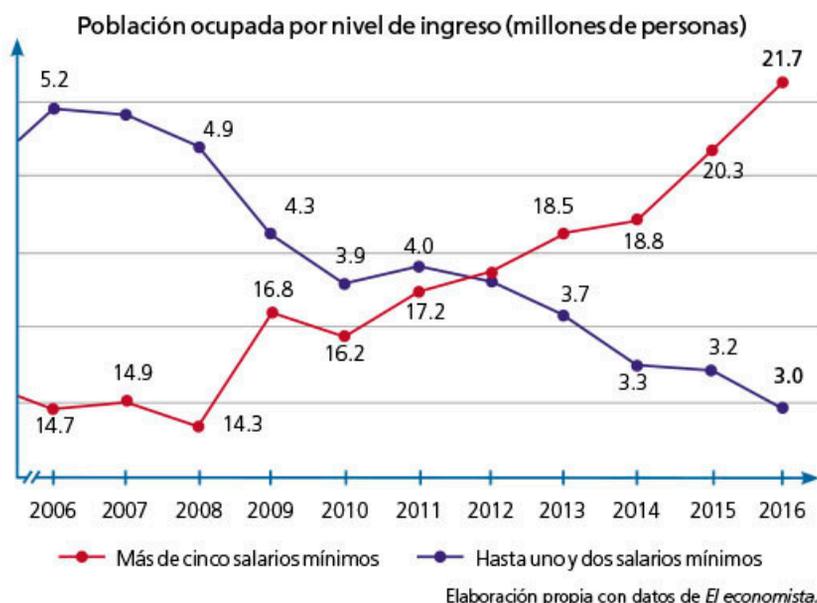
- a) $\frac{1}{24}$ b) 0.24 c) $\frac{1}{8}$ d) 0.12

5. Con base en la figura de la izquierda, analiza si es falso (f) o verdadero (v) el siguiente enunciado.

() Si se trazan nueve triángulos más, congruentes al de la figura, se obtiene un nonágono inscrito en la circunferencia.



6. Con base en los datos de la gráfica, traza, en tu cuaderno, una gráfica de líneas de manera que uses la misma escala para ambos datos.



- a) ¿Cuál consideras que representa mejor la información? Explica por qué.

7. Relaciona cada polígono con sus elementos correspondientes. Considera que a = apotema, L = lado, P = perímetro y A = área.

	$L = 5 \text{ cm}$	$A = 44.76 \text{ cm}^2$	$A = 69.3 \text{ cm}^2$
Hexágono	$A = 64.95 \text{ cm}^2$		$P = 24 \text{ cm}$
Decágono		$L = 3 \text{ cm}$	
Dodecágono	$a = 4.62 \text{ cm}$	$P = 30 \text{ cm}$	$a = 3.73 \text{ cm}$

8. En un torneo de ajedrez, participaron $\frac{3}{4}$ partes de las mujeres de una escuela. Si siete de diez estudiantes son mujeres, ¿a qué fracción del total de alumnos corresponde la cantidad de alumnas que participaron en el torneo?

- a) $\frac{21}{40}$ b) $\frac{21}{30}$ c) $\frac{30}{28}$ d) $\frac{14}{15}$

9. El número -20.4 se obtiene con cualquiera de estas operaciones: $(6)(-3.4)$ o $-65.28 \div (-3.2)$. ¿Falso o verdadero?

10. Un programa gubernamental reparte cuatro tractores por cada 150 ha de tierra cultivable en distintas comunidades agrícolas. ¿En qué caso el reparto no se hizo con esta proporción?

- a) El arroyo: 1 050 ha, 28 tractores.
 b) El saucito: 1 500 ha, 40 tractores.
 c) La troje: 975 ha, 26 tractores.
 d) Las trancas: 2 400 ha, 60 tractores.

1. Lee la información y haz lo que se indica.

La carnicería

Una carnicería ofrece a sus clientes, entre otros servicios, la entrega de pedidos a domicilio. Para cumplir con los encargos, el dueño del establecimiento elaboró una tabla en la que registró las diferentes entregas que debe hacer semanalmente, así como el precio de cada pedido por día.

Nombre	Corte	Cantidad (kg)	Precio por pedido (\$)	Días de entrega
Sr. Felipe	Bistec para asar	$\frac{3}{4}$	112.50	Lu, Mi y Vi
	Rib eye	0.35	79.45	May Ju
Sra. Cecilia	Bife de lomo	0.65	194.35	Lu, Mi y Sa
	Falda	$\frac{1}{4}$	34.75	May Ju
Joven Uriel	Costilla	0.70	153.30	Lu, Mi y Vi
	Rib eye	0.55	124.85	Ma
Doña Marcela	Cuete	$\frac{1}{2}$	74.50	Say Do
	Costilla	0.75	164.25	Ju y Vi
Don Jesús	Chambarete	0.90	86.40	May Ju
	Bife de lomo	0.45	134.55	Lu y Sa

Pregunta 1

¿Quién es su mejor cliente? Para saberlo, revisa quién compra más kilogramos y quién paga más al mes. _____

Pregunta 2

¿Cuál es el ingreso mensual para la carnicería por concepto de entregas a domicilio?

Pregunta 3

Un cliente nuevo desea saber el precio por kilogramo de cada tipo de corte.

Bistec para asar: \$ _____ Bife de lomo: \$ _____

Costilla: \$ _____ Chambarete: \$ _____

Cuete: \$ _____ Falda: \$ _____

Rib eye: \$ _____

Pregunta 4

La carnicería recibió un corte nuevo denominado *New York*, que cuesta 1.85 veces más que la costilla. ¿Alcanzarán \$400.00 para comprar un kilogramo?

Pregunta 5

El repartidor recibió 5.4 kg de falda para repartir entre tres clientes: el primero pagó \$347.50; el segundo, \$222.40; y el tercero, \$180.70. ¿Cuánto recibió de carne cada uno?

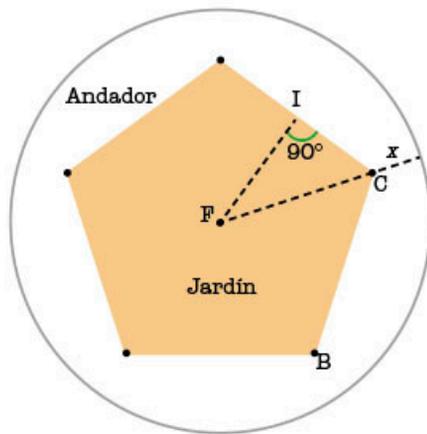
Pregunta 6

El día martes se entregan 0.9 kg de *rib eye* a los clientes y se les cobra por ello \$204.30. Un cliente nuevo hizo un pedido para su restaurante y pagó \$3 121.25. ¿Qué cantidad de *rib eye* compró? Expresa la cantidad en número fraccionario. _____

2. Analiza la situación y haz lo que se indica.

Al centro de una glorieta (o rotonda), se construirá un jardín con forma de pentágono regular como el que se muestra en la figura.

El comité encargado del proyecto elaboró el siguiente croquis con la propuesta del jardín.



Área total del círculo = 98.4704 m²

FI = 3.4 m

FC = 4.3 m

BC = 5 m

Pregunta 1

El constructor necesita los siguientes datos. Usa el valor de $\pi = 3.14$ para calcularlos.

Perímetro del jardín: _____ Perímetro del círculo: _____

Área del jardín: _____ Área del andador: _____

Medida de la parte más angosta del andador (x): _____

Pregunta 2

Se tienen \$14 500.00 presupuestados para pavimentar con adoquín de concreto el área del andador. Una compañía ofrece la instalación en \$270.00 por metro cuadrado. ¿La contratarías?

Pregunta 3

El contador lleva un registro semanal en el que anota los gastos de mantenimiento del jardín. ¿Cuál es el gasto anual del mantenimiento?

Semana 1			Semana 2			Semana 3		
Concepto	Ingreso	Gasto	Concepto	Ingreso	Gasto	Concepto	Ingreso	Gasto
Jardín		-\$950.00	Jardín		-\$950.00	Jardín		-\$950.00

Gasto anual: _____

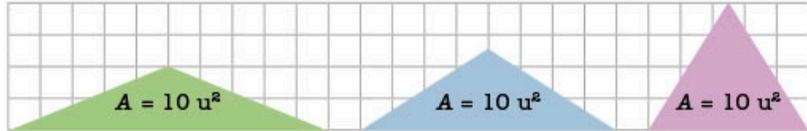
EVALUACIÓN 2

1. Relaciona el número de diagonales que tiene un polígono con su número de lados (n).

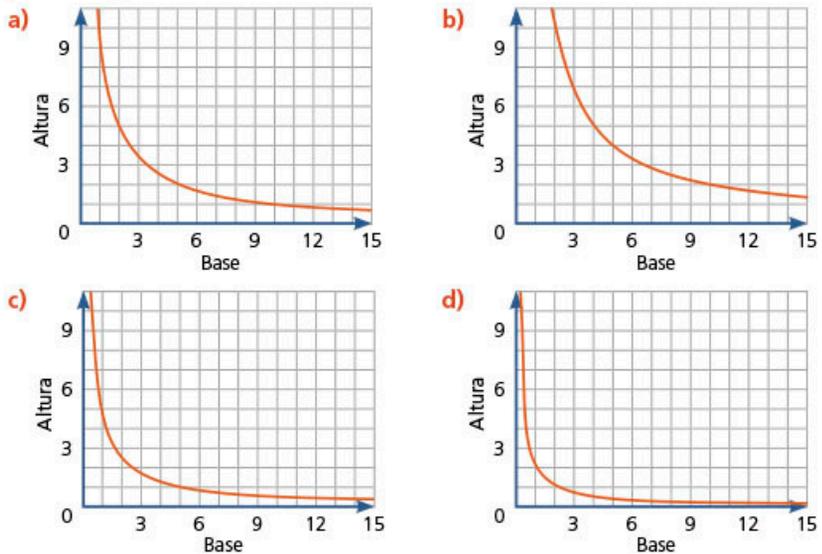
Diagonales	3	5	1	4	0	2
Lados	8	6	5	3	7	4

