COLEGIO MAKARENKO

PREPARATORIA

MATEMÁTICAS IV

CUADERNO DE TRABAJO 2016

NOMBRE DEL ALUMNO:

APELLIDO PATERNO	**APELLIDO MATERNO**	**NOMBRE(S)**

SEMESTRE: ___CUARTO___ **GRUPO:** __________________ **TURNO:** ______________

Elaborado por: M. en C. Juan José Arvizu Puga

INDICE PRIMER PARCIAL

BLOQUE I. RECONOCES Y REALIZAS OPERACIONES CON DISTINTOS TIPOS DE FUNCIONES PARCIAL

BLOQUE II. APLICAS FUNCIONES ESPECIALES Y TRANSFORMACIONES DE GRÁFICAS

INDICE SEGUNDO PARCIAL

BLOQUE III. EMPLEAS FUNCIONES POLINOMIALES DE GRADOS CERO, UNO Y DOS.

BLOQUE IV. UTILIZAS FUNCIONES POLINOMIALES DE GRADOS TRES Y CUATRO.

INDICE TERCER PARCIAL

COLEGIO MAKARENKO

PREPARATORIA

MATEMÁTICAS IV

CUADERNO DE TRABAJO 2016

PRIMER PARCIAL

Elaborado por: M. en C. Juan José Arvizu Puga

B L O Q U E I

RECONOCES Y REALIZAS OPERACIONES CON DISTINTOS TIPOS DE FUNCIONES PARCIAL

El término función puede referirse a:

Función matemática, una relación entre un conjunto dado X (el dominio) y otro conjunto de elementos Y (el codominio) de forma que a cada elemento del dominio le corresponde un único elemento del codominio.

Una función, en matemáticas, es el término usado para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades. El término función fue usado por primera vez en 1637 por el matemático francés René Descartes para designar una potencia xn de la variable x. En 1694 el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz utilizó el término para referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente. Hasta recientemente, su uso más generalizado ha sido el definido en 1829 por el matemático alemán, J.P.G. Lejeune-Dirichlet (1805-1859), quien escribió: "Una variable es un símbolo que representa un número dentro de un conjunto de ello. Dos variables X y Y están asociadas de tal forma que al asignar un valor a X entonces, por alguna regla o correspondencia, se asigna automáticamente un valor a Y, se dice que Y es una función (unívoca) de X. La variable X, a la que se asignan libremente valores, se llama variable independiente, mientras que la variable Y, cuyos valores dependen de la X, se llama variables dependientes. Los valores permitidos de X constituyen el dominio de definición de la función y los valores que toma Y constituye su recorrido".

Muchos problemas relacionados con la administración, economía y ciencias a fines, además de la vida real, requieren de la utilización de funciones lineales y otros tipos de funciones para su modelamiento, su comprensión, y fundamentalmente para la toma de decisiones.

En muchas ocasiones, la sola comparación entre las funciones tipo y el comportamiento de la variables en un problema administrativo, económico o similar permite obtener los modelos más apropiados.12

ACTIVIDAD 1. ELEMENTOS DE UNA FUNCIÓN. Después de la explicación del profesor, definir:

RELACIÓN:

FUNCION:

VARIABLE:

VARIABLE INDEPENDIENTE:

VARIABLE DEPENDIENTE:

CONSTANTE:

FECHA: ____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 2. NOTACIÓN DE UNA FUNCIÓN. Investigar, comprender y escribir las diferentes formas de escribir una función:

ACTIVIDAD 3. EJERCICIOS DE FUNCIÓN. De las expresiones, identificar y escribir en el espacio correspondiente la variable independiente, la variable dependiente y constante.

1. EJEMPLO: $A = \pi r^2$

   constante.:________________

   v.d.:_____________________

   v.i.:______________________

2. P = 4 L

constante.:________________

v.d.:______________________

v.i.:_______________________

3. W = 9.81 m

constante.:________________

v.d.:______________________

v.i.:_______________________

4. d = 60 t

constante.:________________

v.d.:______________________

v.i.:_______________________

5. $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

constante.:________________

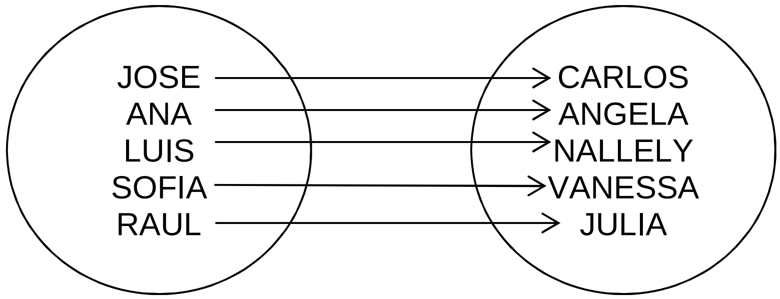
v.d.:______________________

v.i.:_______________________

FECHA: _____________________ CALIFICACIÓN: _____________________

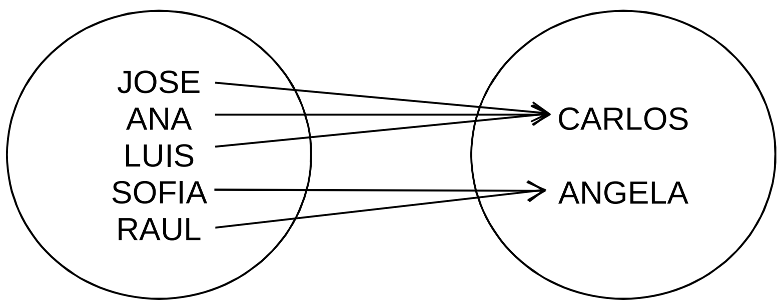
ACTIVIDAD 4. EJERCICIOS DE FUNCIÓN. Identificar y subrayar que casos son relación o función.

1. EJEMPLO:



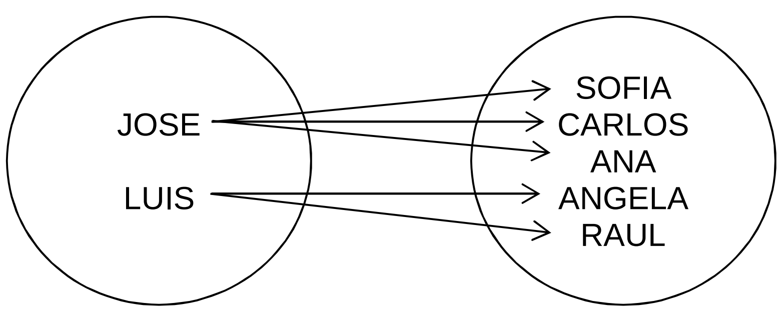
FUNCIÓN NO FUNCIÓN

2.



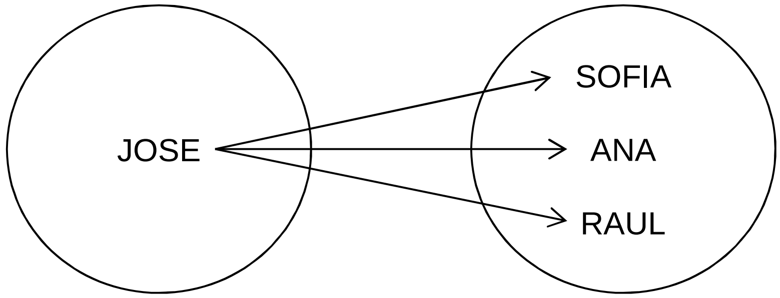
FUNCIÓN NO FUNCIÓN

3.



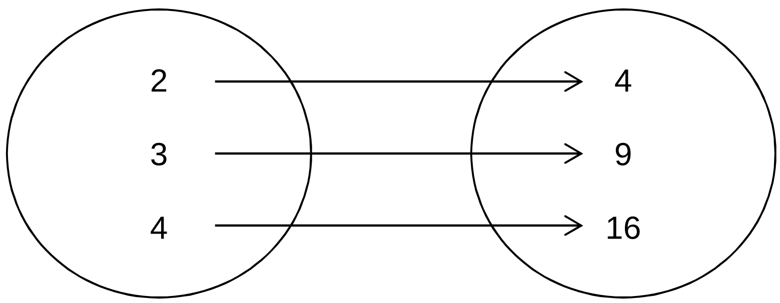
FUNCIÓN NO FUNCIÓN

4.



FUNCIÓN NO FUNCIÓN

5.



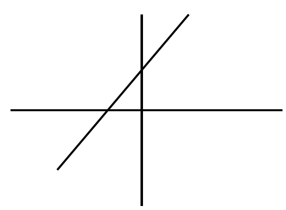
FUNCIÓN NO FUNCIÓN

FECHA: ______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

ACTIVIDAD 5. IDENTIFICACIÓN DE UNA FUNCIÓN CON LA TÉCNICA DE LA LÍNEA VÉRTICAL. Investigar y escribir la técnica de **LA LINEA VERTICAL** para identificar qué gráficas son una función.

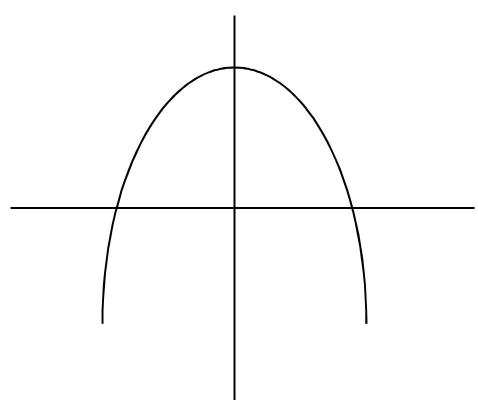
ACTIVIDAD 6. EJERCICIOS DE LA LINEA VERTICAL. Aplicar la técnica de la LINEA VERTICAL para decidir y escribir qué gráficas son una función.

1. EJEMPLO:



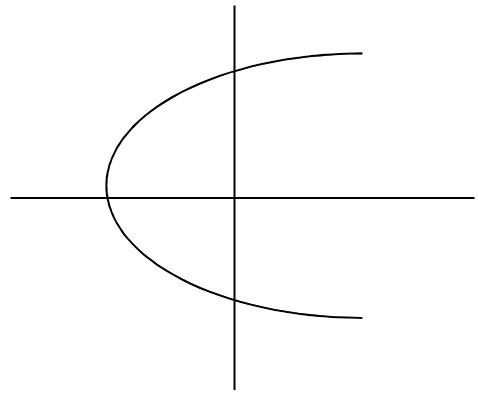
CONCLUSION: ______________________________

2.



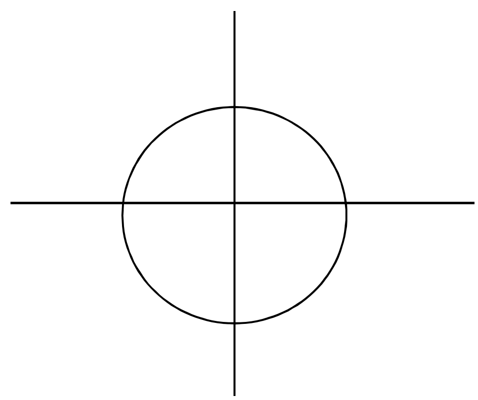
CONCLUSION: ______________________________

3.



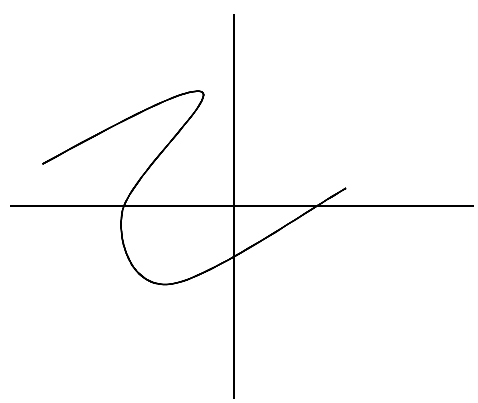
CONCLUSION: ______________________

4.



CONCLUSION: ______________________

5.



CONCLUSION: ______________________

FECHA: ____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 7. IDENTIFICACIÓN DE UNA FUNCIÓN. Investigar y escribir como distinguir en un conjunto de pares ordenados cuando es función:

ACTIVIDAD 8. EJERCICIOS. Identificar y escribir que conjuntos son función.

1. EJEMPLO: A = { (1 , 2), (3 , 4), (5 , 6), (7 , 8) }

   R:________________

2. B = { (1 , 2), (5 , 4), (5 , 6), (7 , 8) }

   R:________________

3. C = { (1 , 2), (3 , 2), (5 , 6), (7 , 6) }

   R:________________

4. D = { (2 , 2), (2 , 4), (7 , 6), (7 , 8) }

   R:________________

5. A = { (1 , 8), (2 , 6), (5 , 9), (4 , 8) }

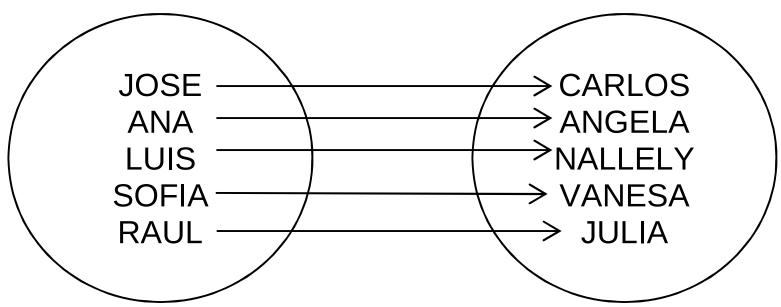
   R:________________

FECHA: ______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

ACTIVIDAD 9. DOMINIO Y CONTRADOMINIO. Investigar, analizar y escribir la definición de DOMINIO y CONTRADOMINIO de una función.

ACTIVIDAD 10. EJERCICIOS. Escribir el dominio y contradominio de las funciones:

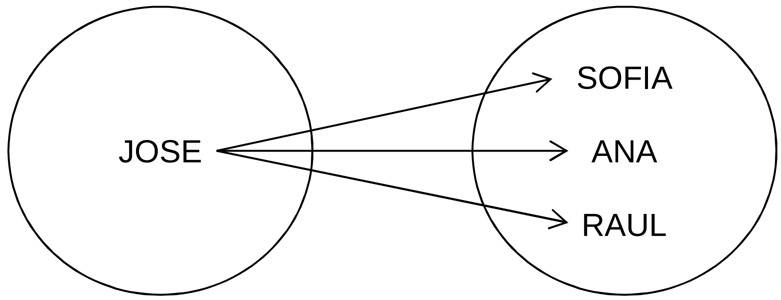
1. EJEMPLO 1:



Df:______________________________

Cf: ______________________________

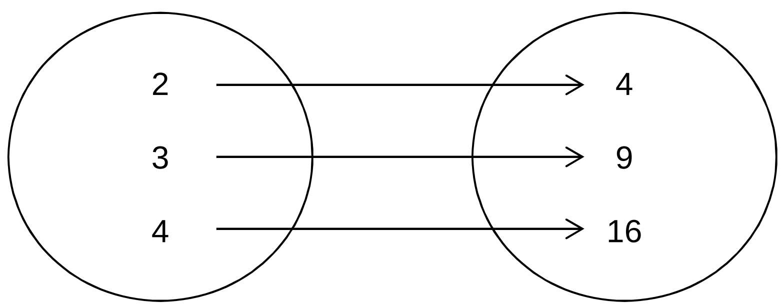
2.



Df:________________________________

Cf: ________________________________

3.