2. Lee la situación y selecciona la respuesta correcta.

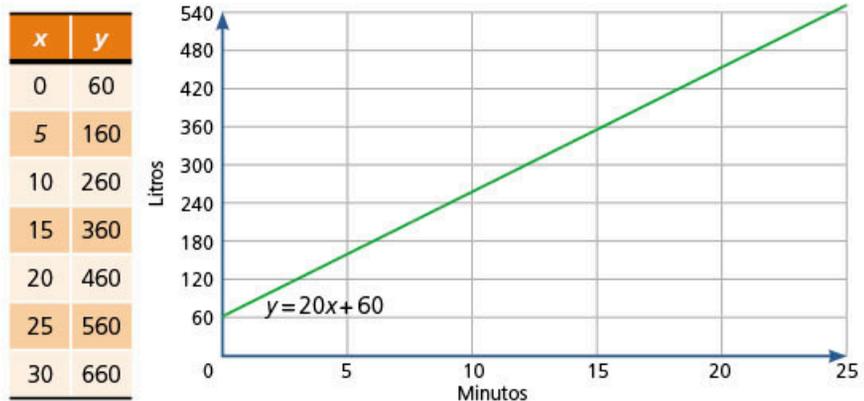
Los siguientes triángulos tienen la misma área. Su base es el lado horizontal.



¿Cuál es la gráfica que representa la relación entre las medidas de la base (x) y la altura (y)?



3. Analiza la siguiente información sobre el llenado de un tinaco. En los paréntesis, escribe falso (F) o verdadero (V) según corresponde.



- La gráfica indica que el tinaco recibe 360 L durante 20 minutos. (___)
- De la expresión algebraica, se deduce que el tinaco recibe 20 L/min. (___)
- En la tabla se aprecia que el tinaco se llena a razón de 100 L cada 5 min. (___)
- El tinaco tardará 53 minutos en tener 1 000 L en su interior. (___)

4. Una jeringa tiene una capacidad de 5 mL. ¿Cuál es su capacidad en decilitros?

- a) 500 dL b) 50 dL c) 0.5 dL d) 0.05 dL

5. Resuelve el problema.

Para preparar 3.75 kg de arroz, se usaron 5 tazas de arroz y 11 medidas de agua; para hacer 2.1 kg, se emplearon 3 tazas de arroz y 6 medidas de agua. Para saber a cuántos gramos equivale una taza y una medida, se empleó el sistema de ecuaciones:

$$5t + 11m = 3750$$

$$3t + 6m = 2100$$

Con el método de igualación, se calculó que una taza equivale a 200 g, y una medida de agua, a 250 g. ¿Qué procedimiento se aplicó?

a) $5\left(\frac{2100-6m}{3}\right) + 11m = 3750$ b) $15t + 33m = 11250$
 $3500 - 10m + 11m = 3750$ $-(15t + 30m = 10500)$

c) $\frac{3750-11m}{5} = \frac{2100-6m}{3}$

$$3(3750 - 11m) = 5(2100 - 6m)$$

6. En una fábrica se producen diariamente 16000 unidades de una pieza metálica en 8 h. Si con una máquina se fabrican 500 unidades en 1 h,...

a) ¿cuántas máquinas se necesitan, al menos, para cubrir en cinco horas la producción diaria actual? _____

b) ¿cuántas máquinas cubren la producción diaria actual? _____

7. Un juego consiste en levantar sin ver una de las 28 fichas de un dominó y sumar los puntos. Gana la ficha cuyos puntos sumen 5 o contenga al menos un 5. ¿Cuál es la probabilidad teórica para ganar el juego?

- a) $\frac{9}{28}$ b) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{1}{7}$ d) $\frac{3}{28}$

8. Un campo de fútbol americano mide 160 pies de ancho y 120 yardas de largo, incluyendo las zonas de anotación. ¿Cuál es su área en metros cuadrados?

- a) 19200 m² b) 15849.6 m² c) 11021.56 m² d) 5351.21 m²

9. Un padre de familia gastó \$1950.00 en 3 uniformes y 15 cuadernos para sus hijos; después, compró 1 uniforme y 4 cuadernos más por \$630.00. ¿Cuánto pagará otra persona por 1 uniforme y 1 cuaderno?

Pagará \$ _____

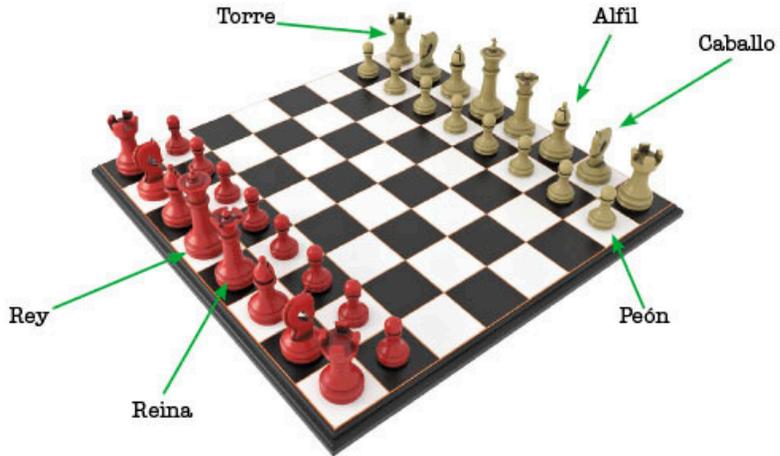
10. En un gimnasio descuentan a los socios inscritos \$50.00 en la cuota mensual por cada dos nuevos socios que inviten. La cuota mensual es de \$600.00. ¿Cuál será la cuota de un socio que cumple estas condiciones durante siete meses?

- a) \$200.00 b) \$250.00 c) \$300.00 d) \$350.00

1. Lee la información y haz lo que se indica.

Los puntos en el ajedrez

En el ajedrez, las piezas tienen un valor en puntos relativo a la importancia y desempeño que pueden tener en el juego.



María y Rodrigo están jugando un partido de ajedrez. Hasta el momento, María ha capturado las dos torres y cuatro peones de él; Rodrigo, por su parte, ha capturado una torre y cinco peones de ella. De acuerdo con el valor relativo de las piezas, ella ha obtenido 14 puntos; en cambio, él ha ganado 10 puntos.

Para representar los movimientos o puntos de las piezas, se usan algunas letras; por ejemplo, para simbolizar las torres, se usa la letra T y para cada peón, la P .



El Comité Olímpico Internacional considera el ajedrez como un deporte.

Pregunta 1

¿Con qué expresión se representa la cantidad de puntos que suman las piezas que ha capturado María? _____

Pregunta 2

¿Con qué expresión se puede representar la cantidad de puntos que suman las piezas que ha capturado Rodrigo? _____

Pregunta 3

Para conocer cuántos puntos vale cada pieza, escribe un sistema de ecuaciones con las expresiones que propusiste en las preguntas 1 y 2. Después, resuélvelo.

Pregunta 4

¿Cuántos puntos suman las torres y peones que conserva cada jugador?

María: _____

Rodrigo: _____

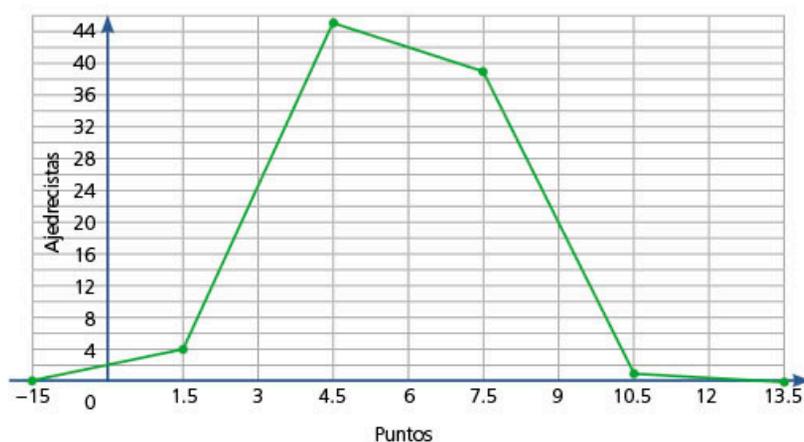
2. Lee la situación y efectúa lo que se pide.

El torneo

En los torneos de ajedrez, los jugadores ganan cierta cantidad de puntos de acuerdo con el resultado que obtengan en cada partido, mismos que se acumulan al término del torneo. De este modo, si un jugador pierde un partido, obtiene 0 puntos; si empata, obtiene $\frac{1}{2}$ punto; y si gana, obtiene 1 punto.

El número de partidos depende, en parte, de la cantidad de participantes en el torneo, aunque, por lo regular, cada competidor juega entre 6 y 10 partidos; además, cuando hay fases de eliminatorias, semifinales y finales, la cantidad varía aún más.

La siguiente gráfica muestra la cantidad de puntos que acumularon las participantes en el Campeonato del Mundo Junior femenino de ajedrez, disputado en noviembre de 2017 en la ciudad de Tarvisio, Italia.



Elaboración propia con datos de Info Media Conseil.

Pregunta 1

Mariela opina que la gráfica mostrada es una gráfica de línea. ¿Estás de acuerdo con ella? Expón tus argumentos. _____

Pregunta 2

¿Cuántos puntos obtuvo la mayoría de las competidoras? _____

Pregunta 3

¿Hubo empate en el primer lugar del torneo? Expón tus argumentos.

Pregunta 4

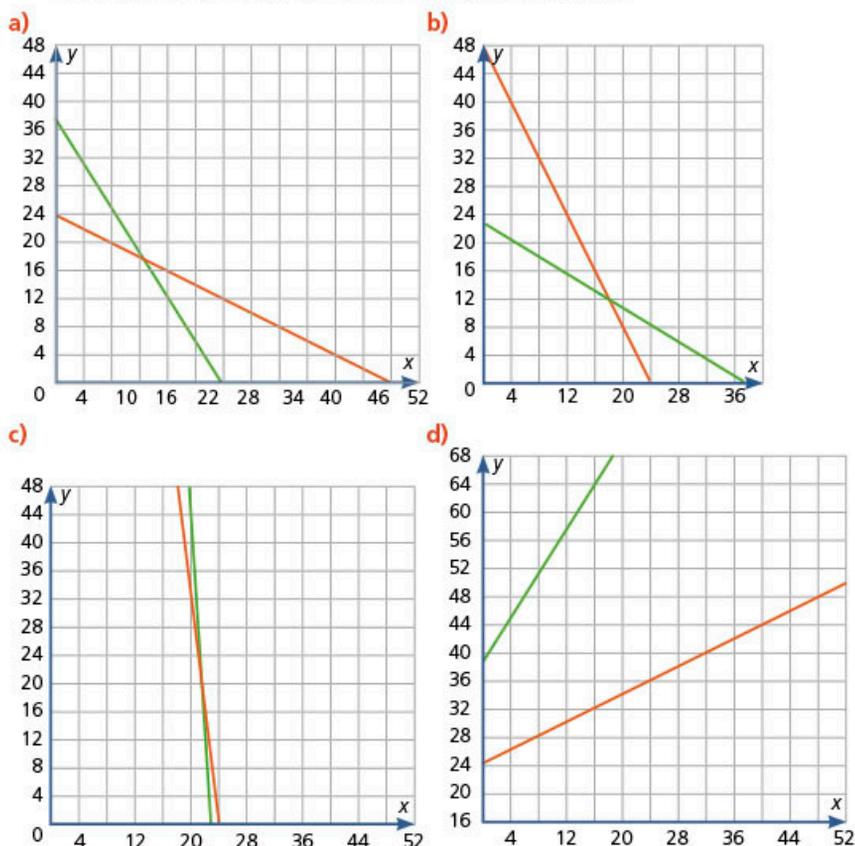
Si los organizadores del torneo estiman que el próximo año aumente 10% la participación, ¿cuántas ajedrecistas esperarían?

1. Se requiere cubrir un plano con un solo tipo de polígonos regulares sin que quede espacio entre ellos. ¿Cuál puede ser la medida del ángulo interior del polígono regular que permita cubrir el plano?

- a) 45° b) 108° c) 120° d) 144°

2. Resuelve el problema y subraya la respuesta correcta.

Un grupo de amigos pagó \$114.00 por 3 paquetes de botanas y 5 jugos; en otra ocasión, pagaron \$96.00 por 4 paquetes de botanas y 2 jugos. ¿Qué gráfica presenta el precio de cada paquete de botanas y de cada jugo?



3. Determina el precio del paquete de botanas y del jugo del problema anterior.

Paquete de botanas: _____ Jugo: _____

4. Considera las edades de los integrantes de dos grupos de baile de una escuela. Subraya los enunciados que son verdaderos.

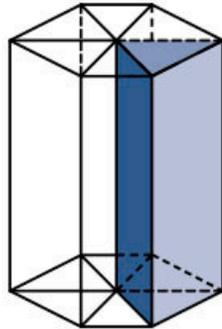
Grupo A: edad en años cumplidos									
18	19	22	25	27	30	38	40	45	55

Grupo B: edad en años cumplidos									
17	23	24	32	33	35	41	50	61	69

- a) El conjunto de datos en el grupo B tiene un rango mayor.
 b) El promedio de edades del grupo A es menor que el del grupo B.
 c) Uno de los grupos tiene la menor desviación media en sus edades; esto se debe a que sus integrantes son más jóvenes.
 d) Los datos son más dispersos en el grupo A.

5. ¿Cuál es el volumen del prisma azul si mide 17.5 cm de altura? El hexágono tiene una apotema de 4.32 cm y mide 30 cm de perímetro.

- a) 2268 cm³ b) 1134 cm³ c) 378 cm³ d) 189 cm³



6. Cada uno de los 12 invitados a una fiesta invitaron a 2 amigos más; cada uno de los nuevos invitados llevó a 2 conocidos más, y cada uno de estos últimos, llevó a su vez a 2 personas más. ¿Con cuál expresión se puede calcular la cantidad de invitados extras que llegaron a la reunión?

- a) $12 \times (2^4 - 2)$ b) 12×2^3 c) 12×2^4 d) $12 \times (2^3 + 2)$

7. La regla $3n + 4$ da lugar a la sucesión 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... Encierra las expresiones que son equivalentes a esta regla.

- a) $(5n - 2) + 4$ b) $3(n + 1) + 4$
 c) $n + 2(n + 2)$ d) $n + (2 + 4)$
 e) $3(n + 1) + 1$ f) $5n - 2(n + 2)$

8. Analiza el conjunto de datos y responde falso (F) o verdadero (V) en cada enunciado.

6, 3, 5, 4, 7, 7, 5, 42, 4, 6

- a) En este caso, el 42 afecta a la mediana, por lo que la media aritmética es mejor representante del conjunto. (___)
 b) Como hay un dato muy alejado de los demás, en este caso, la moda representa mejor al conjunto de datos. (___)
 c) La mediana, en este caso, se calcula al dividir entre dos la suma 5 + 6. (___)

9. Un prisma está formado por cubos que miden 3.5 cm en cada arista. ¿Cuál es su volumen si tiene siete capas formadas por seis cubos cada una?

- a) 98 cm³ b) 514.5 cm³
 c) 257.25 cm³ d) 1800.75 cm³

10. Completa el enunciado.

La raíz cuadrada de 53 se encuentra entre...

- a) 7.1 y 7.2 b) 7.2 y 7.3
 c) 7.3 y 7.4 d) 7.4 y 7.5

1. Lee la información y haz lo que se indica.

Compañías de taxi

En una ciudad, dos compañías de taxis ofrecen distintas tarifas para el traslado. La tarifa se compone del banderazo de salida (precio fijo que se cobra por usar el servicio) y la tarifa de distancia (precio variable por kilómetros recorridos).

Alejandro desea tomar un taxi para visitar a su familia, que vive a 40 km de su trabajo, pero no sabe cuál compañía elegir. Preguntó a sus compañeros y averiguó lo siguiente.

- » María usó el servicio A, recorrió 20 km y le cobraron \$112.00.
- » José usó el servicio B, recorrió 8 km y pagó \$58.00.
- » Ricardo usó el servicio B y pagó \$112.00 por 17 km de recorrido.
- » Alma usó el servicio A y gastó \$287.00 en una distancia de 55 km.

Pregunta 1

¿Cómo podría Alejandro averiguar cuál es la tarifa de cada compañía? Describe un plan para resolver el problema. _____

Pregunta 2

De acuerdo con la información de los cuatro usuarios, escribe los sistemas de ecuaciones para averiguar las tarifas de cada compañía.

Sistema de ecuaciones para el servicio A	Sistema de ecuaciones para el servicio B
$\left\{ \begin{array}{l} \text{_____} \\ \text{_____} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{_____} \\ \text{_____} \end{array} \right.$

Pregunta 3

Explica qué representa cada una de las variables de los sistemas anteriores.

Pregunta 4

Determina los precios de cada compañía.

	Compañía A	Compañía B
Precio del banderazo		
Precio por kilómetro recorrido		

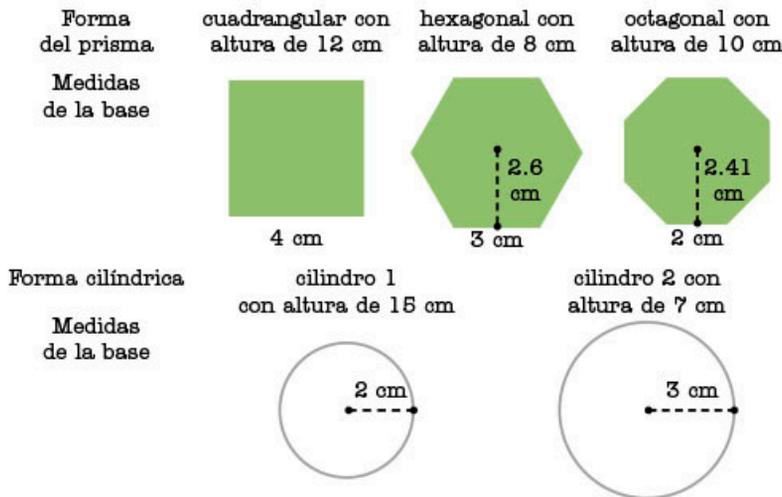
Pregunta 5

Con base en las respuestas anteriores, ¿qué compañía le conviene usar a Alejandro para visitar a su familia?