Df:________________________________

Cf: ________________________________

4. EJEMPLO 2: A = { (1 , 2), (3 , 4), (5 , 6), (7 , 8) }

Df:________________

Cf:________________

5. C = { (1 , 2), (3 , 2), (5 , 6), (7 , 6) }

Df:________________

Cf:________________

6. A = { (1 , 8), (2 , 6), (5 , 9), (4 , 8) }

Df:________________

Cf:________________

7. A = { (5, 4), (6, 3), (7, 6), (8, 3) }

Df:________________

Cf:________________

8. C = { (3, 5), (8, 9), (6, 2), (7, 3) }

Df:________________

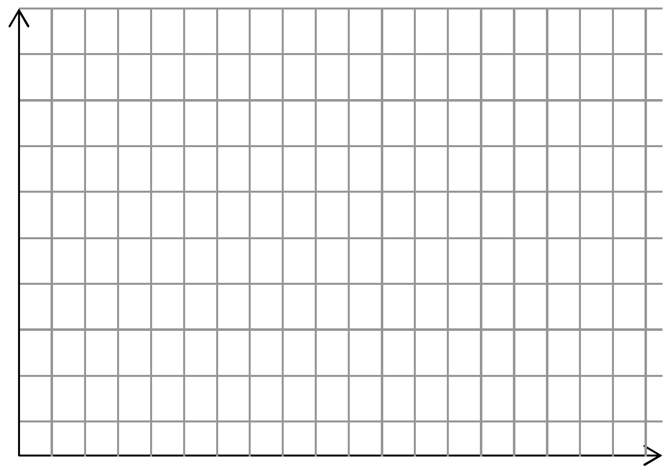
Cf:________________

FECHA: ______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

ACTIVIDAD 11. PROBLEMAS DE APLICACIÓN. Usar la tabla correspondiente para obtener los datos de cada situación. Además, determinar la expresión matemática que describe el problema, la gráfica e identificar la variable dependiente, la variable independiente, la constante, el dominio y el contradominio.

1. EJEMPLO: Un examen tiene 25 reactivos. Hallar la calificación cuando el número de aciertos es de 6, 11, 13, 20 y 25.

ACIERTOS	CALIFICACIÓN
6	
11	
13	
20	
25	



Expresión matemática

v.i.:______________________________

v.d.:_____________________________

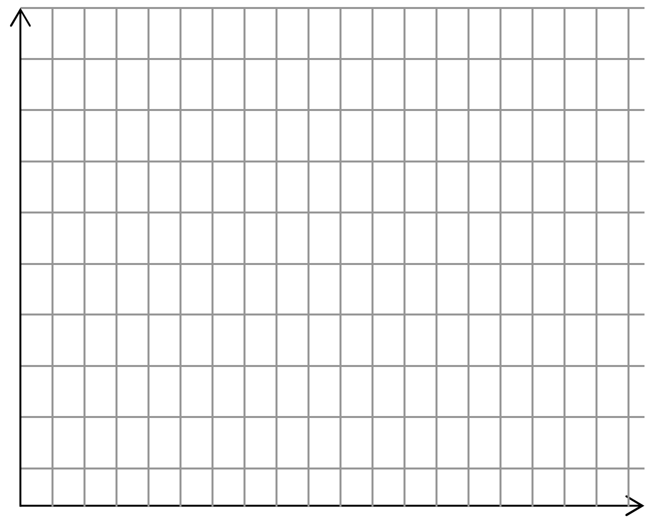
Constante:________________________

Df.:_____________________________

Cf.:______________________________

2. Un automóvil se desplaza a una velocidad de 60 km/h. ¿Qué distancia recorre en 1, 3, 7, 11 y 13 horas.

HORAS	DISTANCIA
1	
3	
7	
11	
13	



Expresión matemática

v.i.:______________________________

v.d.:_____________________________

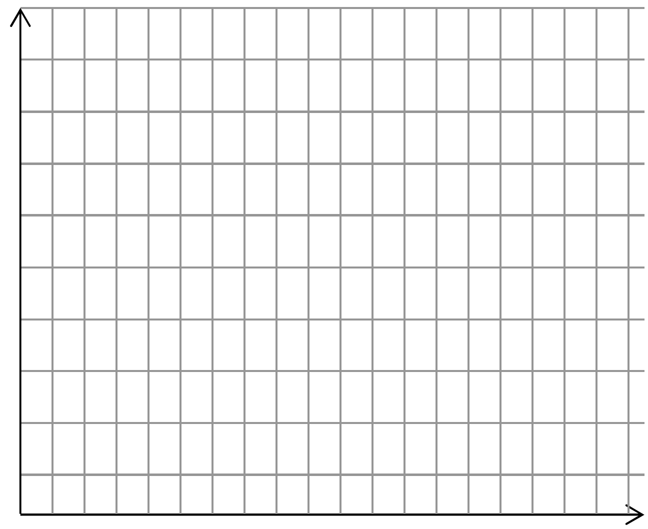
Constante:________________________

Df.:_____________________________

Cf.:______________________________

3. Determina el perímetro de un pentágono regular, cuando uno de sus lados mide 3, 6, 7, 9 y 14 cm.

LADO	PERÍMETRO
3	
6	
7	
9	
14	



Expresión matemática

v.i.:______________________________

v.d.:_____________________________

Constante:________________________

Df.:_____________________________

Cf.:______________________________

FECHA: ______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

BLOQUE II

APLICAS FUNCIONES ESPECIALES Y TRANSFORMACIONES DE GRÁFICAS

El límite de una función es un concepto fundamental del cálculo diferencial matemático, un caso de límite aplicado a las funciones.

Informalmente, el hecho que una función *f* tiene un límite *L* en el punto *c*, significa que el valor de *f* puede ser tan cercano a *L* como se desee, tomando puntos suficientemente cercanos a *c*, independientemente de lo que ocurra en *c*.

Aunque implícita en el desarrollo del Cálculo de los siglos XVII y XVIII, la notación moderna del límite de una función se remonta a Bolzanoquien, en 1817, introdujo las bases de la técnica épsilon-delta. Sin embargo, su trabajo no fue conocido mientras él estuvo vivo. Cauchyexpuso límites en su *Cours d'analyse* (1821) y parece haber expresado la esencia de la idea, pero no de una manera sistemática. La primera presentación rigurosa de la técnica hecha pública fue dada por Weierstrass en los 1850 y 1860 y desde entonces se ha convertido en el método estándar para trabajar con límites.

La notación de escritura usando la abreviatura **lim** con la flecha debajo es debida a Hardy en su libro *A Course of Pure Mathematics* en 1908.

En muchas ocasiones algunas frases conducen de manera intuitiva a la definición de límite, tales como: “Se aproxima a un número específico”, “x se aproxima hacia a”, “f(x) se hace arbitrariamente grande”. Desde Leibnitz, Newton en el siglo XVII a través de los Bernoulli, Euler y Gauss en el siglo VIII y hasta principios del siglo. Sin embargo, a medida que el tiempo transcurría la definición intuitiva de límite necesitaba de librarse de su origen “los objetos móviles” y simples gráficas. Fue Weierstrass, alrededor de 1841 a 1856 quien desarrollo un método para definir los límites si hacer alusión a lo anterior. Desde entonces este método ha sido usado tanto por matemáticos puros y aplicados Weierstrass.

ACTIVIDAD 12. FUNCIÓN INVERSA. Investigar y analizar con tu profesor, la manera de obtener la **FUNCION INVERSA** de una función. Escribir tus conclusiones.

ACTIVIDAD 13. EJERCICIOS. Obtener la función inversa de las funciones:

1. EJEMPLO 1: $y = 5x + 3$

2. $y = 3x + 7$

3. $y = 7x - 2$

4. $y = -3x + 5$

5. $y = -2x - 1$

6. EJEMPLO 2 : $y = \frac{5}{2}x + 3$

7. $y = \frac{3}{4}x + 2$

8. $y = \frac{8}{9}x - 4$

9. $y = -\frac{4}{3}x + 1$

10. $y = -\frac{5}{7}x - 8$

11. EJEMPLO 3: $5x + 4y + 1 = 0$

12. $8x + 3y + 3 = 0$

13. $5x – 3y – 4 = 0$

14. $-7x - 3y + 2 = 0$

15. $-5x + 2y - 3 = 0$

FECHA: ____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 14. CLASIFICACIÓN DE FUNCIONES. Investigar, analizar la clasificación de funciones y escribir tus conclusiones.

1. FUNCIONES ALGEBRAICAS:

2. FUNCIONES POLINOMIALES

3. FUNCIONES RACIONALES

4. FUNCIONES TRASCENDENTES

5. FUNCIONES RADICALES

FECHA: ____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 15. APLICACIONES DE UNA FUNCIÓN.

MODELO MATEMÁTICO 1. El salario de una persona puede depender del número de horas que trabaje; la producción total de una fábrica puede depender del número de máquinas que se emplean; el área de un círculo depende del radio; la distancia que recorre un vehículo puede depender del tiempo transcurrido; el diámetro de un cable permite la resistencia del mismo; etc. La relación que existe entre estas cantidades suele expresarse una **función**.

MODELO MATEMATICO 2. El volumen de un gas a presión constante es directamente proporcional a la temperatura absoluta y a la temperatura de 175° el gas ocupa 200 m ^{3}. a) Encuentra un modelo matemático que exprese el volumen como una función de la temperatura. b) ¿Cuál es volumen del gas a una temperatura de 130°?

Solución:

Sea x grados de temperatura y f(x) el volumen del gas en m^3. Aplicando una variación directamente proporcional, tenemos:

$$f(x) = k\,x$$

donde k: constante.

Si a la temperatura de 175° el gas ocupa 200 m ^{3}, se sustituye en la expresión f(x) = k x

$$200 = k\,(175°)$$

$$k = \frac{200}{175} = \frac{8}{7}$$

a) El modelo matemáticos que describe al problema es:

$$f(x) = \frac{8}{7}x$$

b) Se sustituye 130° en el modelo matemático, con el objetivo de conocer el volumen a esta temperatura tenemos:

$$f(130°) = \frac{8}{7}(130°) = \frac{1040°}{7} = 148.57\ m^3$$

A UNA TEMPERATURA DE 130 °, EL VOLUMEN DEL GAS ES DE 148.57 m ^{3}.

ACTIVIDAD 16. LIMITE DE UNA FUNCIÓN.

MODELO MATEMÁTICO 3. Evaluar la función $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ para x = 3.

$$y = \frac{3^2 - 9}{3 - 3} = \frac{9 - 9}{0} = \frac{0}{0} = \text{indeterminada}$$

Sin embargo, observa que sucede en las tablas:

x	y
2.9	5.9
2.99	5.99
2.999	5.999
2.9999	5.9999
2.99999	5.99999
2.9999999	5.9999999

x	Y
3.1	6.1
3.01	6.01
3.001	6.001
3.0001	6.0001
3.00001	6.00001
3.000001	6.000001

Observa que por ambas tablas, el valor de x se aproxima cada vez más a 3. En tanto que el valor de y se aproxima a 6.

Entonces:

PODEMOS DECIR, AL EVALUAR LA FUNCIÓN $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ PARA VALORES DE X QUE SE APROXIMEN A 3, ESTA SE APROXIMA A 6.

ACTIVIDAD 17. CONCEPTO DE LÍMITES. Investigar, analizar y escribir el concepto de **LIMITE DE UNA FUNCION**

ACTIVIDAD 18. EJERCICIOS DE LÍMITES. Evaluar los límites dados:

1. EJEMPLO 1: $\lim_{x \to 8} (3x - 7) =$

2. $\lim_{x \to -4} (5x + 2) =$

3. $\lim_{x \to 2} (x^2 + 2x - 1) =$

4. $\lim_{x \to 3} (2x^2 - 4x + 5) =$

5. $\lim_{x \to -2} (x^3 + 8) =$

6. $\lim_{x \to -1} \left(x^3 - 2x^2 + 3x - 4\right) =$

7. EJEMPLO 2: $\lim_{x \to 3} \left(\frac{4x - 5}{5x - 1}\right) =$

8. $\lim_{x \to 2} \left(\frac{3x + 4}{8x - 1}\right) =$

9. $\lim_{x \to 2} \left(\frac{x^2 - 5}{2x^3 + 6}\right) =$

10. $\lim_{x \to -1} \left(\frac{2x + 1}{x^2 - 3x + 4}\right) =$

11. $\lim_{x \to 2} \left(\frac{x^3 + 2x + 3}{x^2 + 5}\right) =$

12. $\lim_{x \to 3}\left(\frac{x^4+7x-2}{7x^2+6x}\right)=$

13. $\lim_{x \to 7}\left(\frac{5x^2-7x+8}{3x^2+5x-4}\right)=$

14. $\lim_{x \to 5}\left(\frac{\sqrt{8x-4}}{3x+7}\right)=$

15. $\lim_{x \to -2}\left(\frac{7x}{\sqrt{2-4x}}\right)=$

FECHA: ____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 19. EJERCICIOS DE LÍMITES. Aplicar las factorizaciones por diferencias de cuadrados y factor común, para evaluar los límites:

1. EJEMPLO 1: $\lim_{x \to 7} \left(\frac{x^2 - 49}{x - 7} \right) =$

2. $\lim_{x \to 3} \left(\frac{9 - x^2}{3 - x} \right) =$

3. $\lim_{x \to -5} \left(\frac{x^2 - 25}{x + 5} \right) =$

4. $\lim_{x \to 4} \left(\frac{4 - x}{16 - x^2} \right) =$

5. $\lim\limits_{x \to -8} \left(\dfrac{x+8}{x^2-64} \right) =$

6. $\lim\limits_{x \to -\frac{3}{2}} \left(\dfrac{4x^2-9}{2x+3} \right) =$

7. $\lim\limits_{x \to 6} \left(\dfrac{3x - 18}{9x^2-324} \right) =$

8. $\lim\limits_{x \to -3} \left(\dfrac{8x+24}{x^2-9} \right) =$

FECHA: ____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 20. EJERCICIOS DE LÍMITES. Aplicar las técnicas de factorizaciones para trinomios y evaluar.

1. EJEMPLO 1: $\lim_{x \to 1} \left(\frac{x^2 + x - 2}{x - 1} \right) =$

2. EJEMPLO 2: $\lim_{x \to -3} \left(\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 8x + 15} \right) =$

3. $\lim_{x \to 3} \left(\frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3} \right) =$

4. $\lim_{x \to 2} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} \right) =$

5. $\lim_{x \to 3} \left(\frac{x - 3}{x^2 + 4x - 21} \right) =$

6. $\lim_{x \to 4} \left(\frac{x^2 - x - 12}{x - 4} \right) =$

7. $\lim_{x \to -7} \left(\frac{x + 7}{x^2 + 15x + 56} \right) =$

8. $\lim_{x \to 9} \left(\frac{x^2 - 7x - 18}{x - 9} \right) =$

9. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} \right) =$

10. $\lim\limits_{x \to -7} \left(\dfrac{x^2 + 4x - 21}{x^2 + 8x + 7} \right) =$

11. $\lim\limits_{x \to 9} \left(\dfrac{x^2 - 2x - 63}{x^2 - 7x - 18} \right) =$

12. $\lim_{x \to 1} \left(\frac{x^2 + 7x - 8}{x^2 + 8x - 9} \right) =$

13. $\lim_{x \to 1} \left(\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 4x - 5} \right) =$

14. EJEMPLO 3: $\lim_{x \to \frac{1}{2}} \left(\frac{6x^2 + 5x - 4}{2x - 1} \right) =$

15. $\lim\limits_{x \to -\frac{3}{2}} \left(\dfrac{4x^2 + 8x + 3}{2x + 3} \right) =$

16. $\lim\limits_{x \to -2} \left(\dfrac{x + 2}{3x^2 + x - 10} \right) =$

17. $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}} \left(\dfrac{12x^2 - 5x - 2}{3x - 2} \right) =$

18. $\lim_{x \to -2} \left(\frac{5x^2 + 11x + 2}{3x^2 + x - 10} \right) =$

19. $\lim_{x \to 3} \left(\frac{7x^2 - 22x + 3}{9x^2 - 25x - 6} \right) =$

FECHA: ____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 21. EJERCICIOS DE LÍMITES. Aplicar las técnicas de factorización para binomios y evaluar los límites dados:

1. EJEMPLO: $\lim_{x \to 1} \left(\frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} \right) =$

2. $\lim_{x \to -2} \left(\frac{x^3 + 8}{x + 2} \right) =$

3. $\lim_{x \to 5} \left(\frac{x^3 - 125}{x - 5} \right) =$

4. $\lim_{x \to 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} \right) =$

FECHA: ____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 22. EJERCICIOS DE LÍMITES. Aplicar las técnicas algebraicas correspondientes y evaluar los límites dados en donde existe radical:

1. EJEMPLO: $\lim_{x \to 1} \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \right) =$

2. $\lim_{x \to 4} \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} \right) =$

3. $\lim\limits_{x \to 9} \dfrac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} =$

4. $\lim\limits_{x \to 25} \dfrac{\sqrt{x} - 5}{x - 25} =$

FECHA: ____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 23. LÍMITES AL INFINITO. Analizar el concepto y escribir las conclusiones correspondientes.