2. Lee la situación y haz lo que se pide.

Envases

Una compañía de leche en polvo transporta sus productos en envases dentro de contenedores con forma de prisma rectangular, los cuales tienen las siguientes medidas: 60 cm de largo \times 40 cm de ancho \times 30 cm de alto. El área de producción decidió cambiar las presentaciones de los envases y propuso los siguientes diseños.



Pregunta 1

El área de producción desea calcular con cuál tipo de envase podría transportar la mayor cantidad de producto en un contenedor; para ello, elaboraron la siguiente tabla. Complétala considerando que los envases se acomodan en posición vertical y que los espacios entre ellos se llenan con hule espuma.

Forma del envase	Envases que caben en el contenedor	Volumen del producto en el contenedor
Prisma cuadrangular		
Prisma hexagonal		
Prisma octagonal		
Cilindro 1		
Cilindro 2		

Pregunta 2

Si se puede transportar el mismo número de envases con forma de prisma cuadrangular o del cilindro 1, ¿por qué se transporta más producto con el primer tipo de envase?

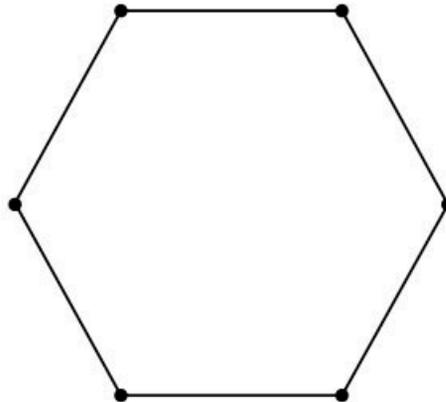
Pregunta 3

Si fueras el responsable de seleccionar el nuevo diseño, ¿cuál elegirías y por qué?

Secuencia 1

1. En parejas, hagan lo que se pide y contesten las preguntas.

- a) En el siguiente polígono, tracen con distinto color todas las diagonales desde cada punto: A con rojo, B con azul, C con verde, D con amarillo, E con anaranjado y F con gris.



- b) ¿Cuántas diagonales se obtienen (contando como una las líneas que se sobreponen)?
- c) ¿Cuántos lados tiene el polígono?
- d) Investiguen la fórmula para calcular el número total de diagonales de un polígono cuando se conoce el número de lados.
- e) Compruébenla trazando varios polígonos regulares y todas sus diagonales.

Secuencia 2

1. En parejas, lleven a cabo la actividad.

- a) Investiguen el método gráfico de multiplicación y división de fracciones.
- b) Graben un video o elaboren una presentación con diapositivas donde expliquen el método.
- c) Presenten su video o expongan sus diapositivas frente al grupo.

2. Con el organizador gráfico que prefieras, elabora un formulario o sintetiza las técnicas para multiplicar y dividir fracciones que aprendiste en esta secuencia.

Secuencia 3

1. Usa el mapa de la página siguiente para resolver la actividad.

La escala gráfica en un mapa indica una distancia que es proporcional a la real.

- a) En el mapa de la siguiente página, un segmento completo mide 3.4 km. Usa una regla para determinar la distancia que hay entre Pamplona y otra ciudad que elijas.
- b) Busca un mapa de tu localidad y determina algunas distancias sobre el papel.
- c) ¿Cómo comprobarías esas mismas distancias físicamente? Por ejemplo, ¿podrías tomar un metro y medirlas?
- d) Investiga qué instrumentos se usan para llevar a cabo esas mediciones. Por ejemplo, la distancia entre un pueblo y otro, o la distancia que hay entre la base de una montaña y su cima.



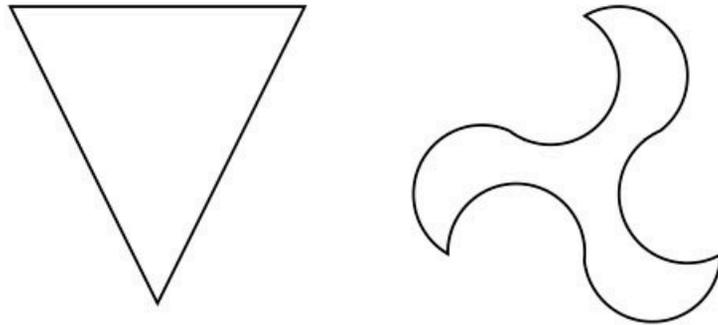
Secuencia 4

1. En equipos, exploren en el sitio de **Google Public Data©** una de las variables de indicadores de desarrollo del Banco Mundial.
 - a) Entren en el sitio redir.mx/SSPM2-223a y seleccionen, por ejemplo, la tasa de fertilidad u otro indicador que consideren relevante.
 - b) Describan qué mide ese indicador.
 - c) Comparen el valor mundial con el de nuestro país.
 - d) Exploren cómo es ese indicador en relación con...
 - » los países de América del norte: Canadá y Estados Unidos de América (EUA);
 - » los países con los que compartimos frontera: Guatemala, Belice y EUA;
 - » algunos países sudamericanos, como Argentina y Brasil;
 - » algunos países de otros continentes.
 - e) Exploren cuál es el país con el menor y el mayor valor del indicador que eligieron. ¿A qué atribuirían la diferencia?
 - f) Seleccionen algunos de los datos que exploraron en los incisos anteriores y tracen una gráfica de línea para presentarlos ante el grupo. Describan lo que muestra la gráfica y compartan una conclusión con sus compañeros.

Secuencia 5

1. En parejas, elaboren una ficha en la que despejen cada una de las variables presentes en las fórmulas para calcular el perímetro y área de las figuras geométricas, incluyendo los polígonos regulares.

2. Observa las siguientes imágenes y responde las preguntas.



- a) ¿Ambas figuras ocupan la misma superficie?
- b) Construye una argumentación al respecto y exponla ante el grupo.

Secuencia 6

1. Lee el siguiente texto.

Brahmagupta (598-670) fue un matemático indio que escribió una obra llamada *Brahmasphutasiddhanta*. En ella, menciona los números negativos, pero los denomina *deudas*, y a los positivos, *fortunas*.

Él dio las siguientes reglas aritméticas.

- El producto de 0 multiplicado por una deuda o fortuna es 0.
- El producto o cociente de dos fortunas es una fortuna.
- El producto o cociente de dos deudas es una fortuna.
- El producto o cociente de una deuda y una fortuna es una deuda.
- El producto o cociente de una fortuna y una deuda es una deuda.

- a) Compara el texto con la tabla que elaboraste en la actividad 8 de la secuencia.
- b) ¿Cuáles son sus coincidencias?

2. Completa el siguiente cuadrado mágico multiplicativo. Recuerda que cada región, diagonal y columna debe tener la misma cantidad al multiplicarse.

4	-6	9
		-2

Secuencia 7

1. Elabora una ficha con las reglas de los signos para multiplicar y dividir números positivos y negativos.

2. Usa tu ficha para completar las siguientes tablas. En el caso de la división, resuelve las operaciones en el orden que se muestra a continuación.

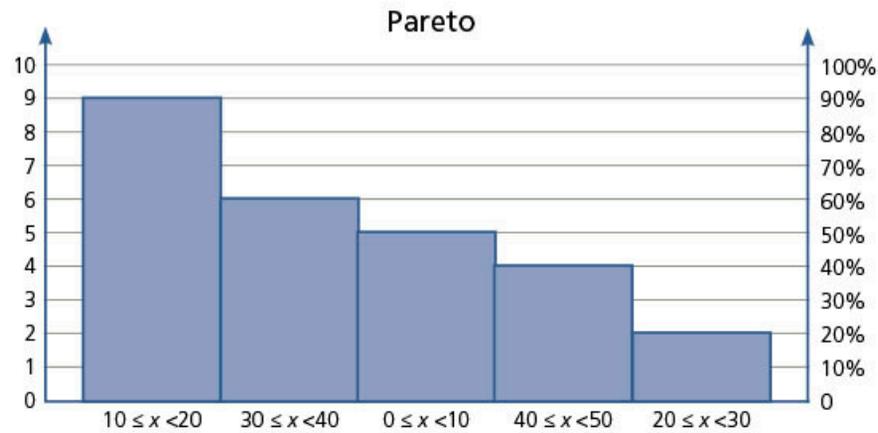
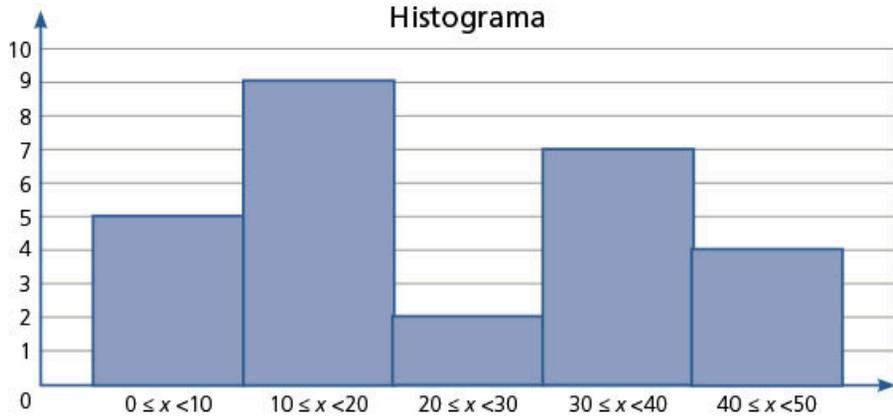
x		3		-5
-6	+12			
		-6		
4			4	
				15

÷	3
-6	$-6 \div 3 = -2$

÷	3		-2	
	-2		3	
-8		-2		
	$\frac{10}{3}$		-5	
-18		$-\frac{9}{2}$		3

Secuencia 8

1. Haz una lista de los conceptos que necesitas conocer para elaborar un histograma. Escribe una breve definición de cada uno.
2. Elabora un diagrama de pasos para crear un histograma.
3. En equipo, lleven a cabo la actividad.
 - a) ¿Qué similitudes y diferencias encuentran entre las siguientes gráficas?



b) Con base en la gráfica 1, completen la siguiente tabla de frecuencias.

Intervalo	Frecuencia
$0 \leq x < 10$	
$10 \leq x < 20$	
$20 \leq x < 30$	
$30 \leq x < 40$	
$40 \leq x < 50$	

c) Elaboren una tabla con los datos de la gráfica 2.

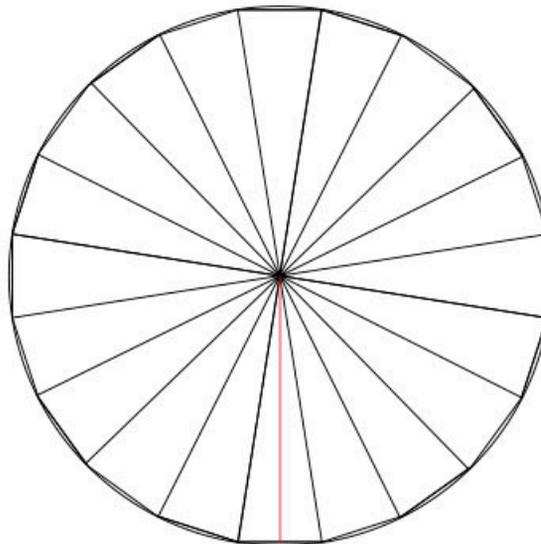
Intervalo	Frecuencia
	9
	5
	2
	4
	2

- d) Investiguen qué es la gráfica de Pareto y en qué casos se recomienda su uso.
 e) Redacten una conclusión sobre su investigación.

Secuencia 9

1. En parejas, hagan la actividad y respondan las preguntas.

- a) Tracen un círculo de 20 cm de radio.
 b) Tracen un icosaágono inscrito en él.
 c) Tracen sus radios y una apotema como lo muestra la siguiente imagen.

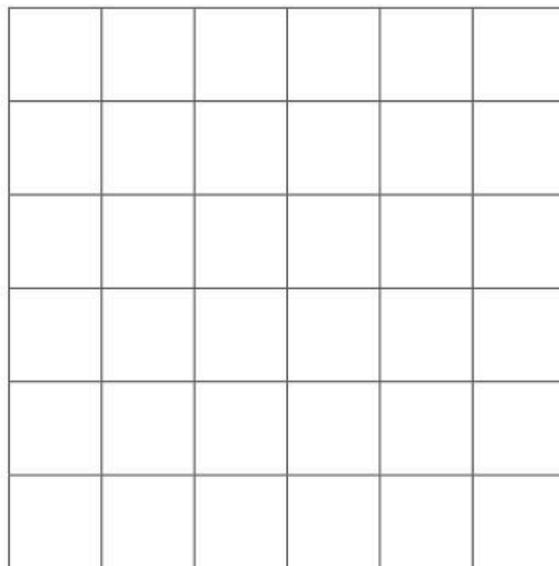


- d) Recorten por las líneas de color negro, armen un rectángulo, midan su base y altura, y calculen su área.
 e) Calculen el área del círculo aplicando la fórmula $A = \pi r^2$.
 f) Comparen las respuestas de los incisos d) y e); luego, redacten una breve conclusión.

Secuencia 10

1. Divide un cuadrado de $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ en tres figuras, de forma que guarden entre sí la razón $2:4:6$.

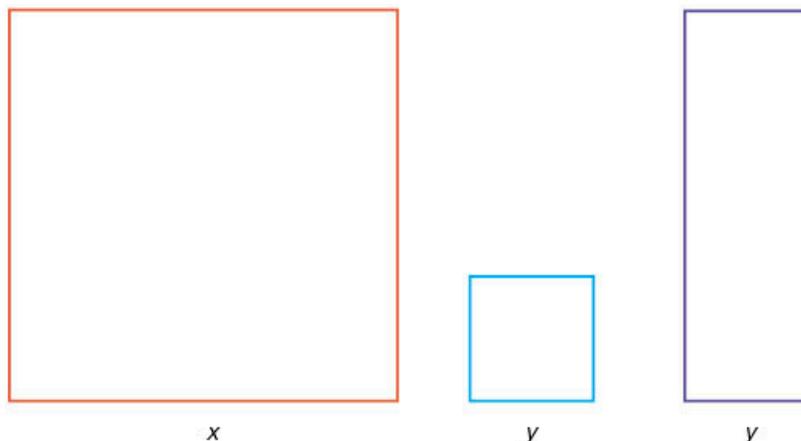
a) Traza las figuras en el cuadrado.



b) Determina cada una de las áreas.

Secuencia 11

1. Observa las siguientes figuras y desarrolla lo que se pide.



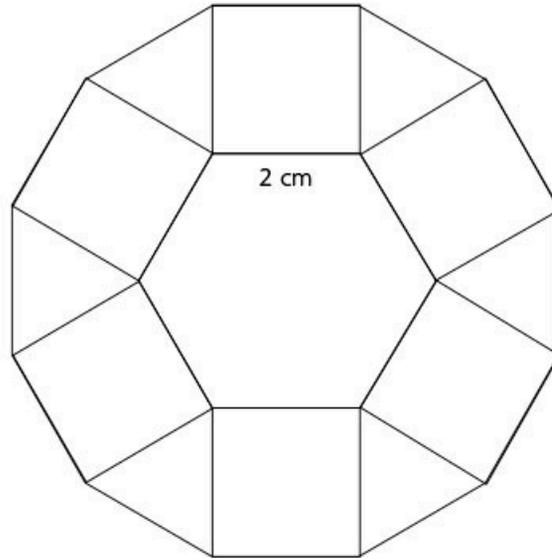
a) Copia las figuras en una hoja y recórtalas.

b) Forma una figura que tenga un perímetro de $4x + 6y$. Puedes utilizar tantas figuras como necesites.

c) Calcula el área de la figura formada.

Secuencia 12

1. Observa la figura, desarrolla lo que se pide y contesta las preguntas.

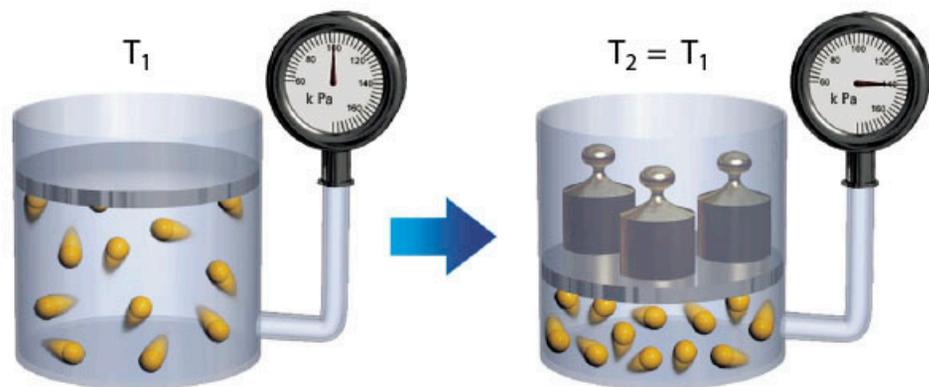


- a) Reproduce la figura anterior en una hoja blanca. Considera que todos los polígonos son regulares.
- b) ¿Qué polígonos conforman la figura?
- c) Localiza los ángulos central e interno en cada polígono e indica sus medidas.
- d) Si continúas la construcción hacia afuera, ¿cuántos lados tendrá el siguiente polígono?

Secuencia 13

1. Investiga qué es la ley de Boyle.

La ley de Boyle establece que, a temperatura constante, el volumen de una masa fija de gas es inversamente proporcional a la presión que este ejerce, y determina que $P_1V_1 = P_2V_2$.



- a) Analiza el diagrama y explica qué significa la fórmula $P_1V_1 = P_2V_2$.
- b) Un gas a una presión de 1.8 atmósfera (atm) ocupa un volumen de 0.9 L; con temperatura constante, se aumenta la presión del gas a 4.1 atm. Calcula el volumen usando la fórmula $V_2 = P_1V_1/P_2$.