ACTIVIDAD 24. LIMITES AL INFINITO. Aplicar las técnicas algebraicas correspondientes y evaluar los límites dados:

1. EJEMPLO: $\lim_{x \to \infty} \left(\dfrac{5x^2 + 8x - 3}{2 + 4x + 3x^2} \right) =$

2. $\lim_{x \to \infty} \left(\dfrac{3x^3 + 8x^2 - 1}{2 + 6x + ax^3} \right) =$

3. $\lim_{x \to \infty} \left(\dfrac{ax^2 + 5x - 2}{bx + cx^2} \right) =$

4. $\lim_{x \to \infty} \left(\dfrac{4x^2 + 7x - 2}{2 - x + 2x^2} \right) =$

5. $\lim_{x \to \infty} \left(\dfrac{8x^2 + 3x - 2}{7 - x + 16x^2} \right) =$

6. $\lim_{x \to \infty} \left(\dfrac{9x^3 + 7x - 2}{2 - 3x^3 + 2x^2} \right) =$

FECHA: ____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 25. LIMITES UNILATERALES. Investigar, analizar y escribir el concepto de **LÍMITES UNILATERALES.**

ACTIVIDAD 26. CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN. Investigar, analizar y escribir el concepto de **CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN.**

ACTIVIDAD 27. CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDAD EN UN PUNTO. Investigar, analizar y escribir el concepto de **CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDAD EN UN PUNTO.**

ACTIVIDAD 28. EJERCICIOS DE CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO.
Aplicar la metodología correspondiente para que concluir si una función es continua en el punto dado:

1. EJEMPLO 1: $y = 3x^2 + 8$ para $x = 4$

2. EJEMPLO 2: $y = \frac{1}{x}$ para $x = 0$

3. $y = 5x^2 + 8x - 2$, para $x = 4$

4. $y = 7x^2 - 6x + 9$, para $x = -2$

5. $y = 5\,x^3 + 7\,x^2 - 8x + 5$, para $x = 3$

6. $y = -7\,x^3 - 3\,x^2 - 2x + 1$, para $x = -3$

FECHA: ______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

ACTIVIDAD 29. EJERCICIOS DE CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN SECCIONADA EN UN PUNTO. Aplicar la metodología correspondiente para que concluir si una función es continua en el punto dado:

1. EJEMPLO 1: $f(x)=\begin{cases} x+3, & \text{si} \quad x<-3 \\ \sqrt{3-x}, & \text{si} \quad -3\le x\le 3 \\ 3-x, & \text{si} \quad x>3 \end{cases}$ para los puntos x = -3, 3.

Para x = - 3

Para x = 3

2. EJEMPLO 2: $f(x)=\begin{cases} 2x+3, & \text{si} \quad x\neq 1 \\ 2, & \text{si} \quad x=1 \end{cases}$ para el punto x = 1.

Para x = 1

3. EJEMPLO 3: $f(x)=\begin{cases} x+3, & \text{si} \quad x\leq 1 \\ 3-x, & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$, en el punto x = 1.

4. EJEMPLO 4: $f(x)=\begin{cases} 2x+3, & \text{si} \quad x<3 \\ 3x, & \text{si} \quad x\geq 3 \end{cases}$, en el punto x = 3.

5. $f(x)=\begin{cases} \sqrt{x+1}, & \text{si} \quad x\leq 8 \\ 2x, & \text{si} \quad 8<x \end{cases}$, en el punto x = 8.

6. $f(x)=\begin{cases} 3x-1, & \text{si} \quad x\le 3 \\ \dfrac{x^2+2x-15}{x-3}, & \text{si} \quad 3<x \end{cases}$, en el punto x = 3.

7. $f(x)=\begin{cases} 7x+3, & \text{si} \quad x\le -2 \\ x-9, & \text{si} \quad -2<x<6 \\ \sqrt{3+x}, & \text{si} \quad 6\le x \end{cases}$, en los puntos x = -2, 6.

Para x = -2

Para x = 6

8. $f(x) = \begin{cases} 2x + 7, & \text{si} \quad x < 1 \\ \sqrt{3x + 13}, & \text{si} \quad 1 \leq x < 5 \\ 8x - 24, & \text{si} \quad 5 \leq x \end{cases}$, en los puntos x = 1, 5.

Para x = 1

Para x = 5

9. $f(x)=\begin{cases} 16-x^2, & \text{si} \quad x<-2 \\ 5, & \text{si} \quad x=-2 \\ x^2-9, & \text{si} \quad -2<x<\frac{3}{2} \\ 5, & \text{si} \quad \frac{3}{2}\le x\le 2 \\ x+3, & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$, en los puntos x = -2, $\frac{3}{2}$ y 2.

Para x = -2

Para x = $\frac{3}{2}$

Para x = 2

FECHA: ______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

COLEGIO MAKARENKO

PREPARATORIA

MATEMÁTICAS IV

CUADERNO DE TRABAJO 2016

SEGUNDO PARCIAL

Elaborado por: M. en C. Juan José Arvizu Puga

BLOQUE III

EMPLEAS FUNCIONES POLINOMIALES DE GRADOS CERO, UNO Y DOS.

En matemática se llama **FUNCIÓN CONSTANTE** a aquella función matemática que toma el mismo valor para cualquier valor de la variable. Se la representa de la forma:

$$f(x) = c$$

donde c es la constante.

Una **FUNCIÓN LINEAL** es una función polinómica de primer grado. Es decir, una función que se representa en el plano cartesiano como una línea recta.

Esta función se puede escribir como:

$$f(x) = mx + b$$

donde m y b son constantes reales y x es una variable real. La constante m es la pendiente de la recta, y b es el punto de corte de la recta con el eje y. Cuando cambiamos m modificamos la inclinación de la recta y cuando cambiamos b desplazamos la línea arriba o abajo.

En matemáticas, una **FUNCIÓN CUADRÁTICA O FUNCIÓN DE SEGUNDO GRADO** es una función polinómica definida como:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

en donde a, b y c son números reales (constantes) y a es distinto de 0.

La representación gráfica en el plano cartesiano de una función cuadrática es una parábola, cuyo eje de simetría es paralelo al eje de las ordenadas. La parábola se abrirá hacia arriba si el signo de a es positivo, y hacia abajo en caso contrario. El estudio de las funciones cuadráticas tiene numerosas aplicaciones en campos muy diversos, como por ejemplo la

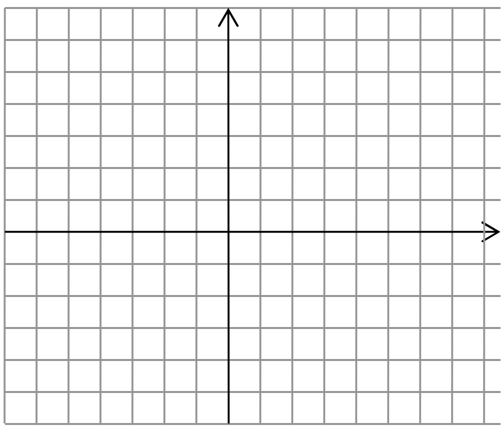
ACTIVIDAD 30. INTERVALO. Analizar, discutir y escribir la definición de **INTERVALO DE UNA FUNCIÓN**.

ACTIVIDAD 31. INTERVALO. Discutir y escribir la forma de representar matemáticamente un intervalo.

ACTIVIDAD 32. FUNCIÓN CONSTANTE O DE CERO GRADO. Analizar, discutir y escribir las características particulares de una **FUNCION CONSTANTE.**

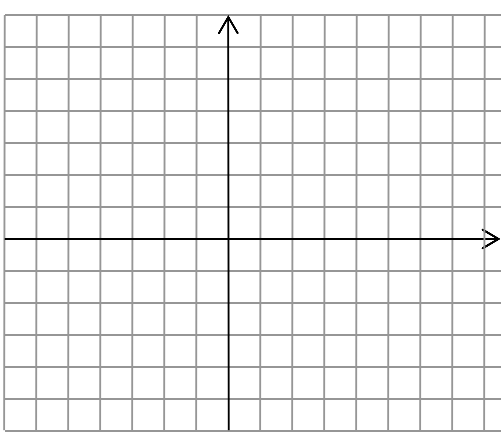
ACTIVIDDA 33. FUNCIÓN CONSTANTE. Realizar un bosquejo gráfico de las **FUNCIONES CONSTANTES** dadas. Además, indicar el dominio y contradominio.

1. EJEMPLO: y = 3



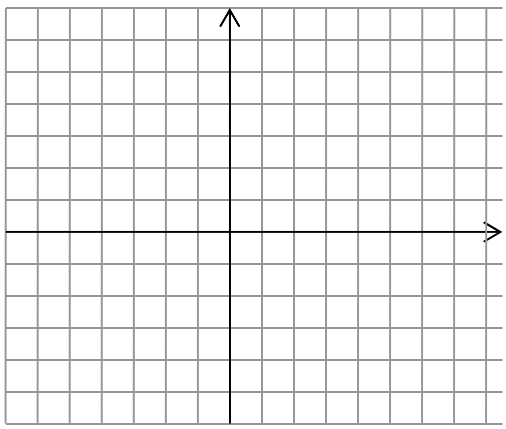
Df:______________ Cf: _____________

2. y = 2



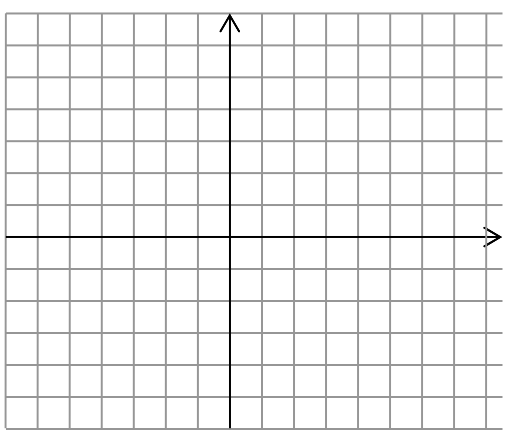
Df:______________ Cf: _____________

3. y = - 3



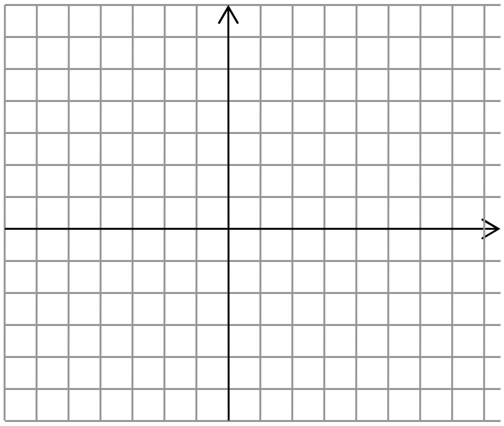
Df:______________ Cf: _____________

4. y = - 5



Df:______________ Cf: _____________

5. y = 4



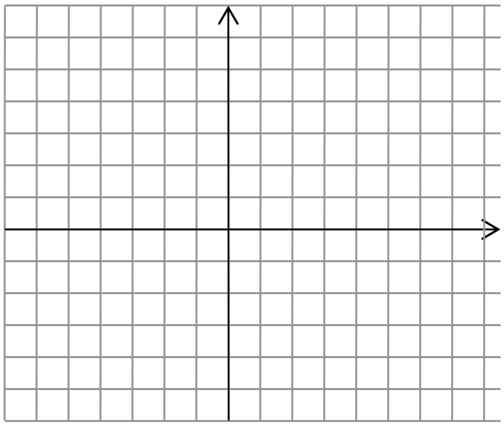
Df:____________ Cf: ___________

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 34. FUNCIÓN LINEAL O DE PRIMER GRADO. Analizar y escribir las características de una **FUNCION LINEAL.**

ACTIVIDAD 35. FUNCIÓN LINEAL. Realizar la gráfica de las funciones lineales y señalar el dominio y contradominio de cada una de ellas.

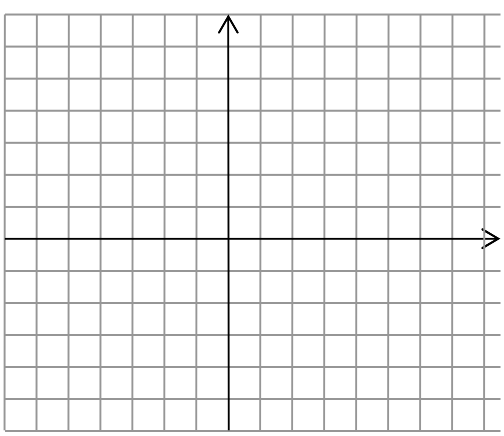
1. EJEMPLO: $y = 5x - 2$



x	Y
- 1	
0	
1	

Df:_____________ Cf: ____________

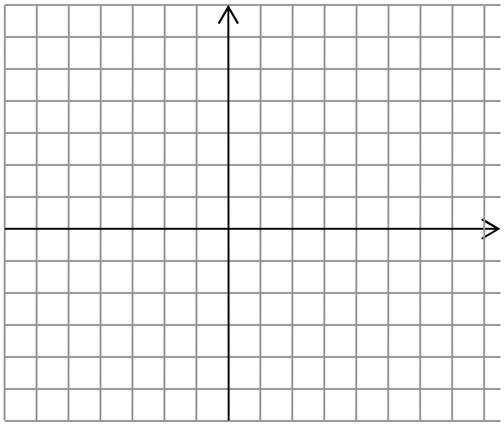
2. $y = 3 - 4x$



x	Y
- 1	
0	
1	

Df:_____________ Cf: ____________

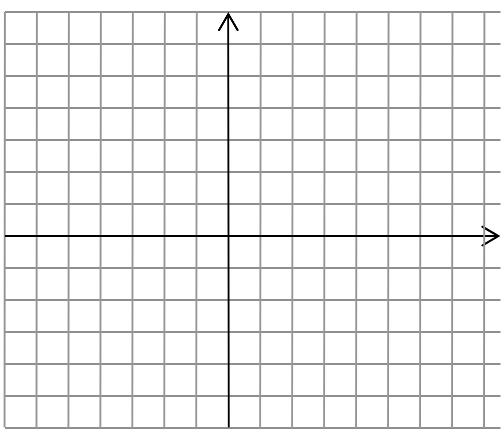
3. $y = 4x + 3$



x	Y
- 1	
0	
1	

Df:______________ Cf: _____________

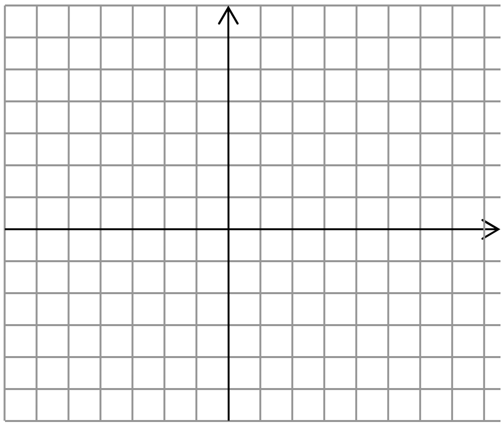
4. $y = 5 - 7x$



x	Y
- 1	
0	
1	

Df:______________ Cf: _____________

5. $y = 3 + 2x$



x	Y
- 1	
0	
1	

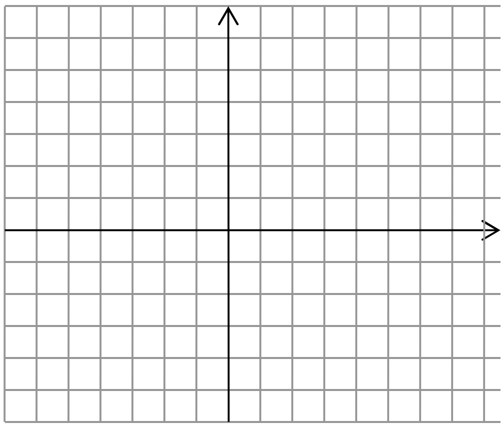
Df:____________ Cf: ___________

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 36. FUNCIONES CUADRATICAS O DE SEGUNDO GRADO. Analizar, discutir y escribir las características de una **FUNCION CUADRÁTICA.**

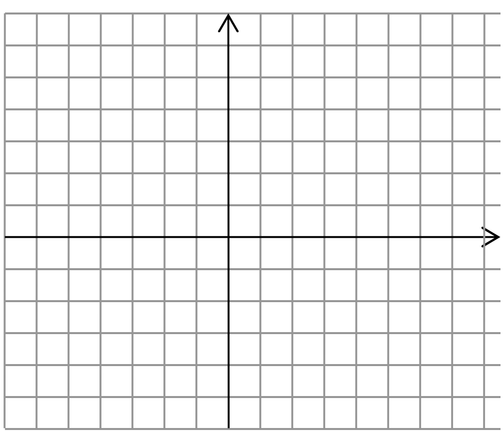
ACTIVIDAD 37. FUNCIONES CUADRATICAS. Realizar la gráfica de las funciones cuadráticas dadas. Además, señalar el dominio y contradominio de cada una de ellas.