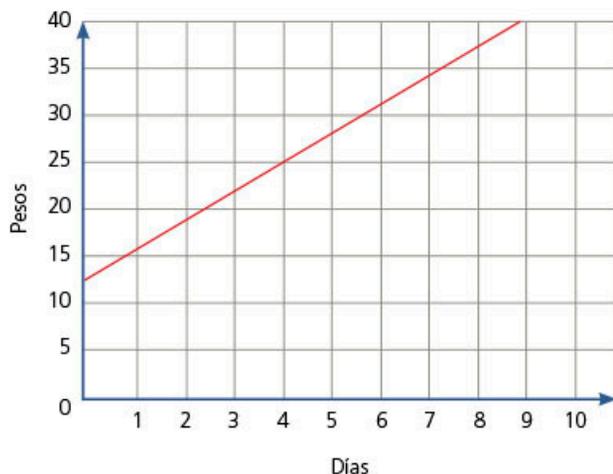
Secuencia 14

1. De forma grupal, planteen dos situaciones que estén relacionadas y que generen gráficas con diferente pendiente; luego, comparen las gráficas de acuerdo con las variables involucradas. Escriban una conclusión.

2. Resuelve el siguiente problema.

Rentar un videojuego cuesta \$10.00 más \$2.50 por cada día. Víctor devolvió el videojuego al día siguiente y pagó \$12.50.

- a) Escribe expresión algebraica que permita calcular lo que hay que pagar al rentar el videojuego por x días.
- b) Traza la gráfica.
- c) La siguiente gráfica expresa los precios de otro lugar de renta de videojuegos. Interpreta la información que se presenta para mencionar los precios.



Secuencia 15

- 1. Elabora un diagrama de pasos para trazar un polígono de frecuencias.
- 2. Traza un polígono de frecuencias para los resultados de la actividad 10 de la secuencia 8 (ver página 55).
 - a) Compáralo con el que trazaron tus compañeros de grupo.
 - b) Prepara una presentación ante el grupo con los resultados de la actividad 10, en la que muestres todo el proceso: desde la recolección de datos, su registro, organización, presentación en el histograma y polígono de frecuencias.
 - c) Elabora una conclusión sobre esta actividad.

Secuencia 16

- 1. Reúnete con un compañero, investiguen lo que se pide y contesten las preguntas.
El Sistema Internacional de unidades se fundamenta en siete unidades de base.

- a) Investiguen cuáles son las siete magnitudes base del SI.
- b) Investiguen cuáles son las unidades de medida de las magnitudes anteriores.
- c) ¿Qué magnitudes están en base 10?
- d) ¿Hay alguna magnitud que no esté basada en el sistema decimal? Den ejemplos.

Secuencia 17

1. Elabora un diagrama de pasos o de flujo para resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas con el método de igualación.

- a) Compara tu diagrama con el de un compañero y complementen los pasos que hagan falta.
- b) Prueba tu diagrama con un sistema de ecuaciones. Corrige lo que sea necesario.
- c) Haz una ficha con tu diagrama. A lo largo del curso, aprenderás otros métodos, por lo que irás complementando tus estrategias para resolver sistemas de ecuaciones.

2. Elabora un formulario en el que integres los diferentes métodos de resolución de sistemas de ecuaciones.

Lo iniciarás en esta secuencia y lo complementarás con los métodos de las secuencias 21, 24 y 25.

3. En parejas, resuelvan el siguiente problema.

Toño fue a la feria. Se subió 5 veces a los carritos chocones y 7 veces a la rueda de la fortuna; gastó \$200.00. Como le gustaron mucho ambos juegos, regresó más tarde y se subió 3 veces a los carritos chocones y 2 a la rueda de la fortuna; pagó \$76.00. ¿Cuánto cuesta cada juego?

- a) Una persona dice que la solución es \$12.00 para la rueda de la fortuna y \$20.00 para los carritos chocones. ¿Están de acuerdo?
- b) En caso de estar en desacuerdo, expliquen por qué y argumenten su respuesta.

Secuencia 18

1. Retoma el problema de la actividad 1 sobre la segunda ley de Newton, que establece la relación $a = \frac{F}{m}$.

- a) Asigna a m un valor constante.
- b) Elabora una tabla en la que relaciones la fuerza con la aceleración.
- c) Traza la gráfica y describe su comportamiento.
- d) Compara esta gráfica con la que obtuviste en la actividad 1. ¿Cuáles son sus similitudes y diferencias?

2. Elabora tu repertorio de gráficas.

- a) Escribe en una ficha lo que conoces sobre las gráficas que representan una variación lineal.
- b) Elabora otra ficha acerca de las gráficas que representan una relación de proporcionalidad inversa.

3. Resuelve el siguiente problema.

Una llave vierte 2 L de agua por minuto y llena un depósito de agua en tres horas. ¿Cuántos litros por minuto debe proporcionar la llave para llenar el depósito en un par de horas?

Secuencia 19

1. En parejas, lleven a cabo la actividad. Necesitarán un juego de lotería.
 - a) ¿Cuántas tarjetas conforman la lotería?
 - b) ¿Cuántas tarjetas conforman una tabla?
 - c) ¿Es un juego de azar?
 - d) ¿Pueden calcular la probabilidad de ganar en este juego? Expliquen su respuesta.
 - e) ¿Con alguna tabla se tiene mayor probabilidad de ganar?
 - f) Investiguen el origen de este juego.

Secuencia 20

1. Elaboren una tabla de equivalencias con las unidades vistas en esta secuencia.
2. Reúnete con un compañero y desarrollen lo que se pide.
 - a) Investiguen sobre la medida de "barril".
 - b) ¿A cuántos litros equivale un barril?
 - c) En México, ¿dónde se usa esta medida?

Secuencia 21

1. Elabora un diagrama de pasos o de flujo sobre el método gráfico para resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
2. Usa tu diagrama de pasos para resolver el siguiente problema.

Calcula los ángulos interiores de un triángulo sabiendo que uno es la cuarta parte de cualquiera de los otros dos. Plantea un sistema de ecuaciones y determina sus valores.

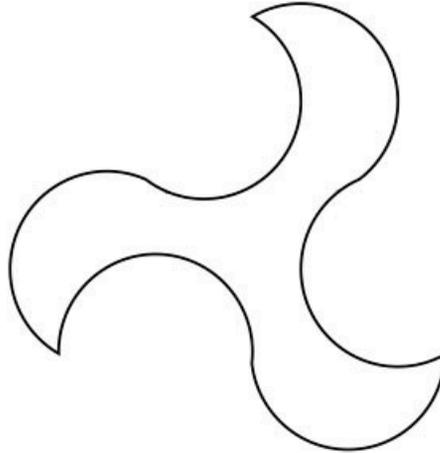
Secuencia 22

1. En parejas, encuentren las ecuaciones de las rectas de la situación inicial.
 - a) Discutan cómo se relaciona la pendiente con el crecimiento de las plantas en cada día.
 - b) Observen cómo se relaciona la pendiente con la diferencia de alturas de la tabla.
2. Complementa tu ficha sobre la variación lineal y la proporcionalidad inversa.
 - a) Haz una lista de las características de las gráficas de variación lineal y de proporcionalidad inversa.
 - b) Esboza las gráficas de las diferentes situaciones que podrían presentarse; por ejemplo, en el caso de la recta, en la cual la pendiente es positiva, negativa o 0.
 - c) Compara tus fichas con las de un compañero y complementen la información que no hayan considerado.
 - d) Agreguen ejemplos para ilustrar cada caso.

Secuencia 23

1. Con base en el procedimiento de la actividad 7 de esta secuencia, propón otra figura que sirva como base para hacer un teselado.
 - a) Construyan un teselado con al menos 20 figuras. Usen diferentes colores para hacer más atractivo su diseño.
 - b) Presenten su teselado ante el grupo.
 - c) Con ayuda del profesor, organicen una exposición grupal.

2. Reúnete con un compañero y tracen la siguiente figura del tamaño que deseen.



- Redacten, en su cuaderno, el procedimiento que siguieron.
- Describan cómo podrían calcular el área de la figura.
- Concluyan si con esta figura es posible formar un teselado.

Secuencia 24

- Elabora un diagrama de pasos o de flujo con el método para resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas que aprendiste en esta secuencia.
- Complementa tu formulario con los métodos de solución de sistemas de ecuaciones.
- Resuelve el siguiente problema con el método que prefieras.

Rodrigo compró un libro de acertijos matemáticos y le planteó el siguiente enigma a su amigo Fabián: "La suma de dos números es 400 y su diferencia es 36. ¿Cuáles son esos dos números?". Responde el enigma.

Secuencia 25

- En una ficha, elabora un diagrama de pasos o de flujo con el método de sustitución.
 - Propón un ejemplo y sigue los pasos de tu diagrama para comprobar que hayas incluido todos los aspectos necesarios.
 - Compara tu diagrama con un compañero y complementa lo que haga falta.
- En otra ficha, elabora un diagrama de pasos o de flujo para el método de reducción.
 - Usa una de las ecuaciones vistas en la secuencia para comprobar que los pasos de tu diagrama sean correctos.
 - ¿Cómo verificarías la solución del sistema de ecuaciones?
- Agrega estos métodos al formulario que iniciaste en la secuencia 17.

Secuencia 26

- Elabora un organizador gráfico para representar el algoritmo de la desviación media.

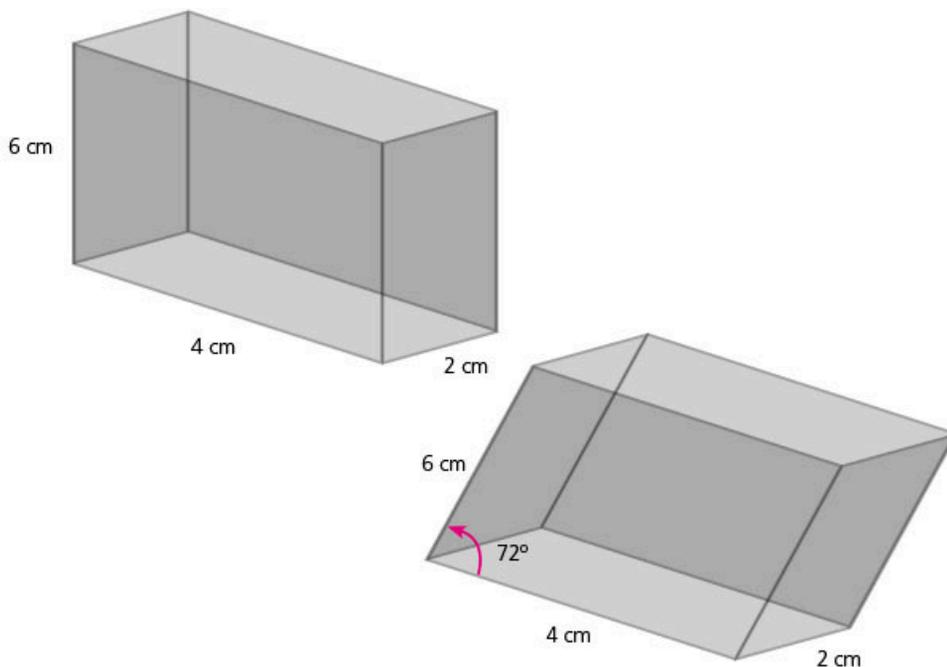
2. Lee las siguientes afirmaciones y discútelas con el grupo. Con la guía del profesor, establezcan si están de acuerdo y propongan algunos ejemplos.

- Cuando se obtiene una dispersión pequeña, los datos se encuentran acumulados alrededor de la media aritmética; en consecuencia, la media aritmética obtenida se considera confiable o representativa de los datos.
- Cuando se obtiene una dispersión grande, la media aritmética que representa los datos no es muy confiable y no es muy representativa de los datos.

Secuencia 27

1. En parejas, lleven a cabo las actividades.

a) Tracen en una cartulina el desarrollo plano de los siguientes prismas.



- b) Recorten y armen los cuerpos geométricos para comprobar sus trazos.
 c) Calculen el volumen de ambos cuerpos geométricos.
 d) ¿Tienen igual volumen? Expliquen su respuesta.

Secuencia 28

1. Resuelve el problema.

En un laboratorio, se construyó un cubo de vidrio con arista de 1 mm.

- a) Expresa la medida de la arista en centímetros y en decímetros.
 b) La expresión 1×10^{-3} m es la forma de enunciar la medida de la arista en notación científica. Expresa con notación científica la medida de la arista en decímetros.
 c) Explica por qué se puede expresar la medida de la arista como el cociente $\frac{1}{1000}$ m.
 d) Escribe el valor en notación decimal en los siguientes casos.

» $1 \times 10^{-3} =$

» $\frac{1}{10000} =$

2. Completa la tabla de unidades de medida basadas en el sistema decimal. Esta ocasión escribe el factor en forma de potencias de 10.

Te sugerimos que consultes el recuadro de información de la página 104.

Prefijo	giga	mega	kilo	hecto	deca		deci	centi	mili	micro	nano
Símbolo	G	M	k	h	da		d	c	m	μ	n
Factor						10^0					

} Múltiplos
} Submúltiplos

Secuencia 29

1. Resuelve el problema.

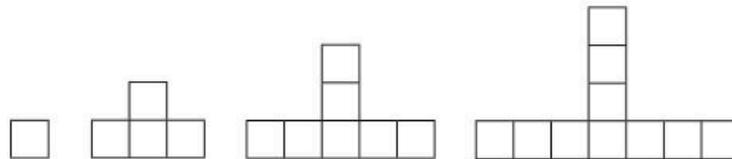
Liliana juega con su hermanita Lupe a los cubos armables. Construyó una sucesión de figuras que tiene la siguiente cantidad de cubos por figura.

1, 4, 7, 10, ...

a) Determina la cantidad de cubos para las siguientes cinco figuras.

1, 4, 7, 10, __, __, __, __, __

b) Dibuja, en tu cuaderno, las siguientes cinco figuras y describe cómo se relacionan con la sucesión anterior.



c) Escribe una expresión algebraica que te permita determinar el número de cuadrados para cualquier figura.

Secuencia 30

1. Elabora un formulario en tu cuaderno; integra los siguientes conceptos.

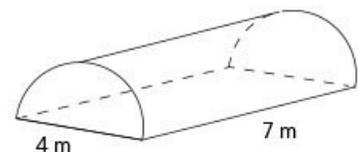
- a) Medidas de tendencia central: media aritmética, mediana y moda
- b) Medidas de dispersión: rango, desviación media (DM)
- c) Elaboración de gráficas

Secuencia 31

1. Resuelve el siguiente problema.

Bernardo desea construir un pequeño invernadero en su casa.

a) Si lo necesita de la siguiente forma y medidas, ¿qué cantidad de plástico requiere para cubrir por completo el invernadero?



- b) Si desea que alrededor del invernadero quede un espacio de 70 cm, ¿qué superficie de terreno necesita para su invernadero?
- c) ¿Cuál es el volumen del invernadero?

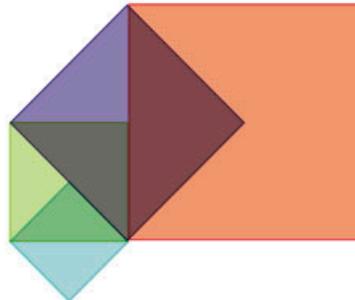
Secuencia 32

1. **Organícense en equipos para llevar a cabo las siguientes actividades.**
 - a) Investiguen un fenómeno de otra disciplina, como la física o la biología, que pueda explicarse con un modelo de variación lineal.
 - b) Definan cada uno de los conceptos mencionados.
 - c) Describan cómo se aplica el modelo de variación lineal.
 - d) Propongan un ejemplo en el que se utilicen diferentes representaciones (gráfica, algebraica, tabular).
 - e) Preparen una exposición de su investigación.
 - f) Expongan ante el grupo y resuelvan las dudas que surjan.
2. **Repitan los pasos anteriores para investigar sobre un fenómeno que tenga una relación de proporcionalidad inversa entre sus variables.**

Secuencia 33

1. **Resuelve el problema.**

La medida del área del cuadrado rojo es de 49 u^2 .
Determina la medida del lado del cuadrado azul.



Reflexión final

1. **Elige el trabajo que más te haya gustado y que ilustre la relación de las matemáticas con algún aspecto de tu entorno: describe, en una cuartilla como máximo, por qué es significativo para ti y qué aprendiste al hacerlo.**
2. **Escribe una carta en la que identifiques cuáles fueron tus logros en matemáticas.**
 - a) Escribe una carta para ti mismo. Hazlo como si fueras otra persona que ha observado tu trabajo a lo largo del año.
 - b) Reflexiona sobre las actitudes que desarrollaste hacia esta disciplina, tus capacidades para comunicar tus ideas o cómo te sientes al resolver un problema.
 - c) Resalta las mejoras que tuviste desde el inicio del año hasta este momento y qué habilidades necesitas desarrollar todavía. Por ejemplo, la persistencia, la autoconfianza, tu capacidad para trabajar en equipo, entre otros.
 - d) Menciona los conceptos que más se te dificultaron aprender y qué estrategias empleaste para lograrlo.
 - e) Concluye con una frase que usarías para motivar a otra persona a seguir adelante con su propósito. Dedicale esa frase de reconocimiento a ti mismo.

Glosario

Algoritmo: conjunto ordenado de operaciones que permiten hacer un cálculo o hallar la solución de un problema.

Ángulo: amplitud entre dos líneas que coinciden en un punto común denominado *vértice*. Se mide en grados.

Ángulo central: ángulo de un círculo que está determinado por dos radios.

Ángulo complementario: ángulo que, sumado a otro, forma un ángulo recto (90°).

Ángulo consecutivo: es el que está más cercano a otro, pues ambos comparten un lado. En un polígono, todo ángulo tiene dos ángulos consecutivos.

Ángulo suplementario: ángulo que, sumado a otro, forma un ángulo llano (180°).

Apotema: en un polígono, es la distancia del centro a la mitad de cualquiera de sus lados.

Área: medida de la superficie comprendida dentro de un perímetro. No tiene espesor ni grosor.

Arista: línea que se forma con la intersección de dos caras.

Azar: combinación de circunstancias que no se pueden prever.

Cara: cada una de las superficies planas o polígonos que limitan a un sólido.

Conjetura: en matemáticas, se refiere a una afirmación que se supone verdadera, pero que no ha sido probada.

Crecimiento poblacional: incremento de la población en un determinado tiempo.

Diagonal: segmento que une dos vértices no consecutivos.

Ecuación: igualdad matemática entre dos miembros en la que hay valores conocidos e incógnitas relacionados entre sí.

Equidistante: que está a la misma distancia.

Experimento aleatorio: tipo de experimento cuyos resultados no se pueden predecir o no es posible determinar el resultado exacto en una situación.

Factor: cada una de las cantidades que se multiplican para obtener un producto.