1. EJEMPLO: $Y = 3x^2 + 6x - 4$



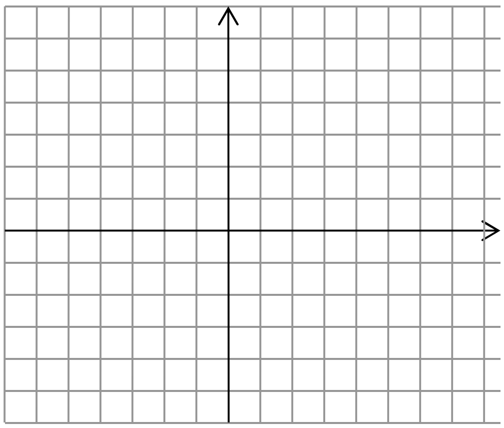
Df:______________ Cf: ____________

2. EJEMPLO: $y = -x^2 + 6x - 9$



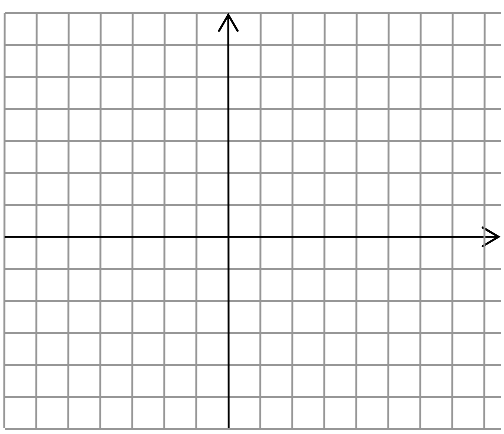
Df:______________ Cf: ____________

3. $y = -3x^2 + 12x + 3$



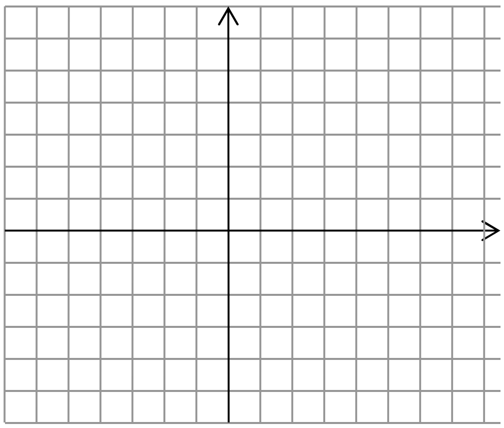
Df:______________ Cf: _____________

4. $y = 10x^2 - 11x - 6$



Df:______________ Cf: _____________

5. $y = -6x^2 + 28x - 16$



Df:____________ Cf: ___________

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 38. APLICACION DE LA FUNCION CUADRATICA.

Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba desde el piso con una velocidad de 64 pies / s. Donde la ecuación que describe el movimiento es $s = -16t^2 + 64t$, s pies es la distancia de la pelota desde el punto inicial a los t segundos. Desarrolle una gráfica que describa el movimiento de la pelota.

Solución:

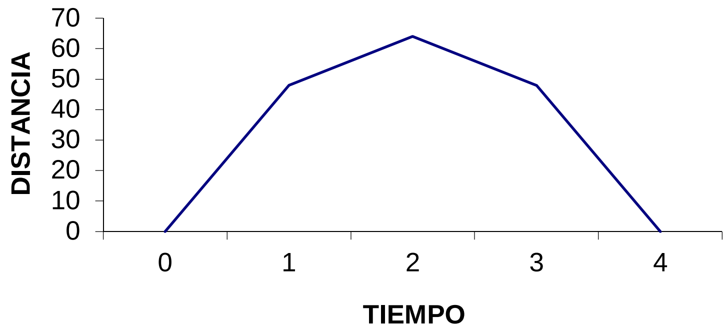
Se forma una tabla en la cual se establecen los valores de t.

t	s
0	
1	
2	
3	
4	

Cada valor de t se sustituye en la expresión $s = -16t^2 + 64t$, entonces la tabla nos queda:

t	s
0	0
1	48
2	64
3	48
4	0

Por último se construye la gráfica



BLOQUE IV

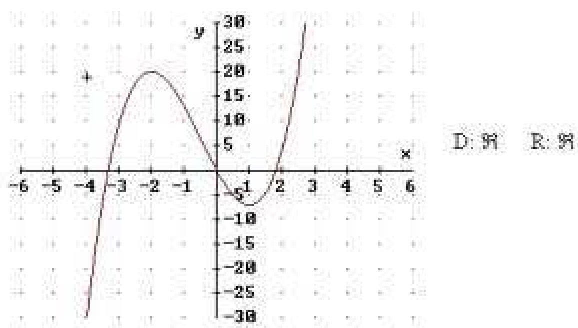
UTILIZAS FUNCIONES POLINOMIALES DE GRADOS TRES Y CUATRO.

La **FUNCIÓN CÚBICA** es una función polinómica de tercer grado. Tiene la forma:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

donde el coeficiente *a* es distinto de 0.

Tanto el dominio de definición como el conjunto imagen de estas funciones pertenecen a los números reales.



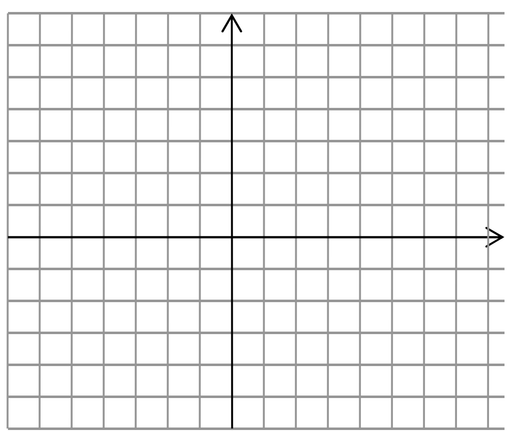
La máquina diferencial de Charles Babbage fue diseñada para crear automáticamente tablas de valores de funciones logarítmicas y diferenciales, evaluando aproximaciones polinómicas en muchos puntos, usando el método de las diferencias de Newton.

Las funciones polinómicas son aquellas que surgen de evaluar los polinomios sobre las variables en las que están definidos. Son una clase de funciones suaves, esto es, son infinitamente diferenciables (tienen derivadas de todos los órdenes finitos).

ACTIVIDAD 39. FUNCIONES DE TERCER GRADO. Analizar y escribir las características de una **FUNCION CUBICA**.

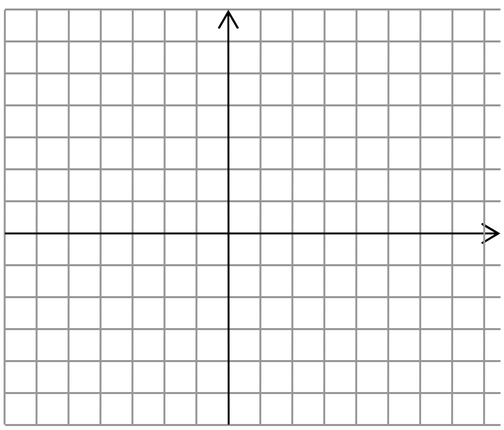
ACTIVIDAD 40. FUNCIONES CÚBICAS. Realizar la gráfica de las funciones siguientes. Además, indicar el dominio y contradominio de cada una de ellas.

1. EJEMPLO: $y = -5x^3 + 3x^2 + 14x - 2$



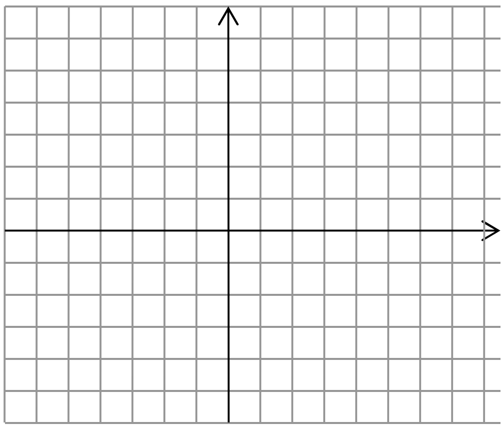
Df:____________ Cf: ___________

2. $y = x^3 + 5x^2 - 8x - 3$



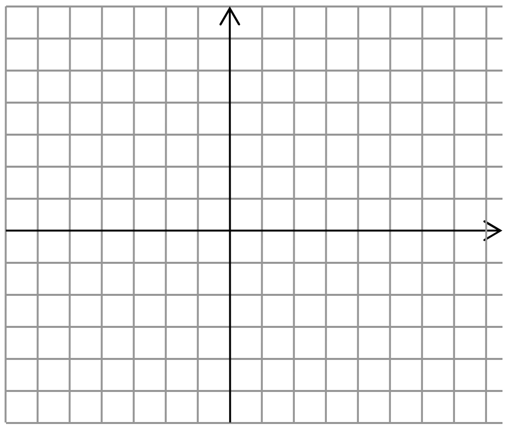
Df:_____________ Cf: ____________

3. $y = x^3 + 8x^2 + x - 42$



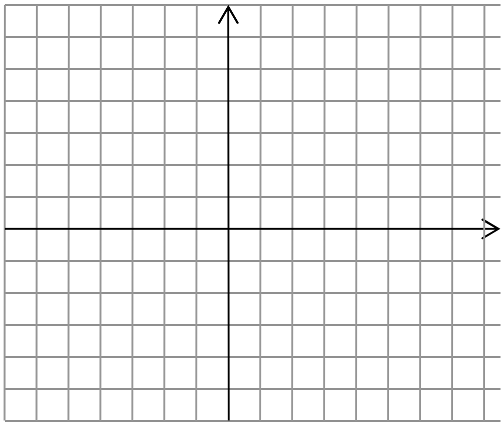
Df:______________ Cf: _____________

4. $y = 2x^3 + 11x^2 - 65x - 200$



Df:_____________ Cf: ____________

5. $y = 8x^3 + 3x^2 - 5x - 2$



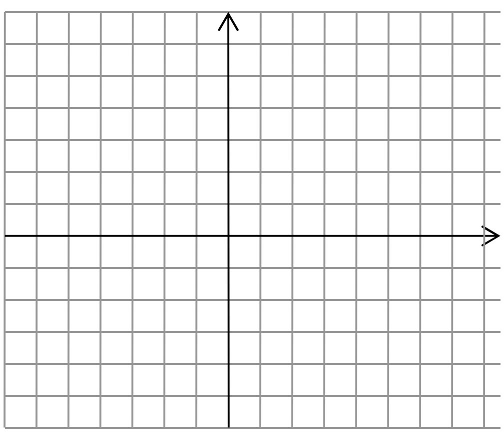
Df:______________ Cf: _____________

FECHA:_______________________ CALIFICACIÓN: _______________________

ACTIVIDAD 41. FUNCIONES DE CUARTO GRADO. Analizar y escribir las características de una función de cuarto grado.

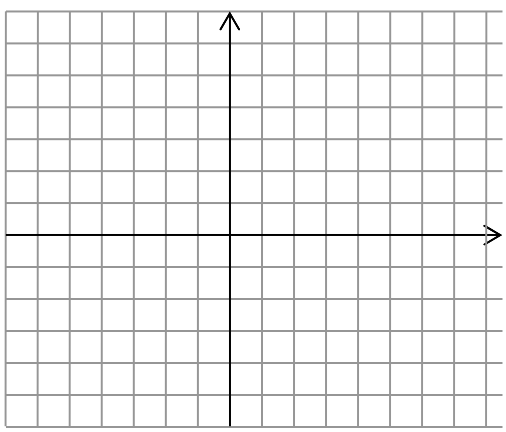
ACTIVIDAD 42. FUNCIONES DE CUARTO GRADO. Desarrollar las gráficas de las funciones de cuarto grado e indicar el dominio y contradominio correspondiente.

1. EJEMPLO: $y = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$



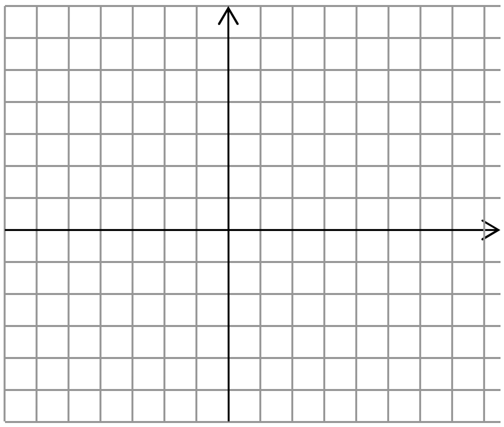
Df:______________ Cf: _____________

2. EJEMPLO: $y = x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6$



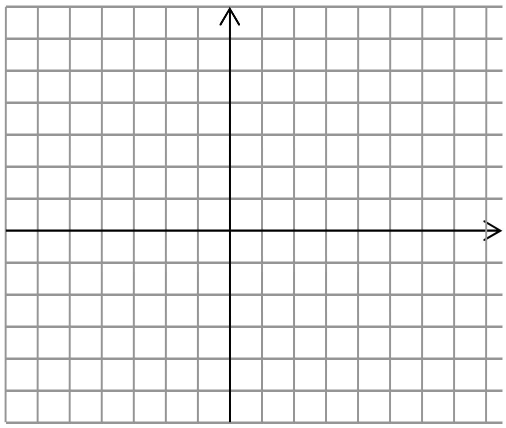
Df:_____________ Cf: ____________

3. $y = x^4 - 15x^2 - 10x + 24$



Df:______________ Cf: _____________

4. $y = x^4 - x^3 - 21x^2 + x + 20$



Df:______________ Cf: _____________

FECHA:________________________ CALIFICACIÓN: ________________________

BLOQUE V

UTILIZAS FUNCIONES FACTORIZABLES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Carl Friedrch Gauss ha sido uno de los matemáticos más grandes de todos los tiempos. Contribuyó a muchas ramas de las matemáticas. En 1798, ¡ a los 20 años de edad !, Gauss demostró el teorema fundamental del Álgebra que dice lo siguiente:

TODO POLINOMIO DE GRADO N TIENE N RAÍCES.

Es decir que la ecuación

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} + ... + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$$

tiene n soluciones. Estudiaremos polinomios con coeficientes enteros. Observa los ejercicios anteriores, donde escribimos la función y la gráfica. Analiza que efectivamente para cada polinomio de grado n hay n raíces.

Una forma en la que podemos interpretar este teorema es como sigue, ya que se puede factorizar un polinomio dado las raíces y hay n raíces para todo polinomio de este grado, entonces:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} + ... + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$
$$f(x) = (x - r_1)(x - r_2) ... (x - r_n)$$

donde r_1, r_2, ... , r_n son las raíces de f(x).

En la siguiente tabla mostramos varios polinomios, los divisores del término independiente y las raíces de los polinomios:

Función	Divisores del término independiente	Raíces
$f(x)= x^2 + x - 12$	1, 2, 3, 4, 6, 12, -1, -2, -3, -4, -6, -12	- 4 y 3
$f(x)= x^3 - 4x^2 + x + 6$	1, 2, 3, 6, -1, -2, -3, -6	- 1, 2 y 3
$f(x)= x^4 - 5x^2 + 4$	1, 2, 4, -1, -2, -4	- 2, - 1, 1 y 2
$f(x)= x^3 - 2x^2 - 5x + 6$	1, 2, 3, 6, -1, -2, -3, -6	1, - 2 y 3

ACTIVIDAD 43. CONCEPTOS Y TEOREMAS. Investigar y escribir un resumen resaltando las características más importantes de los temas siguientes.

1. Ceros y raíces de la función

2. Teoremas del factor y del residuo.

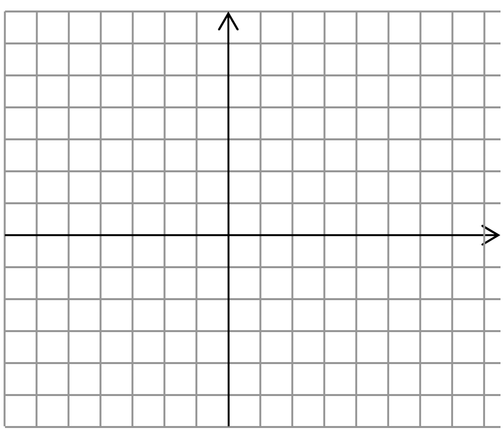
3. Teorema fundamental del álgebra.

4. Teorema de factorización lineal.

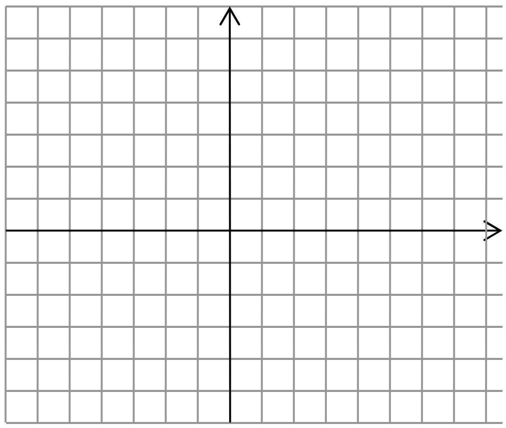
FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 44. DIVISIÓN SINTÉTICA. Utilizar la división sintética para estudiar y realizar gráficas de funciones polinomiales factorizables.

1. $y = x^2 + 2x - 3$



2. $y = x^3 - x^2 - 9x + 9$



FECHA:______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

BLOQUE VI

APLICAS FUNCIONES RACIONALES

En matemáticas, una **FUNCIÓN RACIONAL** es una función que puede ser expresada de la forma:

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

donde *P* y *Q* son polinomios y *x* una variable, siendo *Q* distinto del polinomio nulo. Las funciones racionales están definidas o tienen su dominio de definición en todos los valores de *x* que no anulen el denominador.

La palabra "racional" hace referencia a que la función racional es una *razón* o cociente (de dos polinomios); los coeficientes de los polinomios pueden ser números racionales o no.

Las funciones racionales tienen diversas aplicaciones en el campo del análisis numérico para interpolar o aproximar los resultados de otras funciones más complejas, ya que son computacionalmente simples de calcular como los polinomios, pero permiten expresar una mayor variedad de comportamientos.

Por **FUNCIONES RADICALES** entendemos aquellas que llevan una raíz en su definición. Dicha raíz puede ser cuadrada, cúbica, cuarta…Pero en este curso, por sencillez, nos limitaremos a raíces cuadradas. Trabajaremos además sólo con funciones de la forma

$$y = \sqrt{ax+b}$$

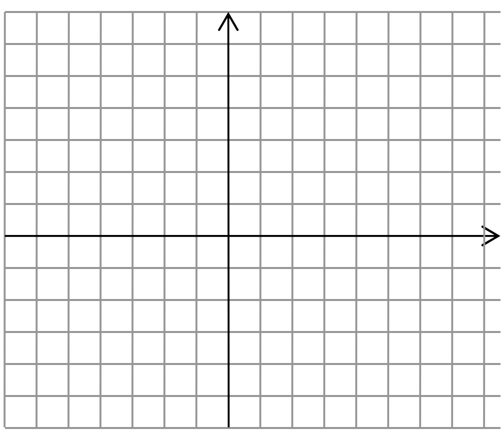
con *a* y *b* tomando valores cualesquiera (pero $a \neq 0$, pues en caso contrario no tendríamos *x* debajo de la raíz y ya no sería una función radical). Recordemos, además que una raíz cuadrada siempre tiene dos signos, positivo y negativo, pero por la definición de función, a cada *x* sólo le puede corresponder una *y*.

En matemática, el valor absoluto o módulo de un número real es su valor numérico sin tener en cuenta su *signo*, sea este positivo (+) o negativo (-). Así, por ejemplo, 3 es el valor absoluto de 3 y de -3.

ACTIVIDAD 45. FUNCION RACIONAL. Analizar y escribir las características de una **FUNCION RACIONAL.**

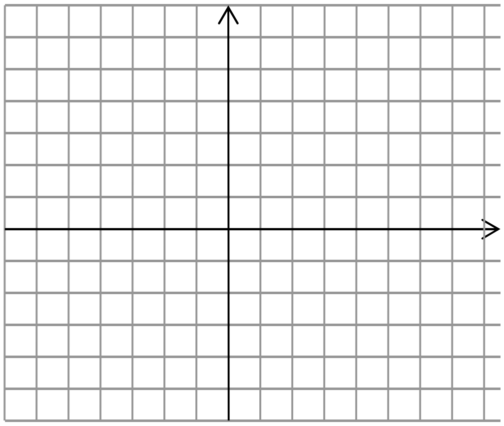
ACTIVIDAD 46. FUNCIÓN RACIONAL. Realizar la gráfica de las funciones y determinar el dominio y contradominio de cada una de ellas.

1. EJEMPLO: $y = \frac{2x-1}{x-2}$



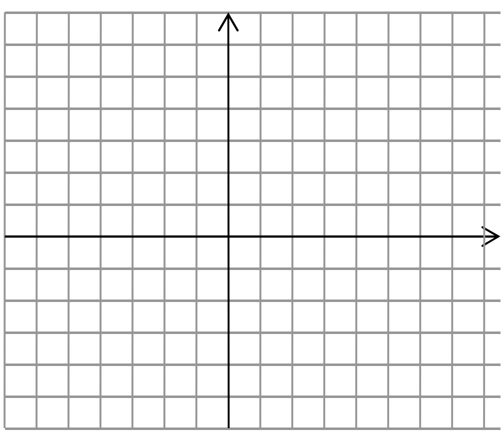
Df:____________ Cf: ____________

2. $y = \dfrac{8x - 1}{4x + 8}$



Df:______________ Cf: _____________

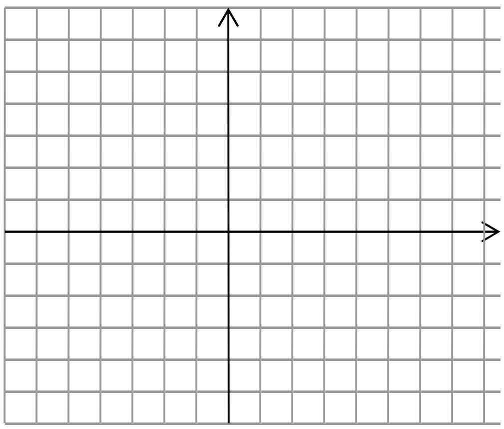
3. $y = \dfrac{3x - 1}{x + 4}$



Df:______________ Cf: _____________

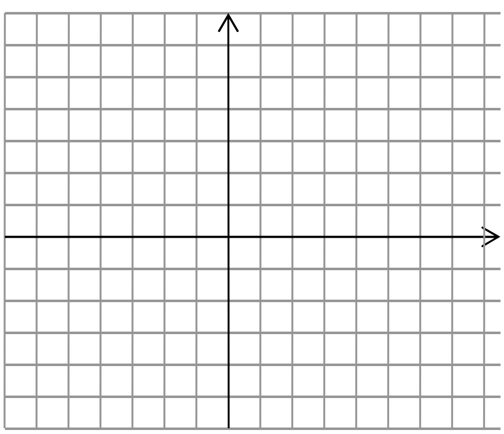
FECHA:_______________________ CALIFICACIÓN: _______________________

4. EJEMPLO: $y = \dfrac{5}{-3x+6}$



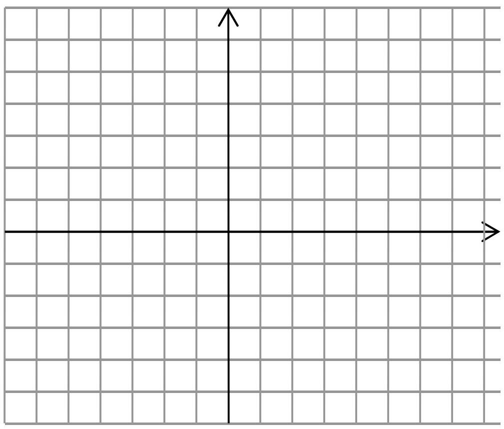
Df:______________ Cf: ____________

5. $y = \dfrac{3}{-2x+4}$



Df:______________ Cf: ____________

6. $y = \dfrac{7}{-x+2}$



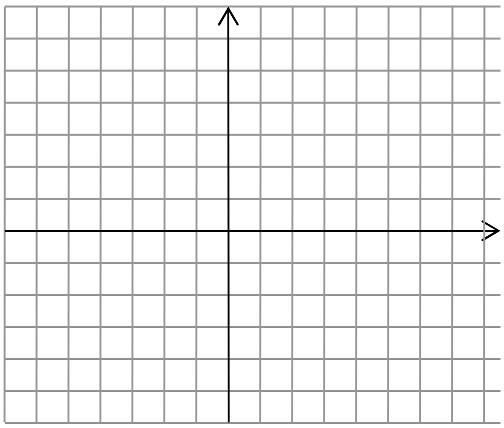
Df:______________ Cf: _____________

FECHA:______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

ACTIVIDAD 47. FUNCIÓN RADICAL. Analizar y escribir las características de una **FUNCION RADICAL**.

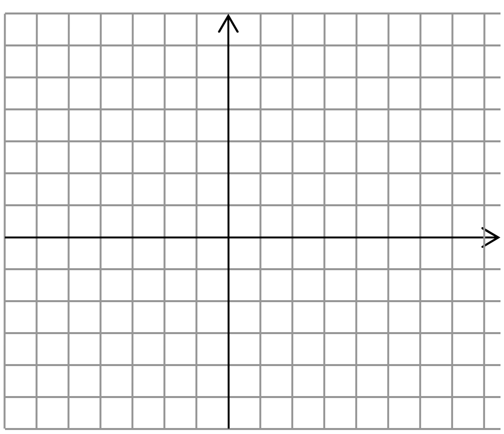
ACTIVIDAD 48. FUNCIONES RADICALES. Realizar la grafica de las funciones e indicar el dominio y contradominio de cada una de ellas.

1. EJEMPLO: $y = \sqrt{3x + 18}$



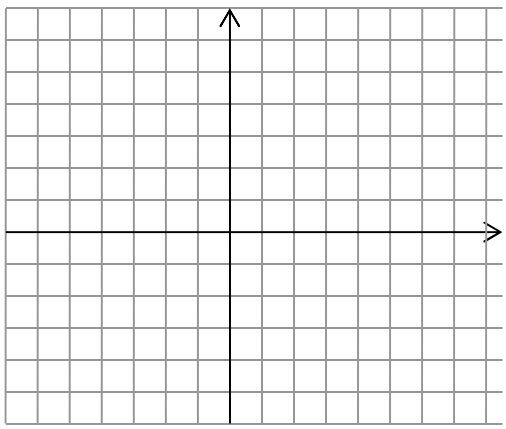
Df:_____________ Cf: ____________

2. EJEMPLO: $y = \sqrt{2x - 4}$



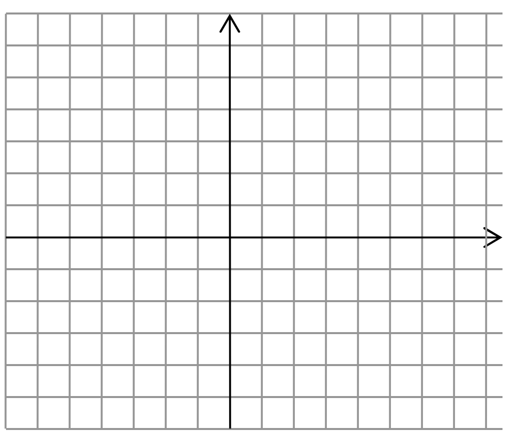
Df:_____________ Cf: ____________

3. $y = \sqrt{8x - 16}$



Df:______________ Cf: _____________

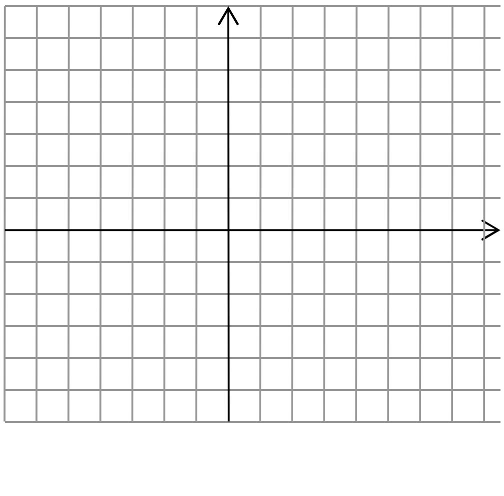
4. $y = \sqrt{3x + 9}$



Df:______________ Cf: _____________

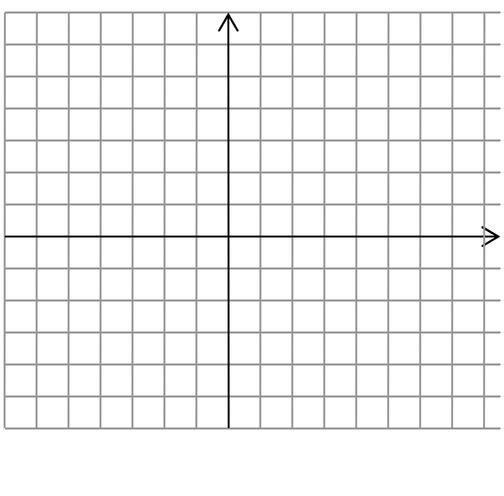
FECHA:_______________________ CALIFICACIÓN: _______________________