Fración: número de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son enteros y $b \neq 0$. El numerador a indica las partes que se toman de la unidad o el entero y el denominador b , el número de fragmentos en los que se divide.

Frecuencia: cantidad de veces que se repite un valor determinado.

Frecuencia absoluta: número de veces que se repite un dato.

Frecuencia relativa: resultado de dividir la frecuencia absoluta de un dato entre el total de datos.

Gráfica: dibujo o diagrama que muestra información organizada de datos.

Incógnita: en matemáticas, número que se desconoce en una ecuación.

Intersecar: cuando dos líneas se cortan o se cruzan entre sí.

Literales: letras que se emplean en una expresión matemática, generalmente para representar un número o una magnitud.

Número negativo: cualquier número cuyo valor es menor que cero.

Operaciones aritméticas básicas: en aritmética, se denomina así a la suma, la resta, la multiplicación y la división.

Par ordenado: pareja de números (x, y) que tienen el siguiente orden en el plano coordenado: x es el número en el eje horizontal y y el número en el eje vertical.

Paralelogramo: cuadrilátero que tiene los lados paralelos dos a dos y los ángulos iguales dos a dos.

Perímetro: línea o conjunto de líneas que forman el contorno de una superficie o una figura. También se denomina *perímetro* a la suma de las longitudes de ese conjunto de líneas.

Plano cartesiano: el plano está formado por dos rectas numéricas perpendiculares. La recta horizontal es el eje de las abscisas (x) y la recta vertical es el eje de las ordenadas (y).

Polígono: figura geométrica cerrada que se forma por segmentos de recta denominados *lados*.

Precio unitario: es el costo de cada unidad de un producto. Facilita comparar el costo de la misma cantidad de producto cuando hay presentaciones de distintos tamaños.

Prisma: cuerpo geométrico formado por dos bases (caras con forma de polígonos) paralelas e iguales, y tantas caras rectangulares como lados tiene cada base.

Promedio: término coloquial para nombrar la media aritmética. La media aritmética, la moda y la mediana son diferentes tipos de promedio de un conjunto de datos.

Probabilidad: medida de la frecuencia con la que ocurre un resultado posible.

Progresión aritmética: secuencia de números en la que cada término se obtiene al sumar una cantidad constante al anterior (excepto al primero).

Proporción: igualdad entre dos razones.

Rango: diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de un conjunto de datos.

Sector circular: parte de un círculo limitada por dos radios y el arco que abarcan.

Segmento: porción de una recta que está delimitada por dos puntos.

Sucesión: conjunto de elementos o términos que aparecen de forma consecutiva.

Suceso probable: la certeza es el argumento central, ya que se puede expresar la seguridad de que ocurra un evento.

Valor numérico de una expresión algebraica: resultado obtenido después de sustituir las incógnitas por determinados valores y efectuar las operaciones correspondientes.

Variación: análisis de cómo cambian o se transforman los valores y, en general, cualquier fenómeno.

Bibliografía

Bibliografía para el alumno (Biblioteca Escolar y Biblioteca de Aula)

- Andradas, Carlos, *Póngame un kilo de matemáticas*, Madrid, Ediciones SM, 2006.
- Bosch, Carlos, Claudia Gómez, *Una ventana a las formas*, Ciudad de México, SEP/Editorial Santillana, 2002.
- _____, *Una ventana a las incógnitas*, Ciudad de México, SEP/Editorial Santillana, 2002.
- _____, *Una ventana al infinito*, Ciudad de México, SEP/Editorial Santillana, 2002.
- De la Peña, José Antonio, *Geometría y el mundo*, Ciudad de México, SEP/Editorial Santillana, 2002.
- Hernández, Carlos, *La geometría en el deporte*, Ciudad de México, SEP/Editorial Santillana, 2003.
- Lamm, Emma y Elena de Oteyza, *El álgebra es divertida*, Ciudad de México, SEP/Editorial Santillana, 2009.
- Marván, Luz María, *Andrea y las fracciones*, Ciudad de México, SEP/Editorial Santillana, 2003.
- Poskitt, Kjartan, *Esa condenada mala suerte*, Ciudad de México, SEP/Abrapalabra Editores, 2005.
- Ruiz, Concepción, *Crónicas algebraicas*, Ciudad de México, SEP/Editorial Santillana, 2002.

Bibliografía para el alumno

- Alsina, Claudi, *Vitaminas matemáticas*, Ciudad de México, Planeta, 2011.
- Ball, Johnny, *Piensa un número. Una mirada fascinante al mundo de los números*, 2ª ed., México, Ediciones SM, 2005.
- Barozzi, Graziella et al., *Matemáticas en la vida real*, Madrid, Editorial Octaedro, 2011.
- Bellos, Alex, *Alex en el país de los números*, Barcelona, Grijalbo, 2010.
- Blatner, David, *El encanto de Pi*, Ciudad de México, Aguilar, 2003.
- Coto, Alberto, *Matemáticas, trucos y estrategias para ejercitar tu mente*, Ciudad de México, ST Editorial, 2011.
- Crilly, Tony, *Grandes cuestiones: matemáticas*, Madrid, Ariel, 2011.
- Enzensberger, Hans, *El diablo de los números*, Madrid, Siruela, 1997.
- Hersh, Reuben y Vera John-Steiner, *Matemáticas: Una historia de amor y odio*, Madrid, Crítica, 2012.
- Long, Lynette, *Matemáticas divertidas*, Madrid, Planeta, 2011.
- Meavilla-Seguí, Vicente, *El lobo, la cabra y la col*, Madrid, Almuzara, 2011.

Stewart, Ian, *Locos por las matemáticas*, Barcelona, Crítica, 2011.

Szpiro, George, *La vida secreta de los números*, Madrid, Books4pocket, 2009.

Tahan, Malba, *El hombre que calculaba*, Ciudad de México, Editorial Limusa, 2005.

Wells, David, *El curioso mundo de las matemáticas*, Barcelona, Gedisa, 2000.

Bibliografía electrónica para el alumno (fecha de consulta: junio de 2017)

Abreu, José Luis *et al.*, Proyecto Arquímedes. Recursos interactivos desarrollados para la Telesecundaria y adaptados a Descartes JS
arquimedes.matem.unam.mx/lite/2013/1.3_RecursoAdaptados/Telesecundaria/1_primero/1_Matematicas/index.html

Cuéntame. Página del Instituto Nacional de Estadística y Geografía
cuentame.inegi.org.mx

Educ.ar. Sitio para el alumno, portal educativo del Ministerio de Educación de la Nación (Argentina)
www.educ.ar/recursos/buscar?tema=20&audiencia=2

Geogebra. Programa para el aprendizaje de las matemáticas
web.geogebra.org

La Red Educativa Digital Descartes. Materiales didácticos interactivos para el aprendizaje de las matemáticas
proyectodescartes.org/EDAD/mat_2eso_cast-LOMCE.htm

TED Talks. Videos de conferencias sobre temas matemáticos
<https://www.ted.com/talks?sort=newest&language=es&topics%5B%5D=math>

Universo matemático. Radio y Televisión españolas
www.rtve.es/television/la-aventura-del-saber/documentales/universo-matematico/

Bibliografía para el profesor

Alsina, Claudi, Carme Burgués, Josep Fortuny, *Invitación a la didáctica de la geometría*, Madrid, Síntesis, 1997.

Ávila, Alicia, "Los profesores y los decimales. Conocimientos y creencias de un contenido de saber cuasi invisible", en *Educación Matemática*, vol. 20, núm. 2, agosto de 2008, pp. 5-33.

Batanero, Carmen y Carmen Díaz (eds.), *Estadística con Proyectos*, Barcelona, Departamento de Didáctica de la Matemática, 2011.

Block, David, Tatiana Mendoza, Margarita Ramírez, *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*, Somos Maestros, México, Ediciones SM, 2010.

Brousseau, Guy, *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2007.

Chevallard, Yves, Marianna Bosch y Josep Gascón, *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*, Biblioteca del Normalista, México, SEP, 1998.

Peña, José Antonio de la, *Álgebra en todas partes. La ciencia para todos*, México, FCE, 1999.

Sadovsky, Patricia, *Enseñar matemáticas hoy*, Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Santos, Luz Manuel, *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*, México, Trillas, 2007.

Sessa, Carmen, *Iniciación al estudio didáctico del álgebra. Orígenes y perspectivas*, Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.

Bibliografía electrónica para el profesor (fecha de consulta: junio de 2017)

Comité Latinoamericano de Matemática Educativa
www.clame.org.mx/

Educ.ar. Sitio para el docente, Portal educativo del Ministerio de Educación de la Nación
www.educ.ar/recursos/buscar?tema=20&audiencia=1

EduTEKA. Portal educativo con contenido para docentes y directivos para enriquecer los ambientes escolares con el uso de las TIC
eduteka.icesi.edu.co/

Geogebra. Geometría dinámica
geogebra.org/webstart/geogebra.html

Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas
<http://www.sinewton.org/numeros/>

Procomun, Red de Recursos Educativos en Abierto
procomun.educalab.es/

Real Sociedad Matemática Española. Divulgamat. Centro virtual de divulgación de las matemáticas
www.divulgamat.net/

Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal
redalyc.uaemex.mx

Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa
www.clame.org.mx/relime.htm

TED Talks. Videos de conferencias sobre temas matemáticos
<https://www.ted.com/talks?sort=newest&language=es&topics%5B%5D=math>