5. EJEMPLO: $y = \sqrt{-2x+4}$



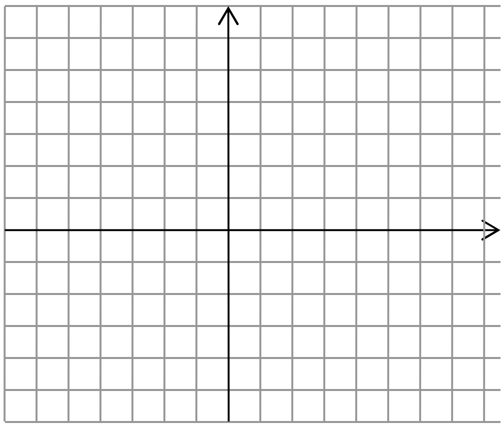
Df:______________ Cf: _____________

6. $y = \sqrt{-4x+12}$



Df:______________ Cf: _____________

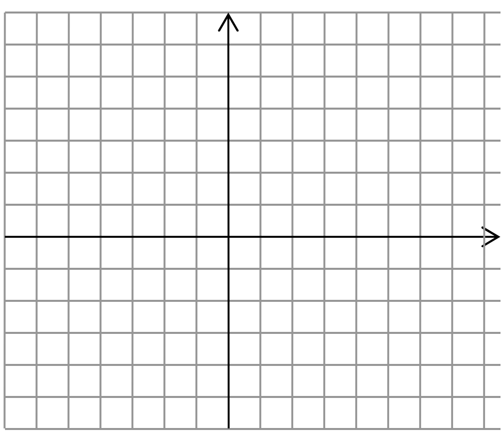
7. $y = \sqrt{-3x - 9}$



Df:______________ Cf: _____________

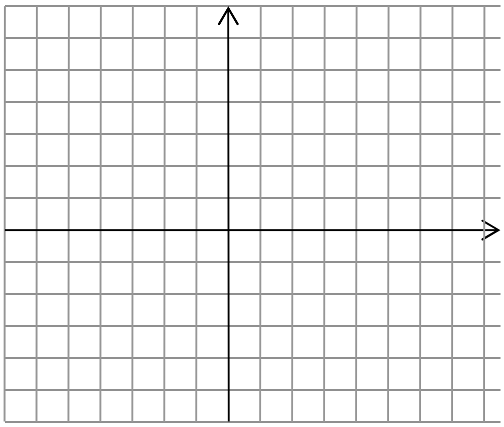
FECHA:______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

8. EJEMPLO: $y = -\sqrt{x + 3}$



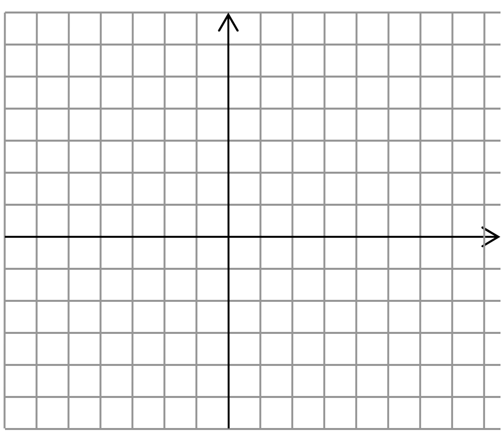
Df:______________ Cf: _____________

9. $y = -\sqrt{2x - 6}$



Df:______________ Cf: _____________

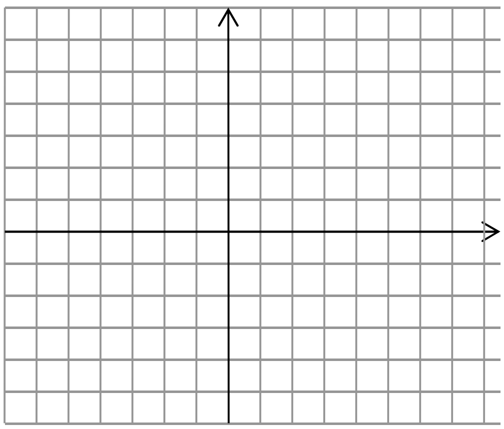
10. $y = -\sqrt{-5x + 10}$



Df:______________ Cf: _____________

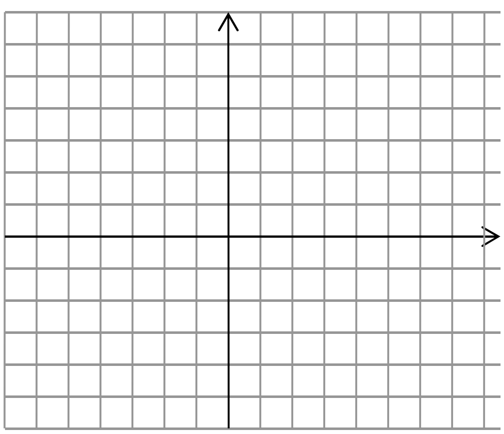
FECHA:______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

11. EJEMPLO: $y = \sqrt{2x^2 - 4}$



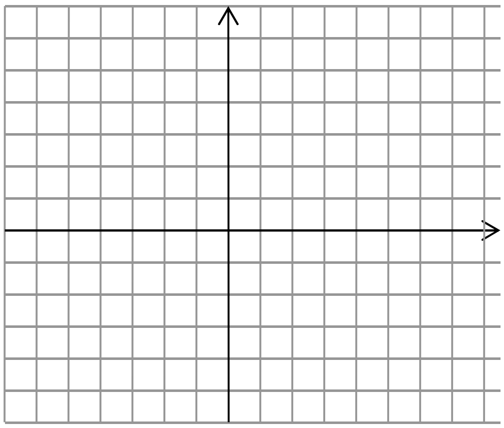
Df:______________ Cf: _____________

12. $y = \sqrt{x^2 - 9}$



Df:______________ Cf: _____________

13. $y = \sqrt{4x^2 - 16}$



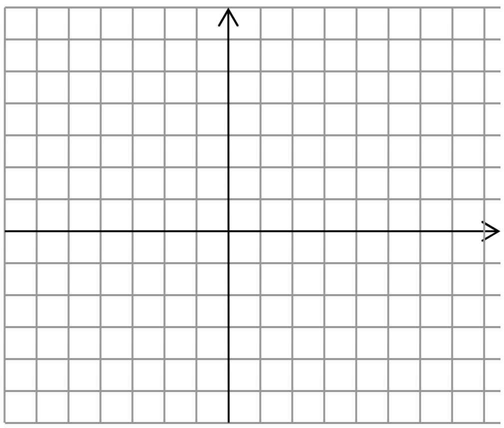
Df:____________ Cf: ___________

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 49. FUNCION VALOR ABSOLUTO. Analizar y escribir las características que tiene una **FUNCION DE VALOR ABSOLUTO**.

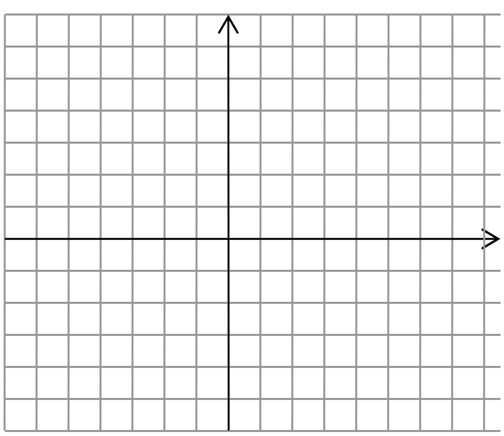
ACTIVIDAD 50. FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO. Realizar la grafica de las funciones e indica el dominio y contradominio de cada una de ellas.

1. EJEMPLO: $y = | 2x + 6 |$



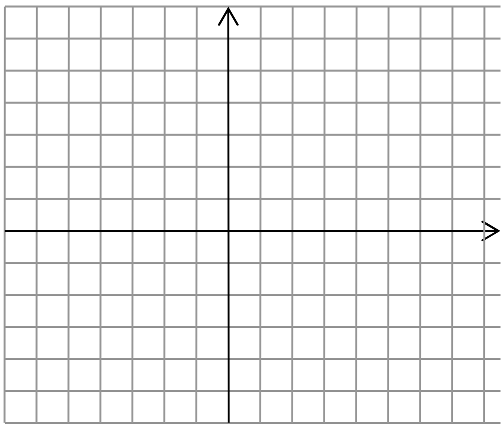
Df:_____________ Cf: ____________

2. $y = | 3x - 9 |$



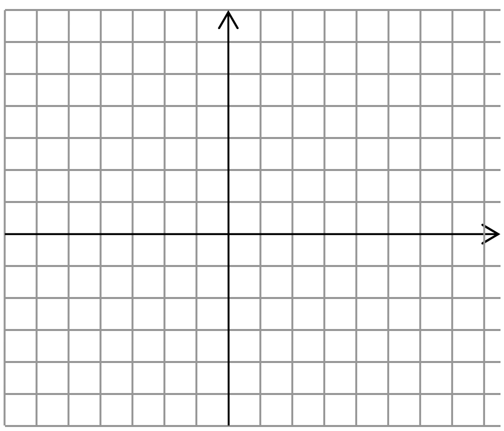
Df:_____________ Cf: ____________

3. $y = | 16 - 4x |$



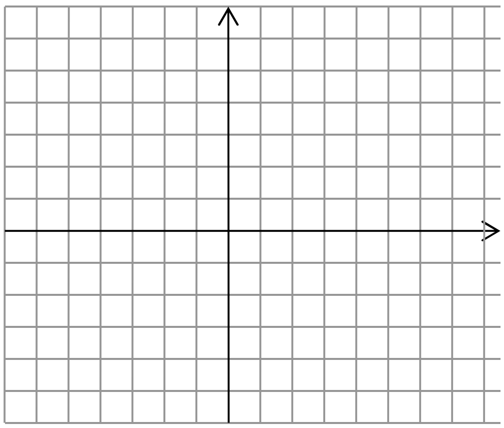
Df:______________ Cf: _____________

4. $y = - | 2x - 4 |$



Df:______________ Cf: _____________

5. $y = -|8 - 4x|$



Df:_____________ Cf: ____________

FECHA:______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

L A D E R I V A D A

La **DERIVADA DE UNA FUNCIÓN** es una medida de la rapidez con la que cambia el valor de dicha función según cambie el valor de su variable independiente. La derivada de una función es un concepto local, es decir, se calcula como el límite de la rapidez de cambio media de la función en un cierto intervalo, cuando el intervalo considerado para la variable independiente se toma cada vez más pequeño. Por ello se habla del valor de la derivada de una cierta función en un punto dado.

Un ejemplo habitual aparece al estudiar el movimiento: si una función representa la posición de un objeto con respecto al tiempo, su derivada es la velocidad de dicho objeto. Un avión que realice un vuelo transatlántico de 4500 km en entre las 12:00 y las 18:00, viaja a una velocidad media de 750 km/h. Sin embargo, puede estar viajando a velocidades mayores o menores en distintos tramos de la ruta. En particular, si entre las 15:00 y las 15:30 recorre 400 km, su velocidad media en ese tramo es de 800 km/h. Para conocer su velocidad instantánea a las 15:20, por ejemplo, es necesario calcular la velocidad media en intervalos de tiempo cada vez menores alrededor de esta hora: entre las 15:15 y las 15:25, entre las 15:19 y las 15:21, etc.

El valor de la derivada de una función en un punto puede interpretase geométricamente, ya que se corresponde con pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en dicho punto. La recta tangente es a su vez la gráfica de la mejor aproximación lineal de la función alrededor de dicho punto. La noción de derivada puede generalizarse para el caso de funciones de más de una variable con la derivada parcial y el diferencial.

La derivada de una función f en un punto x se denota como $f'(x)$. La función cuyo valor en cada punto x es esta derivada es la llamada función derivada de f, denotada por f'. El proceso de encontrar la derivada de una función se denomina diferenciación, y es una de las herramientas principales en el área de las matemáticas conocida como cálculo.

La derivada es un concepto que tiene variadas aplicaciones. Se aplica en aquellos casos donde es necesario medir la rapidez con que se produce el cambio de una magnitud o situación. Es una herramienta de cálculo fundamental en los estudios de Física, Química y Biología, o en ciencias sociales como la Economía y la Sociología.

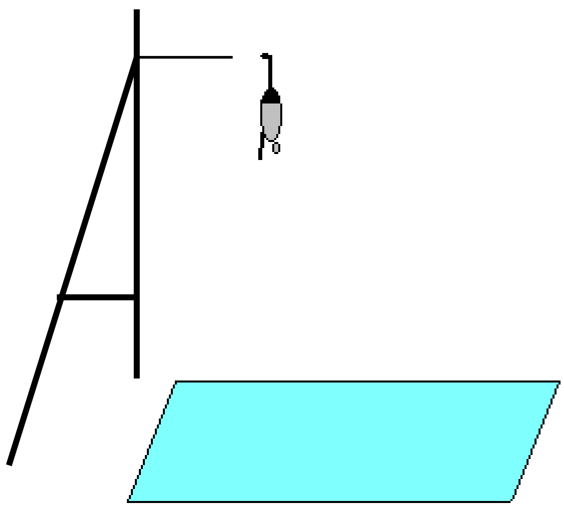
Por ejemplo, cuando se refiere a la gráfica de dos dimensiones de *f*, se considera la derivada como la pendiente de la recta tangente del gráfico en el punto *x*. Se puede aproximar la pendiente de esta tangente como el límite cuando la distancia entre los dos puntos que determinan una recta secante tiende a cero, es decir, se transforma la recta secante en una recta tangente. Con esta interpretación, pueden determinarse muchas propiedades geométricas de los gráficos de funciones, tales como concavidad o convexidad.

En el instante t = 0, un clavadista salta desde un trampolín a 9.6 m arriba del agua. La posición del clavadista se expresa por

$$s(t) = -4.91t^2 + 9.82$$

Donde s se mide en metros y t en segundos.

a. ¿Cuándo choca contra el agua el clavadista?
b. ¿Cuál es la velocidad del clavadista en el impacto?



Solución:

Para la respuesta del inciso a, se considera que al momento que el clavadista choca con el agua a recorrido 9.82 m, entonces s (t) = – 9.82

$$-9.82 = -4.91t^2 + 9.82$$

Despeja a t,

$$-9.82 - 9.82 = -4.91t^2$$

$$-19.64 = -4.91t^2$$

$$\frac{-19.64}{-4.91} = t^2$$

$$t^2 = 4$$

$$t = \sqrt{4}$$

$$t = 2\ s$$

En caso de la velocidad final, obtén la derivada de s (t) = – 4.91 t ^{2} + 9.82.

Velocidad = s´(t) = – 9.81 t

Ahora, sustituye t = 2 s

Velocidad = – 9.81 (2)

Velocidad = – 19.62 m / s

AL MOMENTO QUE EL CLAVADISTA CHOCA CON EL AGUA, HAN TRANSCURRIDO 2 s Y LLEGA CON UNA VELOCIDAD DE 19.62 m / s.

ACTIVIDAD 51. COCIENTE DE NEWTON. Analizar y escribir los pasos para obtener la derivada de una función aplicando **LA REGLA DE LOS CUATRO PASOS**.

ACTIVIDAD 52. COCIENTE DE NEWTÓN. Aplicar **LA REGLA DE LOS CUATRO PASOS** para determinar la derivada de las funciones.

1. EJEMPLO: $y = 5x^2 + 8x - 3$

2. $y = 16x^3 + 4x^2 - 7x - 3$

3. $y = 4x^2 - 5x + 3$

4. $y = -2x^3 + 5x^2 - 2x + 7$

FECHA:______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

ACTIVIDAD 53. FORMULAS DE DERIVACIÓN. Escribir las fórmulas de derivación para funciones algebraicas.

ACTIVIDAD 54. DERIVADAS. Aplicar las fórmulas de derivación para obtener la derivada de las funciones dadas.

1. EJEMPLO: $y = 3x^5 - 2x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 3x + 2$

2. $y = 7x^3 + 6x^2 - 7x - 3$

3. $y = x^3 + 7x^2 - 22x + 3$

4. $y = 6x^4 + 2x^3 - 5x^2 - x + 4$

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

COLEGIO MAKARENKO

PREPARATORIA

MATEMÁTICAS IV

CUADERNO DE TRABAJO 2016

TERCER PARCIAL

Elaborado por: M. en C. Juan José Arvizu Puga

BLOQUE VII

UTILIZAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

La **FUNCIÓN EXPONENCIAL** sirve para describir cualquier proceso que evolucione de modo que el aumento (o disminución) en un pequeño intervalo de tiempo sea proporcional a lo que había al comienzo del mismo.

A continuación se ven tres aplicaciones:

• Crecimiento de poblaciones.
• Interés del dinero acumulado.
• Desintegración radioactiva.

1. Interés compuesto

En el interés compuesto los intereses producidos por un capital, se van acumulando a éste, de tiempo en tiempo, para producir nuevos intereses.

Los intervalos de tiempo, al cabo de los cuales los intereses se acumulan al capital, se llaman periodos de capitalización o de acumulación.

2. Crecimiento de poblaciones

El crecimiento vegetativo de una población viene dado por la diferencia entre nacimientos y defunciones.

3. Desintegración radiactiva

Las sustancias radiactivas se desintegran con el paso del tiempo. La rapidez de desintegración de las sustancias radiactivas se mide por el “periodo de desintegración” que es el tiempo en que tarda en reducirse a la mitad.

Una **FUNCIÓN LOGARÍTMICA**, es la función inversa de la función exponencial y se denota de la siguiente manera:

$$y = \log_a x, \text{ con } a>0 \text{ y distinto de } 1.$$

ACTIVIDAD 55: FUNCION EXPONENCIAL Y FUNCION LOGARITMICA. Investiga, analiza, discute y escribe las características de una **FUNCION EXPONENCIAL y FUNCION LOGARITMICA.**

ACTIVIDAD 56: GRAFICA DE UNA FUNCION EXPONENCIAL Y FUNCION LOGARITMICA. Investiga, analiza, discute y escribe las características graficas de una **FUNCION EXPONENCIAL y FUNCION LOGARITMICA.**

ACTIVIDAD 57: PROPIEDADES DE LOS EXPONENTES Y LOGARITMOS. Discute, analiza y escribe las propiedades de los exponentes y de los logaritmos.

$x^n x^m =$

$x^n / x^m =$

$(x^n)^m =$

$x^{n/m} =$

$x^{-n} =$

$x^n / y^n =$

$\log A + \log B =$

$\log A - \log B =$

$n \log A =$

$\frac{1}{n} \log A =$

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 58: CAMBIO DE UNA EXPRESIÓN EXPONENCIAL A UNA LOGARÍTMICA Y VICEVERSA. Analiza, discute y escribe la manera de transformar una expresión exponencial a una logarítmica y viceversa.

ACTIVIDAD 59: ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARITMICAS. Analiza, discute y determina el valor de x de las ecuaciones dadas.

1. EJEMPLO: $\log x = 5$
2. EJEMPLO: $7 \ln x = 3$
3. $\log x = 13$

4. $3 \log x = 6$

5. $7 \ln x = 21$

6. EJEMPLO: $6^{5x + 2} = 8$

7. $9^{3x - 2} = 8$

8. $9^{3x - 2} = 7$

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 60: FORMULAS INMEDIATAS DE DERIVACIÓN. Analiza, discute y determina la derivada de las funciones dadas.

1. EJEMPLO: $y = 3x^5 – 2x^4 + 5x^3 – 7x^2 + 3x + 2$

2. $y = 7x^3 + 6x^2 – 7x – 3$

3. $y = x^3 + 7x^2 – 22x + 3$

4. $y = 6x^4 + 2x^3 – 5x^2 – x + 4$

5. EJEMPLO: $y = \frac{5}{2}x^6$

6. $y = \frac{7}{3}x^5$

7. $y = \frac{5}{3}x^3$

8. EJEMPLO: $y = \frac{5}{x^3}$

9. $y = \frac{8}{x^4}$

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

10. $y = \frac{-3}{x}$

11. $y = \frac{-8}{x^5}$

12. EJEMPLO: $y = 5x^{1/3}$

13. $y = 4x^{2/3}$

14. $y = \frac{5}{3}x^{1/4}$

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

15. EJEMPLO: $y = \dfrac{5}{2x^{1/3}}$

16. $y = \dfrac{4}{x^{2/3}}$

17. $y = \dfrac{5}{3x^{1/4}}$

18. EJEMPLO: $y = 7\sqrt{x}$

19. $y = \sqrt[3]{x}$

20. $y = 8\sqrt{x^5}$

21. $y = \frac{2}{5}\sqrt{x^3}$

FECHA:______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

22. EJEMPLO: $y = \frac{5}{3\sqrt{x}}$

23. $y = \frac{7}{\sqrt{x^3}}$

24. $y = \frac{8}{3\sqrt[3]{x^5}}$

25. $y = \dfrac{3}{4\sqrt[5]{x^3}}$

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 61: DERIVADAS POLINOMIOS. Analiza y determina la derivada de los polinomios dados.

1. EJEMPLO: $y = 4x^2 + \dfrac{2}{3}x^4 - \dfrac{6}{5x^3} + 3\sqrt[5]{x^4} - \dfrac{4}{\sqrt[3]{x^2}}$

2. $y = 5x^2 + \dfrac{3}{4}x^3 - \dfrac{7}{2x^4} + 2\sqrt[3]{x^4} - \dfrac{5}{\sqrt{x^5}}$

3. $y = 5\sqrt{x} + 3x^2 - \frac{7}{x} + \frac{3x^3}{5x^2} - \frac{8}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

4. $y = 5\sqrt{x}\left(2x + 3\right)$

5. $y = \frac{8x + 5x^3 + 4x^2}{2x^2}$

6. $y = (3x + 2)^2 (5x - 4)$

7. $y = \dfrac{3x^3 + 11x^2 - 67x + 21}{3x - 1}$

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 62. DERIVADAS DE LA FORMA U^n. Analiza y obtener la derivada de las funciones, utilizando la fórmula de u^n

1. EJEMPLO: $y = (8x + 3)^4$

2. $y = 5(4 - 3x^2)^7$

3. EJEMPLO: $y = \dfrac{7}{(2x+8)^4}$

4. $y = \dfrac{3}{4(5x^2-8)^3}$

5. EJEMPLO: $y = \frac{3}{5}\sqrt[5]{3x^2 + 1}$

6. $y = 8\sqrt{5x^2 - 2}$

7. $y = 2\sqrt{(4x - 1)^3}$

8. $y = \frac{7}{2\sqrt[3]{2 - 8x^2}}$

9. $y = \dfrac{8}{\sqrt{(2x-1)^3}}$

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 62. DERIVADAS DE FUNCIONES UV. Analiza y calcula la derivada de las funciones, utilizando la formula **y = u v**.

EJEMPLO: $y = (2x - 1)(8x^2 + 3)$

$y = (5x^2 + 3x - 1)(3x^2 - 2x + 4)$

$y = (8x^2 + 7x - 2)(2x^2 - 3x + 7)$

$y = (- 3x^2 + 2x – 7) (5x^2 – 2x + 1)$

EJEMPLO: $y = (3x – 1)^2 \ (2x + 1)^3$

$y = (2x – 1)^3 (5x + 2)^2$

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 63. DERIVADAS DE FUNCIONES U / V. Analiza y calcula la derivada de las funciones dadas, utilizando la formula **y = u / v** .

EJEMPLO: $y = \frac{8}{3x+1}$

$$y = \frac{7}{2x+3}$$

$$y = \frac{5x}{x^2+1}$$

$$y = \frac{8x+3}{4x-1}$$

$$y = \frac{7x^2-1}{4x+2}$$

$$y = \frac{3x^2-x+2}{2x^2+3x-1}$$

FECHA:______________________ CALIFICACIÓN: ______________________

ACTIVIDAD 64. DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR. Investiga, analiza, discute, escribe y resuelve las **DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR** dadas.

1. EJEMPLO: $y = 5x^8$, determina y^{iv}

2. $y = 2x^3$, calcula y'''

3. $y = 5x^2 + 3x$, obtén y''

4. $y = 3x^2 + 8x - 1$, obtener y''

5. $y = 6x^4 - 8x^3 + 3x^2 - x + 3$, determina y'''

6. EJEMPLO $y = \frac{5}{x^2}$, obtén y´´´

7. $y = -\frac{8}{x^6}$, calcula y´´

8. $y = 8\sqrt[3]{x^2}$, determina y´´´

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 65. DERIVADAS IMPLICITAS. Investiga, analiza, discute, escribe y resuelve las **DERIVADAS IMPLÍCITAS.**

1. EJEMPLO: $5x + y - 2 = 0$

2. EJEMPLO: $Ax + By + C = 0$

3. EJEMPLO: $5xy^2 + 4x^2y = 8x$

4. EJEMPLO: $-18x + 3xy^2 + 8x^2y^3 = 6x^4y^5 + 7y^3$

5. $5x^2y^2 - 3xy = 3x$

6. $5x^3y + 4x^2y^2 - 3xy^3 = 8xy$

7. $7x^2y - 5x^3 + 8xy = 3xy^2$

8. $-3\,x^2\,y^3 + 3 = 7\,x^3\,y^2$

9. $5\,x^4\,y^5 = 3\,x^2\,y^3 - 5\,y^3$

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

BLOQUE VIII

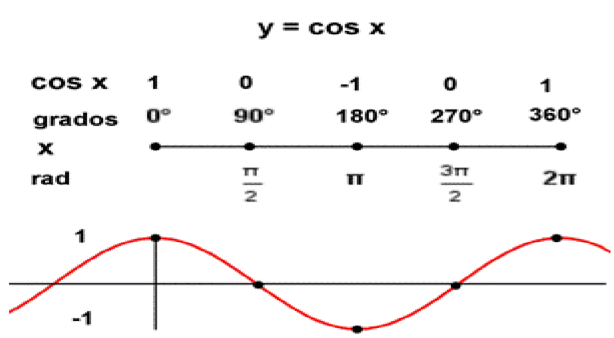
APLICAS FUNCIONES PERIÓDICAS

La **historia de la trigonometría y de las funciones trigonométricas** podría extenderse por más de 4000 años. Los babilonios determinaron aproximaciones de medidas de ángulos o de longitudes de los lados de los triángulos rectángulos. Varias tablas grabadas sobre arcilla seca lo testimonian. Así, por ejemplo, una tablilla babilonia escrita en cuneiforme, denominada Plimpton 322 (en torno al 1900 a. C.) muestra quince ternas pitagóricas y una columna de números que puede ser interpretada como una tabla de funciones trigonométricas;[1] sin embargo, existen varios debates sobre si, en realidad, se trata de una tabla trigonométrica.

La trigonometría es una rama importante de las matemáticas dedicada al estudio de la relación entre los lados y ángulos de un triángulo rectángulo, con una aplicación inmediata en geometría. Con este propósito se definieron una serie de funciones, las que han sobrepasado su fin original para convertirse en elementos matemáticos estudiados en sí mismos y con aplicaciones en los campos más diversos.

Normalmente se emplean las relaciones trigonométricas **seno, coseno y tangente**, y salvo que haya un interés específico en hablar de ellos o las expresiones matemáticas se simplifiquen mucho, los términos cosecante, secante y cotangente no suelen utilizarse.

En trigonometría, cuando el ángulo se expresa en radianes (dado que un radián es el arco de circunferencia de longitud igual al radio), suele denominarse arco a cualquier cantidad expresada en radianes; por eso las funciones recíproca se denominan con el prefijo arco, cada razón trigonométrica posee su propia función reciproca.

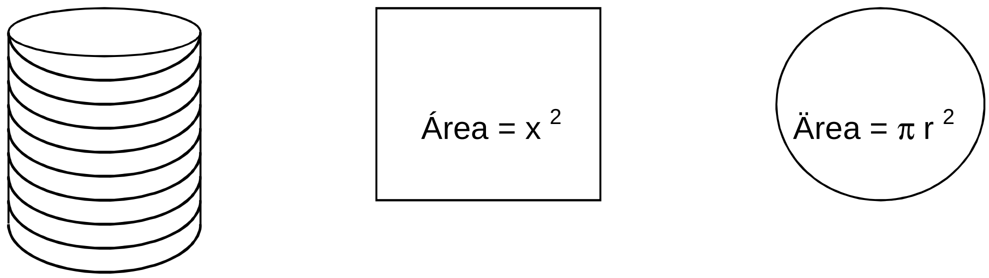


ACTIVIDAD 66. FUNCIONES TRIGONOMETRICAS Y FUNCIONES CIRCULARES. Investiga, analiza y escribe las definiciones de las funciones trigonométricas seno y coseno. Además, describir el comportamiento de las funciones circulares.

ACTIVIDAD 67. FORMAS SENOIDALES Y REPRESENTACION GRAFICA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMTRICAS. Analiza, discute y describe las formas senoidales y realiza una representación grafica de las funciones seno y coseno.

ACTIVIDAD 68. CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES PERIÓDICAS. Analiza las expresiones y = a sen (bx + c) + d, y = a cos (bx + c) + d, y = a tan (bx + c) + d para determinar la amplitud, frecuencia, periodo, desplazamiento horizontal y el desplazamiento vertical.

ACTIVIDAD 69. APLICACIONES DE LA DERIVADA. Se van a usar 4 m de alambre para formar un cuadrado y un círculo. ¿Cuánto alambre debe usarse para el cuadrado y cuánto para el círculo con el fin de que el área total sea máxima?



Alambre 4 m | Perímetro = 4x | Circunferencia = 2 π r

Solución:

El área total es A_t = A cuadrado + A círculo

es decir $A_t = x^2 + \pi r^2$

El perímetro es $P_t = 4x + 2\pi r$

La cantidad de alambre que se tiene es de 4 m, P_t = 4 m

$$4 = 4x + 2\pi r$$

Despejando a r tenemos $r = \dfrac{2(1-x)}{\pi}$, sustituir a r en A_t

$$A_t = x^2 + \pi\left[\frac{2(1-x)}{\pi}\right]^2$$

$$A_t = x^2 + \frac{4(1-x)^2}{\pi}$$

$$A_t = \frac{1}{\pi}\left[(1+\pi)x^2 - 8x + 4\right]$$

$$A_t = 0.3183(4.1416x^2 - 8x + 4)$$

$$A_t = 1.3183\, x^2 - 2.5464\, x + 1.2732$$

Ahora, derivando la expresión anterior

$$A'_t = 2.6366\, x - 2.5464$$

Se aplica $A'_t = 0$, entonces

$$0 = 2.6366\, x - 2.5464$$

$$x = \frac{2.5464}{2.6366} = 0.9658$$

El alambre que se utiliza en el cuadrado es

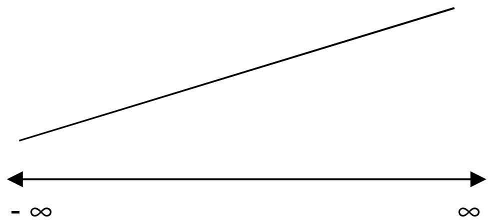
P cuadrado = 4 x = 4 (0.9658)= 3.8632 m

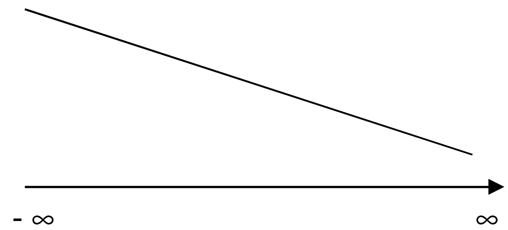
Y para la circunferencia = 0.1368 m

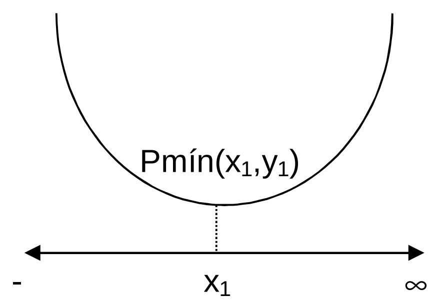
Perímetro del cuadrado = 3.8632 m y Circunferencia = 0.1368 m

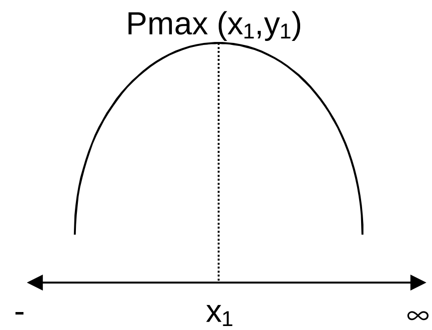
ACTIVIDAD 70. PUNTOS MÁXIMOS Y MÍNIMOS CON LA TÉCNICA DE LA 2ª DERIVADA. Investiga, analiza y escribe el criterio de la **SEGUNDA DERIVADA** para obtener los puntos **MÁXIMOS** y **MINIMOS** de una función.

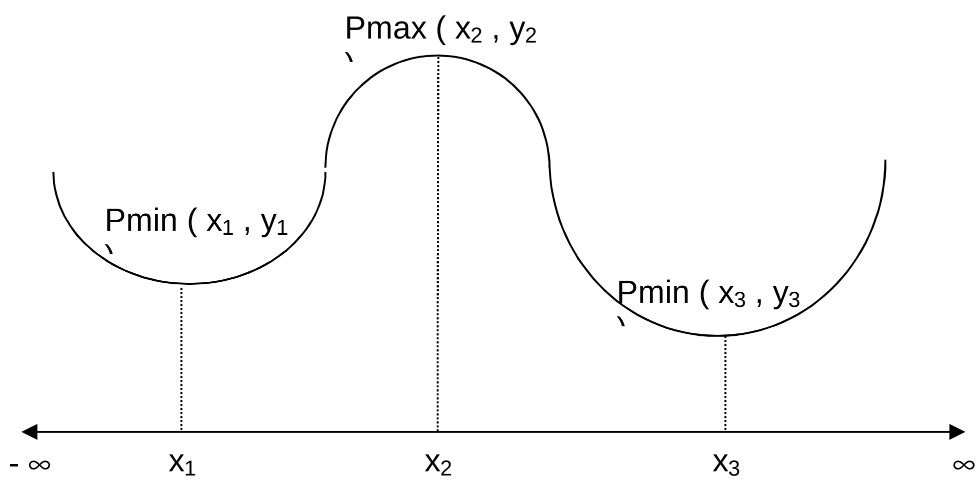
ACTIVIDAD 71. INTERVALOS DONDE LA FUNCIÓN ES CRECIENTE Y DECRECIENTE. Analiza y escribe los **INTERVALOS** donde la función es **CRECIENTE** o **DECRECIENTE** de las graficas dadas.









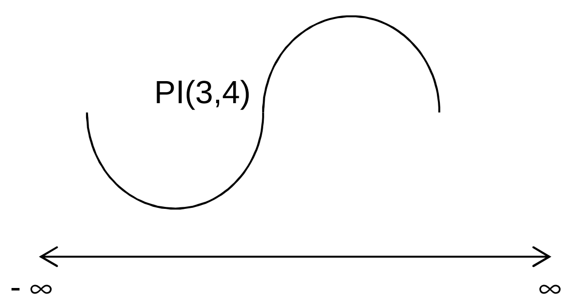


ACTIVIDAD 72. PUNTOS DE INFLEXIÓN. Investiga, analiza y escribe el criterio para calcular los **PUNTOS DE INFLEXIÓN** de una función.

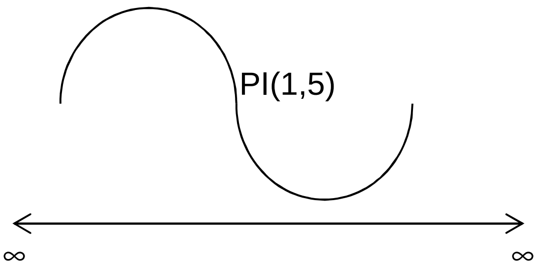
ACTIVIDAD 73. CONCAVIDAD DE UNA FUNCIÓN. Investiga, analiza y escribe la concavidad de una función.

ACTIVIDAD 74. INTERVALOS DE CONCAVIDAD DE UNA FUNCIÓN. Investiga, analiza y escribe el criterio para establecer los intervalos de concavidad de una función dada.

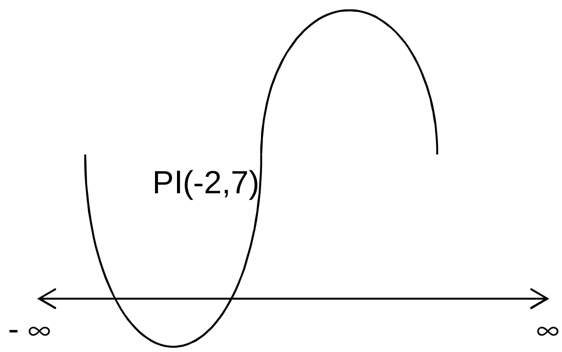
1. EJEMPLO:



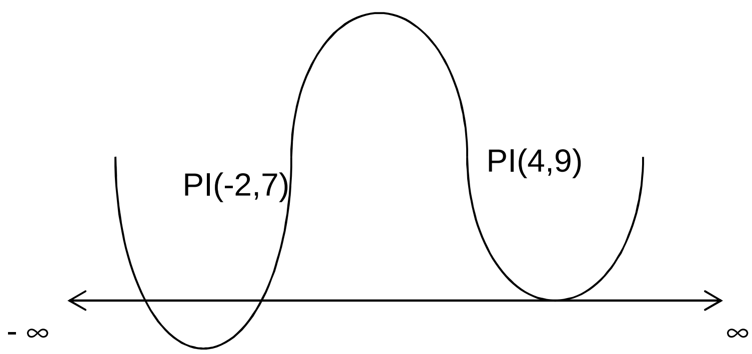
2.



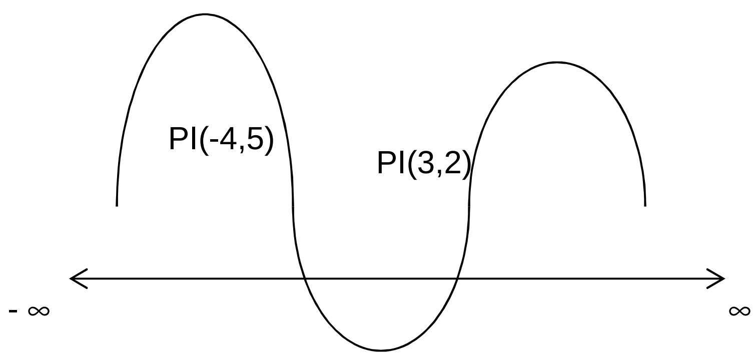
3.



4.



5.



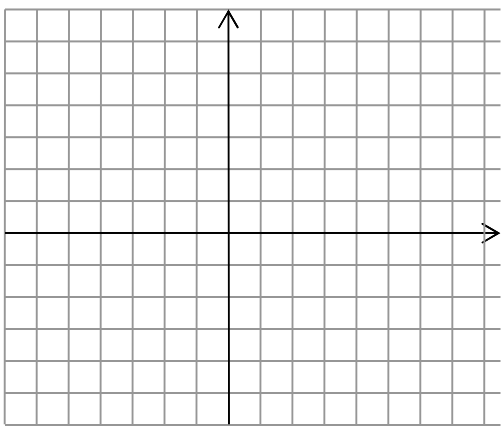
FECHA:_____________________ CALIFICACIÓN: _____________________

ACTIVIDAD 75. APLICACIONES DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS. Analiza las funciones dadas y determinar:

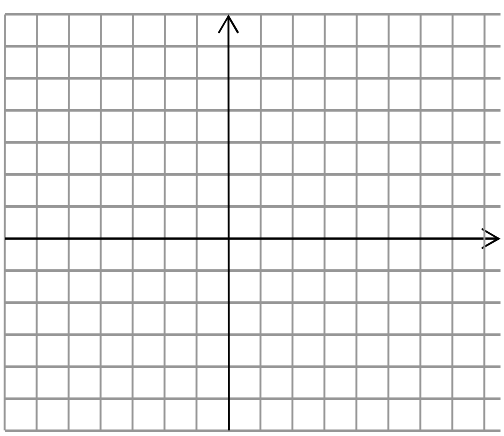
a. Puntos máximos y mínimos,
b. Puntos de inflexión,
c. Intervalos donde la función es creciente y decreciente,
d. Intervalos de concavidad.

1. EJEMPLO: $y = 5x - 3$

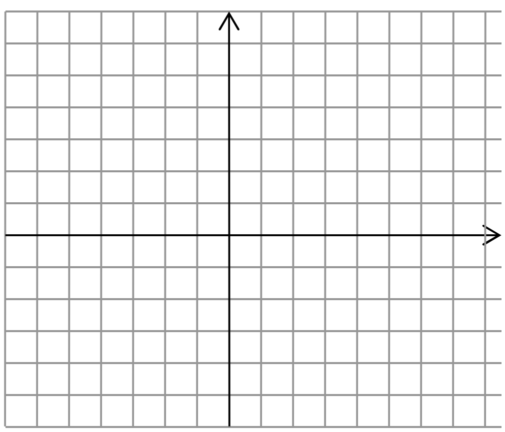
2. EJEMPLO: $y = x^2 + 2x - 3$



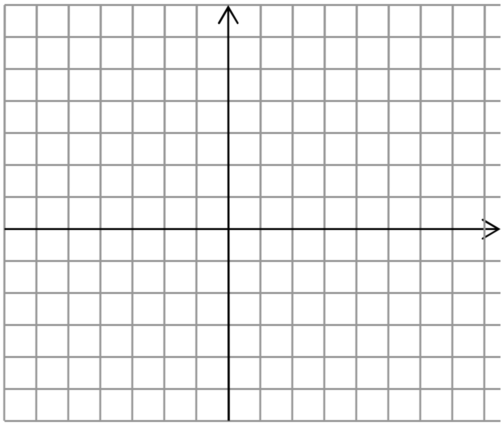
3. EJEMPLO: $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 7$



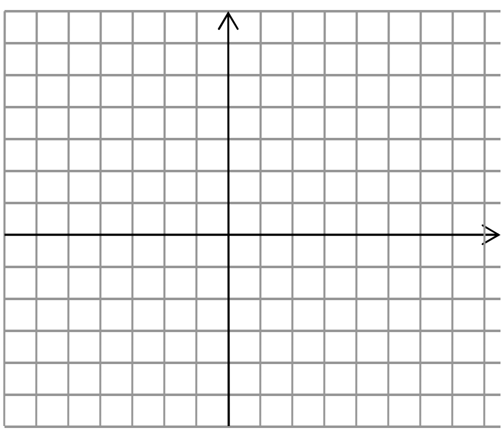
4. $y = 2x^3 + x^2 - 25x + 12$



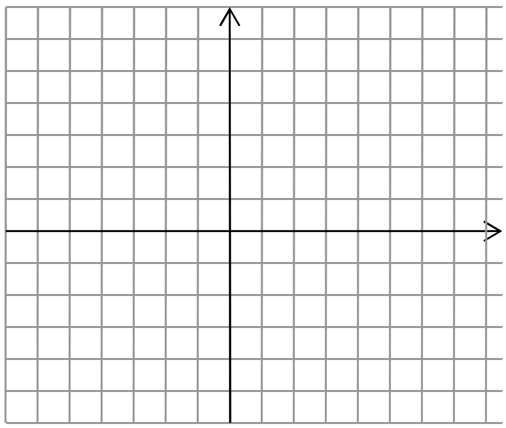
5. $y = -3x^3 + 2x^2 + 95x - 150$



6. $y = 5x^3 - 37x^2 + 64x - 2$



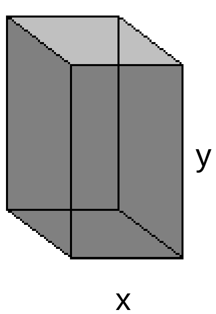
7. $y = x^3 - x^2 - 6x$



FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________

ACTIVIDAD 76. APLICACIONES DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS. Analiza, discute y resuelve los problemas de optimización dados.

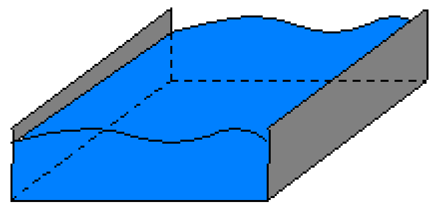
1. EJEMPLO: Se requiere construir una caja rectangular de base cuadrada, abierta por arriba. Calcular el volumen de la mayor caja que se puede obtener de 1200 cm^2.



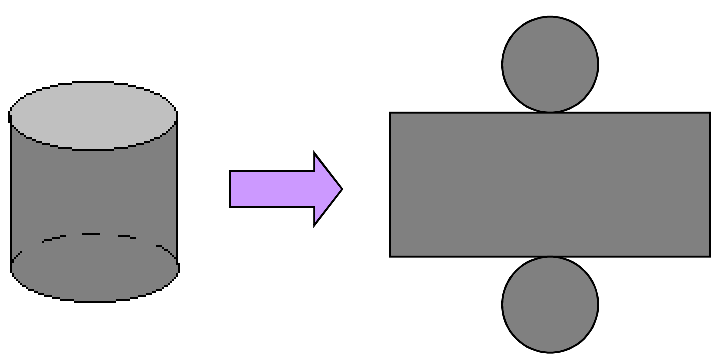
2. Se desea construir un depósito rectangular de base cuadrada, abierta por arriba. Debe tener 125 m^3 de capacidad. Si el costo de las caras laterales es de \$ 234.00 / m^2, y el del fondo es de \$ 436.00 / m^2. ¿Cuáles deben ser las dimensiones para que el costo sea mínimo?

3. Se requiere construir un canal de una larga pieza rectangular de hojalata, doblando los dos bordes hacia arriba de manera que la sección transversal sea rectangular. Si el ancho de la pieza es de 48 cm. ¿Cuál debe ser la profundidad del canal para que conduzca la mayor cantidad de agua?

48 cm



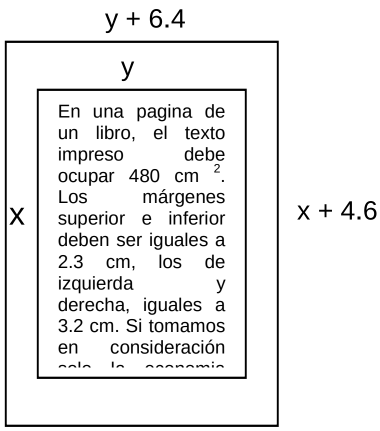
4. Se desea construir una lata cilíndrica de 2.5 litros de capacidad de manera que se utilice la menor superficie posible de lámina



5. Encontrar dos números positivos cuya suma sea 220 y su producto sea máximo.

6. Se requiere construir un rectángulo con un trozo de alambre que mide 278 cm de manera que se forme un rectángulo de mayor área posible. ¿Cuánto deben medir los lados?

7. En una página de un libro, el texto impreso debe ocupar 480 cm ^{2}. Los márgenes superior e inferior deben ser iguales a 2.3 cm, los de izquierda y derecha, iguales a 3.2 cm. Si tomamos en consideración solo la economía del papel, ¿Qué dimensiones de la pagina serían las más ventajosas?



8. Se desea construir un depósito rectangular de base cuadrada, abierta por arriba. Debe tener 125 m^3 de capacidad. Si el costo de las caras laterales es de \$ 2.00 / m^2, y el del fondo es de \$ 4.00 / m^2. ¿Cuáles deben ser las dimensiones para que el costo sea mínimo?

FECHA:____________________ CALIFICACIÓN: ____________________